Uma breve introdução ao Paradoxo da Conhecibilidade

A brief introduction to the Knowability Paradox

Iago Bozza Francisco
University of Miami

Resumo

O assunto deste artigo é o paradoxo da conhecibilidade. Esse paradoxo é uma demonstração lógica da proposição de que se todas as verdades são conhecíveis, então todas as verdades são conhecidas. O principal objetivo deste artigo é oferecer uma breve introdução ao paradoxo da conhecibilidade, apresentar brevemente algumas estratégias de solução para esse paradoxo, e discutir mais detalhadamente uma dessas tentativas de solução, viz. a tentativa de solução avançada por Jonathan Kvanvig (1996, 2006), de acordo com a qual a demonstração do paradoxo incorre em uma falácia modal.

Palavras-chave

Filosofia da Lógica. Paradoxo da Conhecibilidade. Falácias modais.

1 - Agradeço a Juliana Faccio Lima e Sagid Salles pela leitura, revisões e pelos valiosos comentários que contribuíram para deixar o presente artigo bastante melhor.

Abstract

The subject matter of this paper is the knowability paradox. This paradox is a logical proof for the claim that if all truths are knowable, then all truths are known. The main goal of the paper is to offer a brief introduction to the knowability paradox, to present some strategies to solve it, and to discuss in more detail one of these attempts to solve the paradox, viz. Kvanvig's (1996, 2006) solution, according to which the proof in the knowability paradox relies on a modal fallacy.

Key-words

Philosophy of Logc. Knowability Paradox. Modal fallacies.

1. Introdução: o paradoxo, os problemas que ele levanta e um pouco de sua história

Paradoxos são argumentos aparentemente válidos, com premissas aparentemente verdadeiras, mas com uma conclusão aparentemente falsa. O que há de paradoxal em um paradoxo é que um argumento realmente válido, e com premissas realmente verdadeiras, não pode realmente possuir uma conclusão falsa.

Existem ao menos três maneiras de solucionar um paradoxo. A primeira é argumentar que, apresar do argumento ser aparentemente válido, ele não é realmente válido. Nesse caso, devemos apresentar bons motivos para rejeitar alguma regra de inferência utilizada no argumento, e explicar por que inicialmente essa regra de inferência nos parecia válida. A segunda é argumentar que, apesar de todas as premissas aparentemente serem verdadeiras, alguma delas não é realmente verdadeira. Nesse caso, devemos apresentar bons motivos para rejeitar alguma das premissas, e explicar porque inicialmente essa premissa nos parecia verdadeira. A terceira é argumentar que, apesar da conclusão aparentemente ser falsa, ela não é realmente falsa. Nesse caso, devemos apresentar bons motivos para aceitarmos a conclusão, e explicar porque inicialmente essa conclusão nos parecia falsa.

O paradoxo da conhecibilidade é uma demonstração lógica da afirmação de que s*e todas as verdades são conhecíveis, então todas as verdades são conhecidas*. Antes de qualquer coisa, vale a pena clarificar um pouco essa afirmação.

Dizer que todas as verdades são conhecíveis é dizer que *se uma proposição é verdadeira, então é possível que essa proposição seja conhecida*. Supondo que a proposição «*o número de batatas fritas que comi ao longo de minha vida é par*» seja verdadeira, essa não seria uma verdade conhecida, pois aparentemente ninguém se importa com o número de batatas fritas que comi ao longo de minha vida. Mas seria uma verdade conhecível, pois em princípio é possível que alguém, com bastante paciência e com interesses bastante estranhos, tivesse se dado ao trabalho de contar o número batatas fritas que comi ao longo de minha vida. Assim, dizer que todas as verdades são conhecíveis é dizer que isso ocorre com todas as proposições verdadeiras: independentemente de cada uma das proposições verdadeiras ser ou não ser efetivamente conhecida, cada uma delas pode em princípio ser conhecida. A essa afirmação chamaremos "tese da conhecibilidade", que pode ser formalizada assim[2]:

$$\forall p\,(p \rightarrow \Diamond Kp) \qquad \text{(Tese da conhecibilidade)}$$

Dizer que *todas as verdades são conhecidas é dizer que se uma proposição é verdadeira, então essa proposição é efetivamente conhecida*. A essa afirmação chamaremos "tese da onisciência", que pode ser formalizada assim:

$$\forall p\,(p \rightarrow Kp) \qquad \text{(Tese da onisciência)}$$

Nesses termos, o paradoxo da conhecibilidade é uma suposta demonstração ou prova lógica de que se a tese da conhecibilidade é verdadeira, então a tese da onisciência também é verdadeira. Esse resultado pode ser formalizado assim:

$$\forall p\,(p \rightarrow \Diamond Kp) \rightarrow \forall p\,(p \rightarrow Kp)$$

2 - Como é usual em lógica modal e epistêmica, o símbolo "◊" deve ser lido como "é possível que" e o símbolo "K" deve ser lido como "é conhecido que".

O principal objetivo deste artigo é oferecer uma breve introdução ao paradoxo da conhecibilidade. Nesta seção, começo por apresentar a demonstração desse paradoxo, os problemas que esse paradoxo levanta, e termino falando um pouco de sua história. Na segunda seção, apresento brevemente algumas estratégias de solução para esse paradoxo. O objetivo central da segunda seção é familiarizar o leitor com algumas estratégias gerais que uma tentativa de solução para o paradoxo pode seguir. Finalmente, na terceira seção, discuto mais detalhadamente uma dessas tentativas de solução, viz. a tentativa de solução avançada por Kvanvig (1996, 2006), de acordo com a qual a demonstração do paradoxo incorre em uma falácia modal.

1.1. A demonstração envolvida no paradoxo da conhecibilidade

Em termos informais, a linha de raciocínio que leva à conclusão do paradoxo da conhecibilidade é a seguinte: Suponha que todas as verdades são conhecíveis e suponha que existe uma verdade desconhecida. Pela segunda suposição, é verdade que uma proposição específica é verdadeira e desconhecida. Pela primeira suposição, é possível conhecer que essa proposição é verdadeira e desconhecida Mas isso é contraditório, pois conhecer que uma proposição é verdadeira e desconhecida exige conhecer que essa proposição é verdadeira e conhecer que essa proposição é desconhecida. Mas se conhecemos que essa proposição é verdadeira, então essa proposição não é desconhecida. Logo, por redução ao absurdo, se todas as verdades são conhecíveis, então todas as verdades são conhecidas.

Em termos formais, a demonstração do paradoxo da conhecibilidade é uma demonstração por redução ao absurdo: Começamos supondo que a conclusão é falsa, i.e. que a condicional «*se todas as verdades são conhecíveis, então todas as verdades são conhecidas*» é falsa. Em seguida derivamos uma contradição dessa suposição, e isso nos permite inferir que, contrariamente à nossa suposição inicial, a condicional «*se todas as verdades são conhecíveis, então todas as verdades são conhecidas*» é, afinal, verdadeira. Como uma condicional é falsa se, e somente se, sua antecedente é verdadeira e sua consequente é falsa, então começamos supondo que todas as verdades são conhecíveis, apesar de algumas verdades serem desconhecidas:

Sup (1) $\forall p(p \rightarrow \Diamond Kp)$

Sup (2) $\exists p(p \land \neg Kp)$

De acordo com nossa suposição (2), existe uma proposição específica que é verdadeira e desconhecida. Seja qual for essa proposição verdadeira e desconhecida, vamos chamá-la de p_1:

(3) $p_1 \land \neg Kp_1$

De acordo com (1), se uma proposição é verdadeira, então é possível conhecer que ela é verdadeira. Como a proposição «*p_1 é verdadeira e desconhecida*» é uma proposição como outra qualquer, então a suposição (1) nos permite inferir que se a proposição «*p_1 é verdadeira e desconhecida*» é verdadeira, então é possível conhecer que a proposição «*p_1 é verdadeira e desconhecida*» é verdadeira:

(4) $(p_1 \land \neg Kp_1) \rightarrow \Diamond K(p_1 \land \neg Kp_1)$

Esse passo pode parecer estranho, mas a princípio é apenas uma instanciação universal como outra qualquer. A ideia central é que a tese da conhecibilidade é uma tese sobre todas as proposições, viz. é a tese de que se uma proposição é verdadeira, então ela é conhecível. Como a tese da conhecibilidade é uma tese sobre todas as proposições, e como a proposição «$p_1 \land \neg Kp_1$» é uma proposição como outra qualquer, então a tese da conhecibilidade nos permite inferir que se essa proposição é verdadeira, então ela é conhecível.

A partir das fórmulas (3) e (4), por *modus ponens*, podemos inferir que é possível conhecer que p_1 é verdadeira e desconhecida:

(5) $\Diamond K(p_1 \land \neg Kp_1)$

No entanto, podemos demonstrar que a fórmula (5) é logicamente falsa, utilizando apenas algumas regras da lógica clássica, modal e epistêmica. Para demonstrar que a fórmula (5) é logicamente falsa, começamos com a suposição de que a proposição «$p_1 \land \neg Kp_1$» é conhecida:

Sup (6) $K(p_1 \wedge \neg Kp_1)$

Uma regra de inferência da lógica epistêmica é a distributividade do operador de conhecimento sobre conjunções. A ideia dessa regra é que se conhecemos uma conjunção, então também conhecemos cada lado da conjunção separadamente, e.g. se conhecemos que a neve é branca e a grama é verde, então conhecemos que a neve é branca e conhecemos que a grama é verde. Portanto, podemos inferir que é conhecido que a proposição p_1 é verdadeira e que é conhecido que não é conhecido que a proposição p_1 é verdadeira:

(7) $Kp_1 \wedge K\neg Kp_1$

Outra regra de inferência da lógica epistêmica é a factividade do conhecimento. A ideia dessa regra é que se conhecemos que uma proposição é verdadeira, então essa proposição é verdadeira, e.g. se sabemos que a neve é branca, então a neve é branca. Assim, aplicando essa regra apenas ao lado direito da conjunção em (7), podemos inferir que é conhecido que a proposição p_1 é verdadeira e não é conhecido que a proposição p_1 é verdadeira:

(8) $Kp_1 \wedge \neg Kp_1$

Como (8) é uma contradição, e como derivamos (8) a partir da suposição (6), por redução ao absurdo, podemos inferir que (6) é falsa:

(9) $\neg K(p_1 \wedge \neg Kp_1)$

Como demonstramos que a fórmula (9) é verdadeira recorrendo apenas a regras de inferência, então a fórmula (9) é logicamente verdadeira. E como tudo que é logicamente verdadeiro é necessariamente verdadeiro, então podemos inferir que a fórmula (9) é necessariamente verdadeira:

(10) $\Box\neg K(p_1 \land \neg Kp_1)$

Uma regra da lógica modal é a regra de interdefinição dos operadores modais. A ideia dessa regra é que "necessariamente não é o caso que ..." é equivalente a "não é possível que ...", e.g. "necessariamente a neve não é preta" é equivalente a "não é possível que a neve seja preta". A partir dessa regra e da fórmula (10), podemos inferir que não é possível conhecer que a proposição p_1 é verdadeira e desconhecida:

(11) $\neg\Diamond K(p_1 \land \neg Kp_1)$

No entanto, (11) contradiz diretamente (5). Nesse caso, como começamos supondo que nossa conclusão é falsa, i.e. que a condicional «*se todas as verdades são conhecíveis, então todas as verdades são conhecidas*» é falsa, e como derivamos uma contradição dessa suposição, então, por redução ao absurdo, podemos inferir que a condicional «*se todas as verdades são conhecíveis, então todas as verdades são conhecidas*» deve ser verdadeira:

(12) $\forall p(p \rightarrow \Diamond Kp) \rightarrow \forall p(p \rightarrow Kp)$

Que é exatamente a conclusão do paradoxo da conhecibilidade que estávamos querendo demonstrar.

1.2. Os problemas levantados pelo paradoxo da conhecibilidade

O paradoxo da conhecibilidade levanta ao menos dois problemas bastante diferentes. O primeiro problema é que essa demonstração estabelece que é logicamente verdadeiro que *se a tese da conhecibilidade é verdadeira, então a tese da onisciência também é verdadeira*, mas intuitivamente essa condicional não é uma verdade lógica. Em outras palavras, intuitivamente, a tese da conhecibilidade não implica logicamente a tese da onisciência.

É importante notar que a estranheza dessa conclusão não tem a ver com o valor de verdade efetivo da tese da conhecibilidade ou da tese da onisciência. Antes, a estranheza dessa conclusão tem a ver com a relação lógica entre os valores de verdade dessas teses. Por um lado, mesmo que a tese da conhecibilidade e a tese da onisciência sejam ambas verdadeiras, continuaria sendo estranho que a primeira implicasse logicamente a segunda. Por outro lado, mesmo que a tese da conhecibilidade e a tese da onisciência sejam ambas falsas, também continuaria sendo estranho que a primeira implicasse logicamente a segunda.

Uma maneira de tornar mais clara a estranheza da conclusão é desenvolver um pouco mais uma de suas consequências. De acordo com a conclusão, a tese da conhecibilidade implica logicamente a tese da onisciência:

$$\forall p(\, p \rightarrow \Diamond Kp \,) \vdash \forall p(\, p \rightarrow Kp \,)$$

Trivialmente, a tese da onisciência implica logicamente a tese da conhecibilidade, pois se todas as verdades são conhecidas, então obviamente todas as verdades são conhecíveis:

$$\forall p(\, p \rightarrow Kp \,) \vdash \forall p(\, p \rightarrow \Diamond Kp \,)$$

A partir desses dois resultados, podemos concluir que a tese da conhecibilidade é logicamente equivalente à tese da onisciência:

$$\forall p(\, p \rightarrow \Diamond Kp \,) \equiv \forall p(\, p \rightarrow Kp \,)$$

E aceitar isso significa aceitar que a tese da conhecibilidade possui as mesmas condições de verdade que a tese da onisciência. Mas isso é um resultado bastante estranho. A tese da conhecibilidade é uma afirmação modal, i.e. não é uma afirmação acerca de como as coisas efetivamente são, mas sim uma afirmação acerca de como as coisas poderiam ser. Mas a tese da onisciência não é uma afirmação acerca de como as coisas poderiam ser, mas sim uma afirmação acerca de como as coisas efetivamente são. Portanto, nosso último resultado estabelece que uma afirmação acerca de como as coisas poderiam ser possui as mesmas condições de verdade que uma afirmação acerca de como as coisas efetivamente são, e isso é bastante estranho.

O segundo problema levantado pelo paradoxo da conhecibilidade é um problema específico para aqueles que defendem algumas teorias anti-realistas sobre a natureza da verdade. Grosso modo, uma teoria anti-realista sobre uma determinada área é uma teoria que sustenta que a verdade ou falsidade de afirmações nessa área depende de algum modo substancial de nossas crenças, práticas linguísticas, esquemas conceituais, ou algo do gênero. Por exemplo, um realista sobre verdades matemáticas tipicamente sustenta que números são entidades abstratas que existem independentemente de nossas crenças. Na medida em que os números são os objetos responsáveis pelas verdades matemáticas, então essas também seriam largamente independentes de nossas crenças, práticas linguísticas, esquemas conceituais e coisas do gênero. Contrariamente, um anti-realista tipicamente sustenta que números são construções humanas de algum tipo e que a ideia de verdade matemática deve ser reduzida à ideia de demonstração matemática, que também deve ser entendida como uma construção humana de algum tipo. Portanto, essas verdades seriam largamente dependentes de nossas crenças, práticas linguísticas, esquemas conceituais ou algo do gênero.

Mas como o paradoxo da conhecibilidade pode ser problemático para uma teoria anti-realista? Acontece que uma consequência usual de sustentar que verdades em uma determinada área são dependentes de nossas crenças, práticas linguísticas ou esquemas conceituais é que o conceito de verdade se torna um conceito largamente epistêmico. Por exemplo, a teoria verificacionista do significado sustenta que frases possuem sentido apenas quando podem, em princípio, ser verificadas ou falsificadas por evidências empíricas. Essa é uma teoria anti-realista tipica: o conceito de significado é explicado em termos de verificabilidade em princípio e o conceito de verdade é explicado em termos de verificação efetiva, ou ideal, ou algo nessa linha. Assim, o conceito de verdade, que parecia um conceito não-epistêmico, é explicado em termos de verificação, que é um conceito paradigmaticamente epistêmico. Além disso, uma consequência usual de sustentar que o conceito de verdade é um conceito largamente epistêmico é que todas as verdades se tornam conhecíveis. Considere novamente o caso do verificacionismo: se uma frase possui sentido apenas se pode, em princípio, ser verificada, e como uma frase é verdadeira apenas se possui sentido, então uma frase é verdadeira apenas se pode, em princípio, ser verificada. Mas se uma frase pode, em princípio, ser verificada, então ela pode, em princípio, ser conhecida. Portanto, uma consequência do verificacionismo é que todas as frases que são verdadeiras podem, em princípio, ser conhecidas.

Agora podemos entender como o paradoxo da conhecibilidade pode ser problemático para uma teoria anti-realista. Como mencionado, uma das maneiras de solucionar um paradoxo é aceitar sua conclusão, i.e. aceitar que se todas as verdades são conhecíveis, então todas as verdades são conhecidas. Se adotarmos essa estratégia, então poderemos utilizar essa conclusão em um argumento por redução ao absurdo contra as teorias anti-realistas que se comprometem com a ideia de que todas as verdades são conhecíveis. Em linhas gerais, o argumento é o seguinte: Se aceitarmos a conclusão do paradoxo da conhecibilidade, então todas as verdades são conhecíveis apenas se todas as verdades forem conhecidas. Nesse caso, as teorias anti-realistas que aceitam que todas as verdades são conhecíveis precisam aceitar também que todas as verdades são conhecidas. Como essa última consequência é obviamente falsa, então qualquer teoria que possua essa consequência deve ser rejeitada como igualmente falsa, e portanto qualquer teoria anti-realista que tenha como consequência que todas as verdades são conhecíveis deve ser rejeitada como falsa.

É importante distinguir claramente entre esses dois problemas. O primeiro problema é um problema mais geral, que tem a ver com nossa intuição pré-teórica de que a tese da conhecibilidade não implica logicamente a tese da onisciência, e de que essas duas teses possuem condições de verdade diferentes. O segundo problema é um problema mais específico, que tem a ver com algumas teorias anti-realistas que possuem como consequência a tese de que todas as verdades são conhecíveis. Assim, ao avaliar as soluções para o paradoxo da conhecibilidade, é importante manter claro se a solução em questão é uma solução para o primeiro ou para o segundo problema. Pois uma solução para o primeiro problema não é automaticamente uma solução para o segundo problema, e.g. uma solução para o primeiro problema pode depender de suposições incompatíveis com as teorias anti-realistas. E uma solução para o segundo problema não é automaticamente uma solução para o primeiro problema, e.g. uma reformulação do anti-realismo que não se comprometa com a tese da conhecibilidade pode não servir para solucionar o primeiro problema.

1.3. Um pouco da história do paradoxo da conhecibilidade

Até agora apresentei a demonstração envolvida no paradoxo da conhecibilidade como sendo um paradoxo genuíno, além de ser também um problema em potencial para algumas teorias anti-realistas. Mas nem todos os autores encaram essa demonstração como um paradoxo genuíno, isto é, como um paradoxo a ser resolvido e não apenas como uma demonstração de um resultado a ser aceito. O primeiro autor a apresentar a demonstração foi Frederic Fitch (1963). Nesse artigo, Fitch apresenta algumas demonstrações de alguns teoremas, dentre os quais está o que ele chama de "Teorema 5". Esse teorema afirma que "se existe alguma proposição verdadeira que ninguém sabe (ou soube ou saberá) ser verdadeira, então existe uma proposição que ninguém pode saber ser verdadeira". A contrapositiva desse teorema, assim como sua demonstração, é o que veio a ser conhecido como o paradoxo da conhecibilidade. No entanto, Fitch não percebe coisa alguma de contra intuitivo nesse resultado, e apresenta esse teorema, assim como sua demonstração, como um resultado a ser aceito, e não como um paradoxo a ser resolvido.

O artigo de Fitch não foi um dos mais populares por algum tempo, pois a demonstração de Fitch não foi mencionada sequer uma vez por pelo menos dez anos desde sua publicação. Os primeiros autores a redescobrirem e a perceberem algumas consequências filosóficas mais profundas da demonstração de Fitch foram W. D. Hart e Colin McGinn (Hart e McGuinn, 1976 e Hart, 1979). Eles se referem a essa demonstração como uma "pérola lógica negligenciada", capaz de refutar definitivamente o verificacionismo. O argumento apresentado por eles contra o verificacionismo é essencialmente o mesmo que apresentei na seção anterior. Apesar de Hart e McGinn perceberem as consequências dessa demonstração para o verificacionismo, nenhum deles parece ter percebido claramente que sua conclusão era pré-teoricamente contra-intuitiva, e, portanto, que deveria ser considerada primeiramente um paradoxo a ser resolvido, e não simplesmente um resultado a ser aceito.

O primeiro autor a discutir se a demonstração de Fitch é um paradoxo genuíno, e a discutir em mais pormenores suas consequências para o verificacionismo, foi John Mackie (1980). Apesar de Mackie conceder que a conclusão dessa demonstração inicialmente parece surpreendente, ele argumenta que ela não é realmente falsa, e procura explicar nossa surpresa inicial. A ideia de Mackie é que não deve ser surpreendente que operadores factivos possam ser utilizados para criar exemplos auto-refutantes. Considere este caso: Pode ser verdade que não estou escrevendo, e posso escrever que não estou escrevendo, mas não posso escrever *verdadeiramente* que não estou escrevendo. Acontece que o ato de escrever a frase "não estou escrevendo" falsifica a frase que está sendo escrita. Apesar de isso não ser um impedimento para escrever essa frase, isso é um impedimento para escrever *verdadeiramente* a frase. Agora considere o caso do paradoxo da conhecibilidade: Pode ser verdade que «a neve é branca e ninguém conhece que a neve é branca», mas não é possível conhecer que «a neve é branca e ninguém conhece que a neve é branca». Acontece que o ato de conhecer a proposição «a neve é branca e ninguém conhece que a neve é branca» falsifica a proposição, e isso é um impedimento para conhecer a proposição. Mackie defende que esses dois casos são essencialmente similares, e como o primeiro caso não deve ser surpreendente, então o segundo caso também não deve ser surpreendente.

Penso que essa tentativa de dissolver a surpresa da conclusão de nosso paradoxo não funciona. A explicação de Mackie não dissolve a surpresa de que a tese segundo a qual todas as verdades podem ser conhecidas é logicamente equivalente à tese segundo a qual todas as verdades efetivamente são conhecidas. A explicação de Mackie pode tornar intuitiva a demonstração dessa conclusão: Se todas as verdades pudessem ser conhecidas e se existisse uma verdade desconhecida, então seria possível conhecer a conjunção de que essa verdade é uma verdade e que essa verdade é desconhecida. Mas isso não é possível, pois o processo de conhecer essa conjunção falsifica a conjunção. No entanto, que a explicação de Mackie torne intuitiva essa demonstração não ajuda em nada a solucionar o paradoxo, pois a demonstração é intuitiva desde o começo, e isso é parte do problema: Temos uma demonstração aparentemente válida, na qual todas as inferências aparentemente são válidas, e uma conclusão surpreendente. Apresentar uma explicação que reitera a intuitividade da demonstração não ajuda em nada a dissolver a surpresa da conclusão. Se queremos dissolver a surpresa dessa conclusão, então devemos identificar os motivos pelos quais a conclusão parece surpreendente, e apresentar argumentos independentes para mostrar que esses motivos são equivocados.

A primeira autora a tratar a demonstração do paradoxo da conhecibilidade como um paradoxo genuíno foi Dorothy Edgington (1985), mas por motivos diferentes daqueles que apresentei. De acordo com a maneira que encaro essa demonstração, ela é paradoxical em virtude de estabelecer uma equivalência lógica entre a tese da conhecibilidade e a tese da onisciência. Nesse caso, a surpresa da conclusão não tem a ver com teoria alguma sobre a natureza da verdade. De acordo com a maneira que Edgington encara essa demonstração, ela é paradoxal em virtude de reduzir ao absurdo de modo muito simples e muito direto diversas teorias sofisticadas sobre a natureza da verdade. Nas palavras de Edgington, "mesmo um realista completo deve suspeitar que a longa tradição filosófica à qual ele se opõe não possa ser tão rapidamente reduzida ao absurdo"[3]. Nesse caso, a surpresa da conclusão tem a ver diretamente com essas teorias anti-realistas sobre a natureza da verdade.

Penso que essa não é a melhor maneira de encarar essa demonstração. Nas palavras de Williamson, "se os proponentes dessas teorias não perceberam um contra-exemplo simples, isso é um embaraço, não um paradoxo"[4]. Mesmo porque, se isso fosse motivo suficiente para considerarmos a demonstração paradoxal, então qualquer argumento simples e direto contra qualquer teoria que defendemos poderia ser encarado como um paradoxo a ser resolvido, e não como uma refutação de uma teoria a ser abandonada.

O primeiro autor a tratar essa demonstração como um paradoxo genuíno pelos motivos que apresentei foi Jonathan Kvanvig (1995, 2006). Kvanvig argumenta extensamente que a demonstração de Fitch é paradoxal em primeiro lugar por estabelecer, contrariamente a nossas intuições, uma equivalência entre a tese da conhecibilidade e a tese da onisciência.

3 - Edgington (1985), p. 568, tradução minha.

4 - Williamson (2000), p. 271, tradução minha.

Em virtude disso, e não em virtude de reduzir ao absurdo algumas teorias anti-realistas, ela deve ser encarada primeiramente como um paradoxo a ser resolvido, e não como um resultado a ser aceito.

Agora que estamos mais familiarizados com a demonstração do paradoxo da conhecibilidade, com os problemas que esse paradoxo levanta, e com um pouco de sua história, podemos começar a considerar algumas das soluções propostas.

2. Estratégias de solução: rejeitar a validade ou aceitar a conclusão

Como mencionei, existem ao menos três maneiras de solucionar um paradoxo. A primeira é argumentar que o argumento não é realmente válido; a segunda é argumentar que alguma das premissas do argumento não é realmente verdadeira; e a terceira é aceitar que a conclusão do argumento é realmente verdadeira. No entanto, na medida em que o argumento envolvido no paradoxo da conhecibilidade é uma demonstração lógica, i.e. é um argumento sem premissas, que depende apenas de inferências logicamente válidas, então temos realmente apenas duas opções viáveis, viz. ou rejeitamos a validade de alguma inferência ou aceitamos a conclusão do argumento.

Seguindo a linha de rejeitar a validade do argumento, existem ao menos duas estratégias gerais que podemos adotar. A primeira é aceitar que todas as regras de inferência utilizadas no argumento são válidas, mas argumentar que alguma regra está sendo aplicada incorretamente. A segunda é argumentar que alguma regra de inferência utilizada no argumento é inválida.

Nesta seção descrevo brevemente algumas tentativas de solução que exemplificam essas estratégias. O objetivo desta seção não é fornecer explicações e discussões detalhadas de cada uma das soluções, mas apenas familiarizar o leitor com as direções gerais que as diferentes soluções para o paradoxo podem tomar, e apontar ao leitor as referências bibliográficas relevantes.

2.1. A solução de Kvanvig: falácias modais

Kvanvig (1996, 2006) adota a linha de argumentar que a demonstração do paradoxo da conhecibilidade é inválida. Mas não porque alguma regra de inferência utilizada é inválida, mas sim porque uma dessas regras está sendo aplicada incorretamente.

De acordo com Kvanvig, a demonstração do paradoxo da conhecibilidade envolve uma falácia modal. No passo (4) da demonstração, instanciamos a conjunção "$p_1 \wedge \neg Kp_1$" como o valor da variável "p" na tese da conhecibilidade, i.e. na fórmula "$\forall p(p \rightarrow \Diamond Kp)$". Apesar de Kvanvig aceitar que instanciações universais são geralmente válidas, ele nota que precisamos ser cuidadosos ao aplicarmos essa regra de inferência quando estamos lidando com fórmulas que contenham operadores modais. Acontece que substituições de expressões modalmente flexíveis no âmbito de operadores modais são geralmente inválidas. Desse ponto de partida, Kvanvig argumenta que a conjunção "$p_1 \wedge \neg Kp_1$" é uma expressão modalmente flexível, e como ela é substituída no âmbito de um operador modal na demonstração do paradoxo, temos motivos para pensar que esse passo envolve uma aplicação ilegítima da regra de instanciação universal.

Como discutirei essa solução em mais detalhes na próxima seção, deixo essa abordagem de lado por hora.

2.2. A solução de Linsky: a teoria dos tipos

Linsky (2009) segue a mesma a linha de defender que a demonstração do paradoxo da conhecibilidade é inválida argumentando que alguma regra de inferência utilizada na demonstração está sendo aplicada incorretamente[5]. Mais especificamente, Linsky argumenta que o problema com a demonstração de Fitch está na passagem do passo (8) para o passo (9). No passo (8), assumimos que a fórmula "$Kp_1 \wedge \neg Kp_1$" é contraditória, e usamos isso para inferir, por redução ao absurdo, que a fórmula "$K(p_1 \wedge \neg Kp_1)$" não pode ser verdadeira. Linsky, apesar de aceitar que argumentos por redução ao absurdo são geralmente válidos, defende que a fórmula (8) não é realmente contraditória.

A ideia central aqui é que precisamos distinguir claramente entre os conceitos de *conhecimento de primeira ordem*, i.e. conhecimento de verdades ordinárias que não contenham ocorrência alguma do conceito de conhecimento, *conhecimento de segunda ordem*, i.e. conhecimento sobre aquilo que é conhecido, *conhecimento de terceira ordem*, i.e. conhecimento sobre conhecimento sobre aquilo que é conhecido, e assim por diante. Quando dizemos que uma proposição específica p_1 é verdadeira e desconhecida, estamos

5 - Church (2009) foi o primeiro a sugerir a linha de solução que Linsky defende, mas aqui discuto Linsky pois ele foi o primeiro a desenvolver essa sugestão em mais pormenor.

lidando com conhecimento de um determinado nível, dependendo do conteúdo da proposição p_1. Assuma que p_1 é uma verdade ordinária e portanto que estamos lidando com um conhecimento de primeira ordem. Usando o símbolo “$K_{(1)}$” para representar esse conceito de conhecimento, devemos representar o caso assim:

$$p_1 \wedge \neg K_{(1)} p_1$$

Mas quando dizemos que é conhecido que essa proposição específica é verdadeira e desconhecida, estamos lidando com um conhecimento sobre aquilo que é conhecido, i.e. com um conhecimento de segunda ordem. Usando o símbolo “$K_{(2)}$” para representar o conceito de conhecimento de segunda ordem, devemos representar o caso assim:

$$K_{(2)}(p_1 \wedge \neg K_{(1)} p_1)$$

Dessa fórmula, como na demonstração original, ainda podemos derivar a seguinte consequência:

$$K_{(2)} p_1 \wedge \neg K_{(1)} p_1$$

Mas agora essa fórmula não é mais contraditória, pois estamos lidando com conhecimentos de diferentes ordens. Portanto, a demonstração do paradoxo da conhecibilidade é bloqueada e o paradoxo estaria resolvido.

Paseau (2008, 2009), Halbach (2008) e Carrara & Fassio (2011) também discutem essa linha de solução.

2.3. A solução de Beall: o dialeteísmo

J. C. Beall (2000) adota uma linha mais radical e argumenta que a demonstração do paradoxo da conhecibilidade é inválida porque uma das regras de inferência utilizadas é inválida[6].

6 - Routley (1981) foi o primeiro a sugerir essa solução para o paradoxo da conhecibilidade. Aqui discuto Beall (2000) pois

J. C. Beall e G. Priest são famosos por defender uma posição conhecida como "dialeteísmo", i.e. a tese de que algumas contradições são verdadeiras. A motivação usual para essa posição é a existência de alguns paradoxos particularmente difíceis de serem resolvidos. O exemplo paradigmático aqui é o paradoxo do mentiroso: Considere a frase "Esta frase é falsa". Se ela é verdadeira, então o que ela diz é o caso. Como ela diz de si própria que ela é falsa, então ela é falsa. Mas se ela é falsa, então o que ela diz não é o caso. Como ela diz de si própria que ela é falsa, então ela é verdadeira. Portanto, a frase é verdadeira se e somente se for falsa. Contradição.

O paradoxo do mentiroso é um dos paradoxos mais antigos dos quais temos conhecimento, e mesmo depois de mais de 2.000 anos, ainda não temos uma maneira completamente satisfatória de bloquear sua demonstração. Mas como sabemos, encontrar algo de errado com o argumento é apenas uma das maneiras de solucionar um paradoxo. Ainda temos a opção de aceitar o argumento e sua conclusão. A sugestão dos defensores do dialeteísmo é que, depois de tanto tempo procurando e não encontrando algo de errado com o argumento envolvido no paradoxo do mentiroso, talvez seja a hora de começar a considerar a possibilidade de que o argumento seja sólido e aceitar sua conclusão: a frase "Esta frase é falsa" é verdadeira e falsa ao mesmo tempo.

Se algumas contradições realmente podem ser verdadeiras, então devemos ser mais cuidadosos com argumentos por redução ao absurdo, como é o caso do argumento do paradoxo da conhecibilidade. Afinal, talvez a contradição "$Kp_1 \wedge \neg Kp_1$", que usamos para completar uma redução ao absurdo em nosso paradoxo, seja uma dessas contradições verdadeiras. Mas existe de fato algum motivo independente para pensarmos que essa contradição em particular seja uma dessas contradições verdadeiras?

Beall (2000) argumenta que sim. Do mesmo modo que o paradoxo do mentiroso nos dá razões para pensar que alguns conceitos semânticos geram algumas contradições verdadeiras, o paradoxo do conhecedor (não confundir com o paradoxo da conhecibilidade) nos dá razões para pensar que alguns conceitos epistêmicos também geram algumas contradições verdadeiras. Grosso modo, o paradoxo do conhecedor é o seguinte: Considere a frase "Ninguém sabe que esta frase é verdadeira". Assuma que sabemos que essa frase é verdadeira. Como o conceito de conhecimento é factivo, então ela é verdadeira. Assuma que não sabemos que ela é verdadeira. Como ela afirma justamente que não sabemos que ela é verdadeira, então ela é verdadeira. Portanto, em qualquer caso, a frase "Ninguém sabe que esta frase é verdadeira" é verdadeira. Mas isso é uma demonstração de que a frase é verdadeira. Como acabamos de demonstrar que ela é verdadeira, então sabemos que ela é verdadeira. Mas se sabemos que ela é verdadeira, então o que ela diz é

ele foi o primeiro a desenvolver essa sugestão em mais pormenor.

o caso, e ela diz que não sabemos que ela é verdadeira. Portanto, sabemos e não sabemos que ela é verdadeira. Contradição. Note que a contradição que obtemos como conclusão no paradoxo do conhecedor é bastante similar com a tipo de contradição que usamos na redução do paradoxo da conhecibilidade, viz. é uma contradição da forma "$Kp_1 \land \neg Kp_1$". Portanto, se tivermos motivos fortes o suficiente para pensar que o dialeteísmo é também uma boa solução para o paradoxo do conhecedor, parece que temos alguma motivação independente para pensar que a contradição "$Kp_1 \land \neg Kp_1$" na demonstração do paradoxo da conhecibilidade pode ser um exemplo de uma contradição verdadeira.

Beall (2009) e Priest (2009) também discutem e desenvolvem essa linha de solução em mais detalhes.

2.4. A solução de Williamson e Dummett: o intuicionismo

Ao considerar diferentes soluções para o paradoxo da conhecibilidade, precisamos ser cuidadosos em distinguir claramente os dois problemas levantados pelo paradoxo. Como mencionei anteriormente, podemos encarar o paradoxo da conhecibilidade como um problema para algumas versões do anti-realismo ou podemos encarar esse paradoxo como um paradoxo em si mesmo. Muitas vezes a solução para um desses problemas é independente da solução para o outro problema. Williamson (1982) e Dummett (2009), por exemplo, argumentam que se aceitamos uma lógica intuicionista, a conclusão do paradoxo da conhecibilidade deixa de ser contra-intuitiva. Além disso, eles também argumentam que os anti-realistas possuem motivações independentes para rejeitar a lógica clássica em favor de uma lógica intuicionista. Por isso, eles concluem que o paradoxo da conhecibilidade não deve ser particularmente problemático para os anti-realistas. Essa solução pode ser promissora como uma solução para o paradoxo da conhecibilidade enquanto um problema para os anti-realistas. Mas essa solução certamente não parece muito promissora como uma solução para o paradoxo da conhecibilidade enquanto um paradoxo em si mesmo. Pois ainda que os anti-realistas realmente tenham motivações independentes para aceitar uma lógica intuicionista em virtude de seu comprometimento com o anti-realismo, é bastante duvidoso que realistas tenham qualquer motivação independente para aceitar uma lógica intuicionista.

Williamson (1988, 1992), Percival (1990, 1991), DeVidi & Solomon (2001), Brogaard & Salerno (2002), Burmüdez (2009), Dummett (2009), Rasmussen (2009) Maffezioli, Naibo & Negri (2012) também discutem essa abordagem.

2.5. A solução de Tennant: proposições cartesianas

Tennant (1997) também oferece uma solução que, ainda que seja promissora para resolver o paradoxo da conhecibilidade enquanto um problema para os anti-realistas, não parece muito promissora para resolver o paradoxo da conhecibilidade enquanto um paradoxo em si mesmo. De acordo com Tennant, os anti-realistas não precisam se comprometer com a tese de que absolutamente todas as verdades são conhecíveis. Antes, os anti-realistas podem se comprometer apenas com uma versão devidamente restrita desse princípio. Sua sugestão é que os anti-realistas se comprometam apenas com a tese de que todas as verdades cartesianas são conhecíveis, onde uma verdade cartesiana é, grosso modo, uma verdade que pode consistentemente ser conhecida.

Ainda que essa solução seja viável para resolver o paradoxo da conhecibilidade enquanto um problema para os anti-realistas, ela certamente não parece muito promissora enquanto uma solução para o paradoxo da conhecibilidade enquanto um paradoxo. Pois ainda que a demonstração do paradoxo seja bloqueada quando consideramos a tese da conhecibilidade restrita para verdades cartesianas, a demonstração ainda será válida para a tese da conhecibilidade irrestrita, e isso continua sendo paradoxal.

Discussões, objeções e desenvolvimentos posteriores dessa abordagem incluem Tennant (2001a , 2001b, 2002, 2009, 2010), Hand & Kvanvig (1999), Hand (2003), Williamson (2000b, 2009), DeVidi & Kenyon (2003), Brogaard and Salerno (2002, 2006, 2008), e Rosenkranz (2004).

2.6. As soluções de Edgington, Fara e Fuhrmann: conhecimento possível de verdades atuais, capacidade para conhecer e conhecimento potencial

Como vimos, muitas vezes uma solução para o paradoxo da conhecibilidade enquanto um problema para algumas versões do anti-realismo é em larga medida independente de uma solução para esse paradoxo como um paradoxo em si mesmo. Ainda assim, muitas vezes a solução para o primeiro problema é de algum modo relevante para a solução do segundo problema. Edgington (1985), por exemplo, também argumenta que os anti-realistas não precisam se comprometer com a tese de que absolutamente todas as verdades são conhecíveis. A sugestão de Edgington é que os anti-realistas se comprometam apenas com a tese de que, para cada proposição que é verdadeira no mundo atual, é possível conhecer que essa proposição é verdadeira no mundo atual[7]. Nessa mesma linha, Fara (2010) e Furhmann (2014) argumentam que os anti-realistas não devem entender conhecibilidade em termos de conhecimento possível, mas sim em termos de capacidade para conhecer ou em termos de conhecimento potencial. De acordo com eles, suas respectivas reformulações evitam a demonstração do paradoxo, e portanto os anti-realistas podem evitar o paradoxo da conhecibilidade.

Uma vantagem dessas soluções é que, apesar delas serem construídas como soluções para o paradoxo da conhecibilidade enquanto um problema para os anti-realistas, essas mesmas soluções podem ser facilmente adaptadas para funcionar como uma solução para o paradoxo da conhecibilidade enquanto um paradoxo em si mesmo. Quando adaptadas para funcionar como uma solução para o paradoxo da conhecibilidade enquanto um paradoxo, essa linha de solução consiste em argumentar que, apesar de a conclusão ser surpreendente, ela é correta. A ideia geral aqui é a seguinte: Temos motivos independentes para pensar que as condições de verdade da tese da conhecibilidade, i.e. da tese segundo a qual todas as verdades são conhecíveis, não são corretamente capturadas pela fórmula "$\forall p(p \to \Diamond Kp)$". Uma dessas motivações é justamente que, quando representamos a tese da conhecibilidade através dessa fórmula, acabamos por gerar um paradoxo. Uma analogia pode ser esclarecedora aqui. Considere os paradoxos da condicional material. Quando representamos condicionais da linguagem natural da forma "se ϕ, então ψ" através da condicional material "$\phi \to \psi$", acabamos por gerar certas consequências contra-intuitivas. Por exemplo, acabamos por ter como consequência que condicionais como "se 2 + 2 = 5, então existe vida em outros planetas" e "se existe vida em outros planetas, então 2 + 2 = 4" são verdadeiras. Mas essas condicionais certamente não parecem verdadeiras. Uma estratégia aqui é argumentar que as condições de verdade das condicionais da linguagem natural não são corretamente capturadas pela condicional material da lógica clássica. Portanto, precisamos encontrar uma maneira alternativa de representar as condições de verdade das condicionais da linguagem natural. Similarmente, quando representamos a tese da conhecibilidade através da fórmula "$\forall p(p \to \Diamond Kp)$", acabamos por gerar certas consequências contra-intuitivas. Por exemplo, acabamos por ter como consequência que a tese da conhecibilidade é equivalente à tese da onisciência. Mas essas teses certamente não parecem equivalentes. Uma estratégia análoga aqui é argumentar que as condições de verdade da tese da conhecibilidade não são corretamente capturadas pela fórmula "$\forall p(p \to \Diamond Kp)$". Portanto, precisamos encontrar uma maneira alternativa de representar as condições

7 - Schlesinger (1985) foi o primeiro a sugerir uma solução nessas linhas. Aqui discuto Edgington (1985) pois ela apresenta essa proposta mais claramente e em mais detalhes.

de verdade da tese da conhecibilidade.

Outra motivação para pensar que as condições de verdade da tese da conhecibilidade não são corretamente capturadas pela fórmula "$\forall p(p \rightarrow \Diamond Kp)$" é a seguinte. Por um lado, o conceito de conhecibilidade parece ser factivo, i.e. se uma proposição é conhecível, então ela é verdadeira. Nossas intuições certamente apontam para essa direção: é estranho dizer que é conhecível que a neve é preta, justamente porque é falso que a neve seja preta. Por outro lado, na tese da conhecibilidade estamos representando o conceito de conhecibilidade em termos de conhecimento possível. Isto é, estamos assumindo que expressões da forma "é conhecível que ϕ" devem ser entendidas como sinônimas de expressões da forma "é possível conhecer que ϕ". No entanto, expressões da forma "é possível conhecer que ϕ" não são factivas, na medida em que não há nada de errado com a ideia de que existem possibilidades nas quais uma proposição, que atualmente é falsa, seja verdadeira e conhecida. Nesse caso, temos motivos para desconfiar da formulação da tese da conhecibilidade em termos de conhecimento possível.

Esses argumentos dependem apenas das nossas intuições sobre a tese da conhecibilidade e sobre o conceito de conhecibilidade, e podem ser aceitos tanto por anti-realistas quanto por realistas. Portanto, se essa linha de argumento funciona como motivação para os anti-realistas reformularem a tese da conhecibilidade, então parece que eles também deveriam motivar os realistas a reformularem a tese da conhecibilidade. Nesse caso, se as soluções de Edgington, Fara e Fuhrmann são boas soluções para o paradoxo da conhecibilidade enquanto um problema para os anti-realistas, então parece que elas também podem ser boas soluções para o paradoxo da conhecibilidade enquanto um paradoxo.

Rabinowicz & Segerberg (1994) e Lindström (1997) desenvolvem alguns detalhes mais técnicos dessa abordagem. Williamson (1987a, 1987b, 2000, no prelo), Percival (1991), Edgington (2010), Fara (2010) e Fuhrmann (2014) também discutem essa linha de solução.

Agora que estamos mais familiarizados com algumas das tentativas de solução mais salientes na bibliografia sobre o paradoxo da conhecibilidade, podemos discutir uma dessas soluções em mais detalhes.

2. A solução de Kvanvig: falácias modais

Como mencionado, a solução de Kvanvig consiste em argumentar que, apesar da demonstração do paradoxo da conhecibilidade ser aparentemente válida, ela não é realmente válida. O argumento de Kvanvig para rejeitarmos uma das inferências da demonstração pode ser formulado assim:

> A.1. Todas as inferências que dependem da substituição de expressões modalmente flexíveis no âmbito de operadores modais são inferências inválidas.
>
> A.2. Uma das inferências da demonstração do paradoxo da conhecibilidade depende da substituição de uma expressão modalmente flexível no âmbito de um operador modal.
>
> A.3. Logo, uma das inferências da demonstração do paradoxo da conhecibilidade é uma inferência inválida.

Antes de discutirmos esse argumento em mais detalhes, apresentarei alguns conceitos que precisamos para entendê-lo melhor, viz. os conceitos de mundo possível, expressões referenciais modalmente rígidas e modalmente flexíveis, frases modalmente rígidas e modalmente flexíveis e falácias modais.

2.1. Expressões modalmente flexíveis e falácias modais

Comecemos pelo conceito de mundo possível. O conceito de *mundo possível* serve para representar nossas afirmações sobre possibilidades e necessidades. Intuitivamente, um mundo possível é um modo como as coisas poderiam ser. Por exemplo, apesar de Sócrates ter sido grego, ele poderia ter sido egípcio, e nesse sentido podemos dizer que existe um mundo possível com respeito ao qual Sócrates foi egípcio.

Utilizando o conceito de mundo possível, nossas afirmações sobre *necessidades* podem ser representadas como quantificações universais sobre mundos possíveis. Assim, a afirmação de que é necessário que Sócrates seja mortal pode ser representada pela afirmação de que Sócrates é mortal com respeito a todos os mundos possíveis. Na mesma linha, nossas afirmações sobre *possibilidades* podem ser representadas como quantificações existenciais sobre mundos possíveis. Assim, a afirmação de que Sócrates poderia ter sido egípcio pode ser representada pela afirmação de que Sócrates é egípcio com respeito a *algum* mundo possível.

Os conceitos de *expressão modalmente rígida* e *expressão modalmente flexível* servem para caracterizar o comportamento de algumas expressões em frases com operadores modais. Uma expressão modalmente rígida é uma expressão que designa o mesmo objeto com respeito a qualquer mundo possível. Por exemplo, a expressão "Sócrates" aparentemente é uma expressão modalmente rígida. Quando utilizamos essa expressão para falar de um objeto com respeito a algum mundo possível, estamos sempre falando do mesmo objeto, viz. do objeto que foi um filósofo ateniense no mundo atual. Contrariamente, uma expressão modalmente flexível é uma expressão que designa diferentes objetos com respeito a diferentes mundos possíveis. Por exemplo, a expressão "o número de planetas" aparentemente é uma expressão modalmente flexível. Quando utilizamos essa expressão para falar de um objeto com respeito a um mundo possível no qual existem nove planetas, estamos falando do número nove, mas quando utilizamos essa expressão para falar de um objeto com respeito a um mundo possível no qual existem oito planetas, estamos falando do número oito.

Expressões modalmente flexíveis, quando utilizadas em alguns argumentos modais, produzem certos tipos de inferências problemáticas, usualmente chamadas de *falácias modais*. Um exemplo familiar desse tipo de inferência é o seguinte:

(a.i) Para qualquer número n, se n é par, então é necessário que n seja par;

(a.ii) Logo, se o *número de planetas* é par, então é necessário que o *número de planetas* seja par.

Esse tipo de inferência é problemática porque sua premissa parece verdadeira, a inferência parece válida, mas sua conclusão parece falsa. Mas claro que uma inferência válida com premissas verdadeiras não pode ter uma conclusão falsa. Em linhas gerais, o diagnóstico usual para nossas intuições conflitantes sobre essa inferência é que sua conclusão é ambígua entre uma leitura *de dicto* e uma leitura *de re*. Por um lado, se interpretarmos a conclusão segundo a leitura *de dicto*, então a conclusão é falsa, mas a inferência é inválida, apesar da aparência inicial de validade. Por outro lado, se interpretarmos a conclusão segundo a leitura *de re*, então a inferência é válida, mas a conclusão é verdadeira, apesar da aparência inicial de falsidade.

O quê exatamente são as leituras *de dicto* e *de re*? A ideia geral é que uma frase como "necessariamente o número de planetas é maior que cinco" pode ser interpretada como uma afirmação sobre um conceito, viz. que o conceito «o número de planetas» necessariamente denota um objeto que possui a propriedade de ser maior que cinco, ou como uma afirmação diretamente sobre o objeto que esse conceito efetivamente denota, viz. que o número oito, que é o objeto que o conceito «o número de planetas» efetivamente denota, necessariamente possui a propriedade ser maior que cinco. A primeira interpretação é a leitura *de re,* na qual uma propriedade está sendo atribuída diretamente a um objeto. A segunda interpretação é a leitura *de dicto*, na qual fazemos uma afirmação sobre o conceito.

Com essa distinção, podemos explicar o que está acontecendo com nosso argumento sobre o número de planetas. De acordo com a leitura *de dicto,* a conclusão da inferência afirma que para qualquer mundo possível w, o número de planetas com respeito à w possui a propriedade de ser par com respeito à w, se possuir a propriedade de ser par com respeito ao mundo atual. A ideia central é que estamos atribuindo uma propriedade ao conceito «o número de planetas», viz. a propriedade de necessariamente denotar um número par, se atualmente denotar um número par. Nesse caso, intuitivamente essa afirmação é falsa, pois esse conceito denota o número um com respeito a um mundo possível no qual todos os planetas com exceção de Saturno foram destruídos, apesar de denotar o número oito com respeito ao mundo atual. Mas nesse caso, a inferência é inválida, pois da afirmação de que qualquer número necessariamente possui a propriedade de ser par, se atualmente for par, não se segue a afirmação de que o conceito «o número de planetas» necessariamente denota um número par, se atualmente denotar um número par.

De acordo com a leitura *de re,* a conclusão da inferência afirma que para qualquer mundo possível w, o número de planetas com respeito ao mundo atual é par com respeito a esse mundo possível w, se for par com respeito ao mundo atual. Aqui estamos atribuindo uma propriedade diretamente ao objeto denotado pelo conceito «o número de planetas», viz. a propriedade de necessariamente ser par, se atualmente for par. Nesse caso, a inferência é válida, pois da afirmação de que qualquer número necessariamente é par, se atualmente for par, se segue que o objeto atualmente denotado pelo conceito «o número de planetas» é necessariamente par, se atualmente for par. Isso porque estamos atribuindo atribuímos uma propriedade diretamente ao objeto, que é o mesmo em todos os mundos possíveis. Mas nesse caso a conclusão da inferência é verdadeira, pois o objeto atualmente denotado pelo conceito «o número de planetas», viz. o número oito, possui a propriedade de necessariamente ser par, se atualmente for par.

Esse caso ilustra como a substituição de expressões modalmente flexíveis no âmbito de operadores modais resulta em inferências problemáticas, que produzem um tipo característico de invalidade, como é o caso da leitura *de dicto* de nosso exemplo.

2.2. Frases modalmente flexíveis e falácias modais

O último conceito que precisamos é o conceito de frase *modalmente flexível*. Essa ideia exige alguns esclarecimentos preliminares. Usualmente o tipo de expressões que caracterizamos como modalmente rígidas ou flexíveis são *expressões referenciais*, i.e. expressões que possuem a função de denotar objetos. Por exemplo, as expressões "Sócrates" e "o número de planetas" aparentam ser expressões referenciais, na medida em que possuem a função de denotar objetos. No entanto, a estratégia de Kvanvig é argumentar que a expressão "$p_1 \land \neg Kp_1$" é modalmente flexível. Acontece que a expressão "$p_1 \land \neg Kp_1$" não é uma expressão referencial, mas sim uma *frase*, i.e. não é uma expressão que possui a função de denotar objetos, mas sim de expressar proposições. Portanto, para entendermos o argumento de Kvanvig, precisamos esclarecer em que sentido frases, mesmo não sendo expressões referenciais, ainda podem ser modalmente rígidas ou flexíveis.

Apesar de não ser claro que podemos falar de frases designando proposições, e de ser menos claro ainda que podemos falar de frases designando flexivelmente proposições, penso que podemos definir um conceito mais geral que chamarei de "designação*" e que é suficiente para formular a ideia de que frases podem ser expressões modalmente rígidas ou modalmente flexíveis. Para o caso das expressões referenciais, a definição de designação* é a seguinte:

> Uma expressão referencial "a" designa* um objeto x em uma frase como "Fa" se, e somente se, x é o objeto que deve satisfazer o predicado "F" para tornar a frase "Fa" verdadeira.

A ideia geral é que uma expressão referencial como "Sócrates" designa* um sujeito especifico em uma frase como "Sócrates é mortal" se, e somente se, é esse sujeito específico que deve satisfazer o predicado "é mortal" para tornar a frase "Sócrates é mortal" verdadeira. Utilizando esse conceito de designação*, podemos definir os conceitos de expressão referencial modalmente rígida e modalmente flexível da seguinte maneira:

> Uma expressão referencial "a" em uma frase como "Fa" é modalmente rígida se, e somente se, essa expressão "a" designa* o mesmo objeto x com respeito a qualquer mundo possível, i.e. é o mesmo objeto x que deve satisfazer o

> predicado "F" para tornar a frase "Fa" verdadeira com respeito a qualquer mundo possível.

A ideia geral é que uma expressão referencial como "Sócrates" em uma frase como "Sócrates é mortal" é uma modalmente rígida se, e somente se, "Sócrates" designa* um mesmo sujeito com respeito a qualquer mundo possível, i.e. é o mesmo sujeito que deve satisfazer o predicado "é mortal" para tornar a frase "Sócrates é mortal" verdadeira com respeito a qualquer mundo possível. Para o caso das expressões referenciais modalmente flexíveis, a definição é a seguinte:

> Uma expressão referencial "a" em uma frase como "Fa" é modalmente flexível se, e somente se, essa expressão "a" designa* diferentes objetos com respeito a diferentes mundos possíveis, i.e. são diferentes objetos que devem satisfazer o predicado "F" para tornar a frase "Fa" verdadeira com respeito a diferentes mundos possíveis.

A ideia geral é que uma expressão referencial como "o professor de Platão" em uma frase como "o professor de Platão é mortal" é uma expressão referencial modalmente flexível se, e somente se, "o professor de Platão" designa* diferentes sujeitos com respeito a diferentes mundos possíveis, i.e. são diferentes sujeitos que devem satisfazer o predicado "é mortal" para tornar a frase "o professor de Platão é mortal" verdadeira com respeito a diferentes mundos possíveis. Para o caso das frases, a definição de designação* é a seguinte:

> Uma frase "s" designa* uma proposição p em uma frase como "Fs" se, e somente se, é a proposição p que deve satisfazer o predicado "F" para tornar a frase "Fs" verdadeira.

A ideia geral é que uma frase como "A neve é branca" designa* uma proposição especifica em uma frase como "Que a neve é branca é conhecido" se, e somente se, é essa proposição específica que deve satisfazer o predicado "é conhecido" para tornar a frase "Que a neve é branca é conhecido" verdadeira. Utilizando esse conceito de designação*, podemos definir os conceitos de frase modalmente rígida e modalmente flexível da seguinte maneira:

> Uma frase "s" em uma frase como "Fs" é modalmente rígida se, e somente se, essa frase "s" designa* a mesma proposição p com respeito a qualquer mundo possível, i.e. é a mesma proposição p que deve satisfazer o predicado "F" para tornar a frase "Fs" verdadeira com respeito a qualquer mundo possível.

A ideia geral é que uma frase como "A neve é branca" em uma frase como "Que a neve é branca é conhecido" é uma frase modalmente rígida se, e somente se, essa frase "A neve é branca" designa* uma mesma proposição com respeito a qualquer mundo possível, i.e. é a mesma proposição que deve satisfazer o predicado "é conhecido" para tornar a frase "Que a neve é branca é conhecido" verdadeira com respeito a qualquer mundo possível. Para o caso das frases modalmente flexíveis, a definição é a seguinte:

> Uma frase "s" em uma frase como "Fs" é modalmente flexível se, e somente se, essa expressão "s" designa* diferentes proposições com respeito a diferentes mundos possíveis, i.e. são diferentes proposições que devem satisfazer o predicado "F" para tornar a frase "Fs" verdadeira com respeito a diferentes mundos possíveis.

A ideia geral é que uma frase como "A neve é branca" em uma frase como "Que a neve é branca é conhecido" é uma frase modalmente flexível se, e somente se, essa frase "A neve é branca" designa* diferentes proposições com respeito a diferentes mundos possíveis, i.e. são diferentes proposições que devem satisfazer o predicado "é conhecido" para tornar a frase "Que a neve é branca é conhecido" verdadeira com respeito a diferentes mundos possíveis.

Se essas definições estiverem em ordem, e penso que estejam, então faz sentido perguntar se a expressão "$p_1 \wedge \neg Kp_1$" é uma expressão modalmente rígida ou uma expressão modalmente flexível.

2.3. Os aspectos centrais do argumento de Kvanvig

De acordo com Kvanvig, o mesmo tipo de invalidade que é produzido pelas expressões referenciais modalmente flexíveis também é produzida pelas frases modalmente flexíveis. Mais especificamente, assim como a substituição de expressões referenciais modalmente flexíveis no âmbito de operadores modais produzem alguns tipos de inferências inválidas, a substituição de frases modalmente flexíveis no âmbito de operadores modais também produz inferências inválidas.

Considere novamente nossa inferência problemática sobre o número de planetas. Como a expressão "o número de planetas" é uma expressão modalmente flexível, então, sob a leitura *de dicto*, essa inferência é inválida. Pois como a expressão "o número de planetas" é modalmente flexível, existe a possibilidade dessa expressão designar um número com respeito ao mundo atual e outro número com respeito a outros mundos possíveis.

Agora considere a seguinte inferência presente na demonstração do paradoxo da conhecibilidade:

b.i. Para qualquer proposição p, se a proposição p é verdadeira, então é possível que a proposição p seja conhecida;

b.ii. Logo, se a proposição «p_1 *é verdadeira e desconhecida*» é verdadeira, então é possível que a proposição «p_1 *é verdadeira e desconhecida*» seja conhecida.

Se a expressão "p_1 é verdadeira e desconhecida" for uma expressão modalmente flexível, então, sob a leitura *de dicto*, essa inferência será inválida. Pois se a expressão "p_1 é verdadeira e desconhecida" for modalmente flexível, existe a possibilidade dessa expressão designar uma proposição com respeito ao mundo atual e outra proposição com respeito a outros mundos possíveis.

Essa é a ideia central da primeira premissa do argumento de Kvanvig, viz. que t*odas as inferências que dependem da substituição de expressões modalmente flexíveis no âmbito de operadores modais são inferências inválidas*.

Agora que os pontos centrais da posição de Kvanvig estão devidamente esclarecidos, podemos passar para uma discussão mais crítica.

2.4. Uma objeção contra Kvanvig: a leitura *de re*

A discussão sobre as falácias modais na seção anterior nos fornece motivos para pensar que uma inferência presente no paradoxo da conhecibilidade é inválida sob a leitura *de dicto*. No entanto, Kvanvig não oferece motivo algum para pensar que a inferência presente no paradoxo é inválida sob a leitura *de re*. Ao contrário, nossa discussão sobre falácias modais nos fornece motivos para pensar que esse tipo de inferência é na verdade válida sob a leitura *de re*. Considere novamente nossa inferência sobre o número de planetas:

(a.i) Para qualquer número n, se n é par, então é necessário que n seja par;

(a.ii) Logo, se *o número de planetas* é par, então é necessário que *o número de planetas* seja par.

A premissa (a.i) atribui uma propriedade diretamente aos números, viz. a propriedade de necessariamente ser par, se atualmente for par. Sob a leitura *de re*, a conclusão (a.ii) também atribui essa propriedade diretamente ao número atualmente designado pela expressão "o número de planetas", viz. a propriedade de necessariamente ser par, se atualmente for par. Nesse caso, como vimos, se a premissa for verdadeira, a conclusão também será verdadeira. Pois como essas propriedades estão sendo atribuídas diretamente aos números, não existe a possibilidade de estarmos falando de um número com respeito a um mundo possível, e de outro número com respeito a outro mundo possível. Por isso, nem todas as inferências que dependem da substituição de expressões modalmente flexíveis no âmbito de operadores modais são inválidas, viz. as leituras *de re* desse tipo de inferência são válidas.

Kvanvig poderia responder a essa objeção defendendo que apenas uma versão mais restrita dessa premissa é necessária para seu argumento. Ao invés de se comprometer com a afirmação mais geral de que qualquer expressão modalmente flexível sempre produzirá inferências inválidas, ele poderia se comprometer apenas com a afirmação mais restrita de que especificamente *frases* modalmente flexíveis sempre produzem inferências inválidas. Kvanvig poderia motivar essa ideia defendendo que, enquanto expressões referenciais modalmente flexíveis exibem uma ambiguidade entre uma leitura *de dicto* e uma leitura *de re*, frases modalmente flexíveis permitem apenas uma leitura *de dicto*. Assim, como a substituição de expressões modalmente flexíveis no âmbito de operadores modais são sempre inválidas sob a leitura *de dicto*, então todas as inferências que dependem da substituição de frases modalmente flexíveis no âmbito de operadores modais seriam inválidas.

Mas isso também não funciona. Pois uma propriedade característica de expressões modalmente flexíveis, incluindo frases modalmente flexíveis, é que elas sempre produzem uma ambiguidade entre uma leitura *de dicto* e uma leitura *de re*. Suponha que a frase "p_1 é verdadeira e desconhecida" seja uma frase modalmente flexível, e considere uma frase como "É possível que «p_1 é verdadeira e desconhecida» seja conhecida". Por um lado, claramente podemos interpretar essa frase sob uma leitura *de dicto*, segundo a qual estamos atribuindo uma propriedade apenas ao *dicto* «p_1 é verdadeira e desconhecida», viz. a propriedade de possivelmente designar uma proposição conhecida, se atualmente designar uma proposição verdadeira. Mas, por outro lado, também claramente podemos interpretar essa frase sob uma leitura *de re*, segundo a qual estamos atribuindo uma propriedade diretamente à proposição atualmente designada pela frase «p_1 é verdadeira e desconhecida», viz. a propriedade de possivelmente ser conhecida, caso atualmente seja verdadeira.

Nesse caso, mesmo que a expressão "p_1 é verdadeira e desconhecida" seja modalmente flexível, a demonstração de nosso paradoxo será válida se construída sob a leitura *de re*. Considere novamente a inferência em questão de nosso paradoxo:

> b.i. Para qualquer proposição p, se a proposição p é verdadeira, então é possível que a proposição p seja conhecida;
>
> b.ii. Logo, se a proposição *p_1 é verdadeira e desconhecida* é verdadeira, então é possível que a proposição *p_1 é verdadeira e desconhecida* seja conhecida.

Nesse caso, se a premissa for verdadeira, a conclusão também será verdadeira. Pois como as propriedades estão sendo atribuídas diretamente às proposições, então não existe a possibilidade de estarmos falando de uma proposição com respeito a um mundo possível, e de outra proposição com respeito a outro mundo possível.

Por isso, mesmo uma versão mais restrita dessa premissa continua sendo falsa. Nem todas as inferências que dependem da substituição de frases modalmente flexíveis, ou mais especificamente da expressão "p_1 é verdadeira e desconhecida", no âmbito de operadores modais são inválidas, viz. as leituras *de re* dessas inferências são válidas.

2.5. Outra objeção contra Kvanvig: a necessidade fixa

Até agora argumentei que existe uma leitura *de re* na qual a demonstração envolvida em nosso paradoxo é válida. Minha segunda objeção é que, mesmo que existisse apenas a leitura *de dicto*, ainda seria possível reconstruir essa demonstração utilizando do um conceito diferente de modalidade.

A ideia de definir diferentes conceitos de modalidade é uma ideia mais ou menos familiar. Como mencionado, nossa noção usual de modalidade pode ser representada como uma quantificação sobre mundos possíveis. Nossa noção usual de necessidade é representada como uma quantificação universal sobre mundos possíveis: algo é necessário se, e somente se, é o caso com respeito a todos os mundos possíveis. Similarmente, nossa noção usual de possibilidade é representada como uma quantificação existencial sobre mundos possíveis: algo é possível se, e somente se, é o caso com respeito a algum mundo possível.

Além de nossa noção usual de modalidade, podemos definir uma noção de modalidade física. Essa noção de modalidade física também pode ser representada como uma quantificação sobre mundos possíveis, com a diferença que restringimos essa quantificação para incluir apenas os mundos possíveis que possuam as mesmas leis da física que o mundo atual. Nesse caso, algo é fisicamente necessário se, e somente se, é o caso com respeito a todos os mundos possíveis que possuam as mesmas leis da física que o mundo atual. Similarmente, algo é fisicamente possível se, e somente se, é o caso com respeito a algum mundo possível que possua as mesmas leis da física que o mundo atual.

Em adição à noção de modalidade física, podemos também definir uma noção de *modalidade fixa*. Nesse caso restringimos a quantificação para incluir apenas os mundos possíveis que possuam o mesmo domínio de quantificação que o mundo atual. Assim, algo é fixamente necessário se, e somente se, é o caso com respeito a todos os mundos possíveis que possuam o mesmo domínio de quantificação que o mundo atual. Similarmente, algo é fixamente possível se, e somente se, é o caso com respeito a algum mundo possível que possua o mesmo domínio de quantificação que o mundo atual.

A consequência dessa noção de necessidade fixa é que, mesmo aceitando que a expressão "p_1 *é verdadeira e desconhecida*" é modalmente flexível na noção usual de modalidade, ela não será modalmente flexível nessa nova noção de modalidade. Essa definição bloqueia a solução de Kvanvig porque ele defende que a expressão "p_1 *é verdadeira e desconhecida*" é modalmente flexível em virtude dessa expressão ser a abreviação da expressão quantificada "p_1 *é verdadeira e não existe um sujeito que a conheça*", e em virtude do domínio de quantificação ser um elemento constituinte da proposição expressa por expressões quantificadas. E uma consequência dessa posição é que a expressão "*p_1 é verdadeira e desconhecida*" é modalmente flexível apenas se diferentes mundos possíveis possuírem diferentes domínios de quantificação.

Assim, se utilizarmos essa noção de necessidade fixa, então a expressão "*p_1 é verdadeira e desconhecida*" será modalmente rígida, e poderemos utilizar essa noção para reconstruir a inferência envolvida no paradoxo da conhecibilidade:

> b.i. Para qualquer proposição p, se a proposição p é verdadeira, então é fixamente possível que a proposição p seja conhecida;
>
> b.ii. Logo, se a proposição *p_1 é verdadeira e desconhecida* é verdadeira, então é fixamente possível que a proposição *p_1 é verdadeira e desconhecida* seja conhecida.

Como nossa noção de necessidade fixa exclui a variação no domínio de quantificação de mundo possível para mundo possível, então a expressão "*p_1 é verdadeira e desconhecida*" será modalmente rígida. Isso quer dizer que nossa demonstração será garantidamente válida, independentemente de ser construída sob a leitura *de dicto* ou sob a leitura *de re*.

2.6. Um pouco sobre a segunda premissa do argumento de Kvanvig

Até agora discutimos mais detalhadamente a premissa A.1 do argumento de Kvanvig, i.e. a premissa segundo a qual *todas as inferências que dependem da substituição de expressões modalmente flexíveis no âmbito de operadores modais são inferências inválidas*. Argumentei que essa premissa é falsa: A leitura *de re* dessas inferências são válidas e é possível definir conceitos de necessidade e possibilidade segundo os quais esse tipo de inferência é válida nas duas leituras. Portanto, penso que Kvanvig falha em defender que a demonstração do paradoxo da conhecibilidade é inválida.

Em todo caso, é interessante avaliar também a premissa A.2 do argumento de Kvanvig, i.e. a premissa segundo a qual *uma das inferências da demonstração do paradoxo da conhecibilidade depende da substituição de uma expressão modalmente flexível no âmbito de um operador modal*. A ideia central dessa premissa é que a expressão "$p_1 \wedge \neg Kp_1$" é modalmente flexível. Em linhas gerais, Kvanvig defende essa ideia com o seguinte argumento:

B.1. A teoria semântica correta das frases quantificadas é a teoria neo-russelliana da quantificação;

B.2. Se a teoria neo-russelliana da quantificação é correta, então expressões quantificadas são modalmente indexicais;

B.3. Expressões modalmente indexicais são expressões modalmente flexíveis;

B.4. Logo, como a expressão "$p_1 \wedge \neg Kp_1$" é a abreviação da expressão quantificada "$p_1 \wedge \neg \exists s \exists t\ Kstp_1$", então essa expressão é modalmente flexível.

Uma discussão mais detalhada desses pontos foge ao escopo deste artigo, mas o leitor interessado pode consultar Francisco (2013), onde discuto esses pontos em mais detalhes.

3. Conclusão

Como o leitor provavelmente percebeu, o paradoxo da conhecibilidade é um problema relativamente complexo, que se relaciona com problemas de diferentes áreas da filosofia.

Discussões na área da filosofia da linguagem são relevantes para sabermos se alguma inferência na demonstração do paradoxo depende de alguma substituição de expressões modalmente flexíveis no âmbito de operadores modais, e até que ponto isso é problemático. Discussões na área da filosofia da lógica são relevantes para sabermos se, dentre outros, o conceito de conhecimento de diferentes ordens devem ser distinguidos, ou se contradições podem ser verdadeiras, ou se a lógica intuicionista é preferível à lógica clássica. Finalmente, discussões na área da teoria do conhecimento são relevantes para entendermos melhor a natureza do conceito de conhecibilidade, e considerarmos se a tese da conhecibilidade deve ser formulada em termos de conhecimento possível, ou capacidades para conhecer, ou conhecimento potencial.

Assim como outras áreas da filosofia são relevantes para o paradoxo da conhecibilidade, os problemas levantados por esse paradoxo também prometem ser relevantes para outras áreas da filosofia. O exemplo mais direto aqui, sem dúvida, são as teorias anti-realistas afetadas diretamente pelo paradoxo. Independentemente de ele ser uma refutação dessas teorias ou de ser uma motivação para encontrarmos formulações mais sofisticadas delas, o paradoxo da conhecibilidade sem dúvida força os anti-realistas a confrontarem novos problemas.

Portanto, uma compreensão aprofundada do paradoxo da conhecibilidade promete uma compreensão correspondentemente aprofundada sobre diversas questões cruciais sobre os limites de nosso conhecimento e sobre diversos outros problemas em diferentes áreas da filosofia.

Referências

Beall, J. C. "Knowability and Possible Epistemic Oddities", in New Essays on the Knowability Paradox, editado por Joe Salerno, Oxford University Press, 2009 , 106-125

Beall, J. C. "Fitch's proof, verificationism, and the knower paradox". Australasian Journal of Philosophy, 2000 , 78 , 241-247

Bell, D. & Hart, W. D. "The Epistemology of Abstract Objects". Proceedings of the Aristotelian Society, Supplementary Volumes, 1979 , 53 , 1-32

Bermudez, J. L. "Truth, Indefinite Extensibility, and Fitch's Paradox" in New Essays on the Knowability Paradox, editado por Joe Salerno, Oxford University Press, 2009

Brogaard, B. & Salerno, J. "Clues to the paradoxes of knowability: reply to Dummett and Tennant". Analysis, Oxford University Press, 2002 , 62 , 143-150

Brogaard, B. & Salerno, J. "Knowability and a Modal Closure Principle", American Philosophical Quarterly, University of Illinois Press, 2006 , 43 , 261-270

Brogaard, B. & Salerno, J. "Knowability, Possibility and Paradox", New Waves in Epistemology, editado por V. Hendricks, Palgrave Macmillan, 2008

Carrara, M. & Fassio, D. "Why Knowledge Should Not Be Typed: An Argument against the Type Solution to the Knowability Paradox". Theoria, Philosophy Department, Stockholm University, 2011 , 77 , 180-193

Church, A. "Referee Reports on Fitch's 'A Definition of Value' ", in New Essays on the Knowability Paradox, editado por Joe Salerno, Oxford University Press, 2009 , 13-20

DeVidi, D. & Solomon, G. "Knowability and Intuitionistic Logic", Philosophia, Springer

Netherlands, 2001 , 28 , 319-334

DeVidi, D. & Kenyon, T. "Analogues of Knowability". Australasian Journal of Philosophy, Taylor & Francis, 2003 , 81 , 481-495

Dummett, M. "Fitch's Paradox of Knowability" in New Essays on the Knowability Paradox, editado por Joe Salerno, Oxford University Press, 2009 , 51-52

Edgington, D. "The Paradox of Knowability". Mind, 1985 , 94 , 557-568

Edgington, D. "Possible knowledge of unknown truth". Synthese, 2010 , 173 , 41-52

Fara, M. "Knowability and the capacity to know". Synthese, 2010 , 173 , 53-73

Fitch, F. B. "A Logical Analysis of Some Value Concepts". The Journal of Symbolic Logic, 1963 , 28 , 135-142

Francisco, I. B. Será o paradoxo da conhecibilidade uma falácia modal? Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Programa de Pós Graduação em Lógica e Metafísica, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2013.

Fuhrmann, A. "Knowability as Potential Knowledge". Synthese, 2014 , 191 , 1627-1648

Halbach, V. "On a side effect of solving Fitch's paradox by typing knowledge". Analysis, Oxford University Press, 2008 , 68 , 114-120

Hart, W. D. & McGinn, C. "Knowledge and necessity". Journal of Philosophical Logic, Springer, 1976 , 5 , 205-208

Hand, M. & Kvanvig, J. L. "Tennant on Knowability". Australasian Journal of Philosophy, 1999 , 77 , 422-428

Hand, M. "Knowability and Epistemic Truth". Australasian Journal of Philosophy, 2003 , 81 , 216-228

Kvanvig, J. L. "The Knowability Paradox and the Prospects for Anti-Realism". Noûs, 1996 , 29 , 481-500

Kvanvig, J. L. The Knowability Paradox. Oxford University Press, 2006

Lindström, S. "Situations, Truth and Knowability: A Situation-Theoretic Analysis of a Paradox by Fitch" in Logic, Action and Cognition: Essays in Philosophical Logic, editado por E. Ejerhed & S. Lindström, Kluwer Academic Publishers, 1997 , 183-210

Linsky, B. "Logical Types in Some Arguments about Knowability and Belief", in New Essays on the Knowability Paradox, editado por Joe Salerno, Oxford University Press, 2009, 163-181

Mackie, J. L. "Truth and knowability". Analysis, 1980 , 40 , 90-92

Paseau, A. "Fitch's argument and typing knowledge". Notre Dame Journal of Formal Logic, University of Notre Dame, 2008 , 49 , 153-176

Maffezioli, P.; Naibo, A. & Negri, S. "The Church-Fitch knowability paradox in the light of structural proof theory". Synthese, 2012

Paseau, A. "How to type: reply to Halbach". Analysis, Oxford University Press, 2009 , 69 , 280-286

Percival, P. "Knowability, actuality, and the metaphysics of context-dependence", Australasian Journal of Philosophy, 1991 , 69 , 37-41

Percival, P. "Fitch and Intuitionistic Knowability", Analysis, Oxford University Press, 1990 , 50 , 182-187

Priest, G. "Beyond the Limits of Knowledge" in New Essays on the Knowability Paradox, editado por Joe Salerno, Oxford University Press, 2009 , 93-104

Rabinowicz, W. & Segerberg, K. "Actual truth, possible knowledge". Topoi, 1994 , 13 , 101-115

Rasmussen, S. A. "The Paradox of Knowability and the Mapping Objection" in New Essays on the Knowability Paradox, editado por Joe Salerno, Oxford University Press, 2009 , 53-75

Routley, R. "Necessary Limits to Knowledge: Unknowable Truths" in Essays in Scientific Philosophy, Dedicated to Paul Weingartner / Philosophie als Wissenschaft, Paul Weingartner gewidmet, editado por M. Edgar N. Otto & Z. Gerhard, Bad Reichenhall: Comes Verlag, 1981 , 93-115. (Reimpresso em Synthese, 2010 , 173 , 107-122)

Rosenkranz, S. "Fitch back in action again?". Analysis, Blackwell Synergy, 2004 , 64 , 67-71

Schlesinger, G. N. The Range of Epistemic Logic. Aberdeen University Press, 1985

Tennant, N. "Is every truth knowable? Reply to Hand and Kvanvig". Australasian journal of philosophy, 2001 , 79 , 107-113

Tennant, N. "Is every truth knowable? Reply to Williamson". Ratio, 2001 , 14 , 263-280

Tennant, N. "Victor vanquished" Analysis, Oxford University Press, 2002 , 62 , 135-142

Tennant, N. "Revamping the Restriction Strategy" in New Essays on the Knowability Paradox, editado por Joe Salerno, Oxford University Press, 2009 , 224-238

Tennant, N. "Williamson's Woes". Synthese, 2010 , 173 , 9-23

Williamson, T. "Intuitionism disproved?". Analysis, 1982 , 42 , 203-207

Williamson, T. "On Knowledge of the Unknowable". Analysis, 1987 , 47 , 154-158

Williamson, T. "Knowability and constructivism" The Philosophical Quarterly, 1988 , 38 , 422-432

Williamson, T. "On intuitionistic modal epistemic logic", Journal of Philosophical Logic, 1992 , 21 , 63-89

Williamson, T. "Structural Unknowability", in Knowledge and its Limits, Capítulo 12, Oxford University Press, 2000 , 270-301

Williamson, T. "Tennant on knowable truth". Ratio, 2000 , 13 , 99-114

Williamson, T. "Tennant's Troubles" in New Essays on the Knowability Paradox, editado por Joe Salerno, Oxford University Press, 2009 , 183-204

Williamson, T. "Edgington on Possible Knowledge of Unknown Truth" in Conditionals, Probability & Paradox: Themes from the Philosophy of Dorothy Edgington, Oxford University Press, no prelo.