# UMA PROPOSTA HISTÓRICO-TEMÁTICA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA: TEOREMA DE TALES E TEOREMA DE PITÁGORAS

# Márcia Nunes Santos<sup>1</sup>, Marger da Conceição Ventura Viana<sup>2</sup>

**Resumo**: O objetivo desta pesquisa é desenvolver atividades histórico-temáticas envolvendo a História da Matemática relativa ao Teorema de Tales e Teorema de Pitágoras, contribuindo para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem desses conteúdos. Será elaborado um sistema de atividades a serem desenvolvidas por duas turmas do 9º Ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal localizada no distrito de Santo Antônio do Leite, Ouro Preto, Minas Gerais. A coleta de dados será feita por meio de um pré-teste, pós-teste, questionários, registros das atividades e caderno de campo da pesquisadora. A análise dos dados será feita de forma qualitativa e quantitativa. Procurar-se-á verificar se houve e quais foram as contribuições que a proposta de ensino promoveu para a aprendizagem dos conteúdos pretendidos.

Palavras-chave: História da Matemática; Teorema de Tales e Teorema de Pitágoras.

## 1 Introdução

O interesse pela História da Matemática foi despertado na elaboração da monografia para o Curso de Especialização em Educação Matemática, realizado pela autora na Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP). A reflexão quanto à utilização da História nas aulas de Matemática surgiu do estudo de textos diversos de pesquisadores da área.

Do referido estudo se depreendeu que a década de 1980 foi importante no cenário internacional, porque nessa época se concentraram as discussões históricas relativas à Matemática, ao seu ensino e à sua aprendizagem (ROSA BARONI e SÉRGIO NOBRE, 1999). A partir de algumas questões voltadas para esse processo, a História da Matemática passou a receber uma maior atenção enquanto área do conhecimento.

As discussões históricas relativas à Matemática ganharam destaque em um Workshop História da Educação Matemática, em Toronto, Canadá, e ocorreu na mesma ocasião da criação do Internacional Study Group on the Relations between the History and Pedagogy of Mathematics (HPM), grupo filiado à Comissão Internacional de Ensino da Matemática (ICMI).

No cenário nacional, foi a partir de 1990 que pesquisas se ampliaram expressivamente envolvendo elementos históricos, não apenas em propostas curriculares, mas em coleções de livros didáticos e paradidáticos. Nesse sentido, os trabalhos desenvolvidos em História da Matemática e História da Educação Matemática adquiriram destaque a partir da criação da Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), em 30 de Março de 1999, no III Seminário Nacional de História da

\_

Matemática, realizado em Vitória, Espírito Santo. A sede desta sociedade localiza-se na UNESP - Rio Claro, São Paulo.

A SBHMat preocupa-se também em mostrar a importância de explorar mais a História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, visto que esta área de pesquisa, no Brasil, ainda é bastante recente, com pouco mais de duas décadas. Isto é comprovado pelo lançamento de coleções de pequenos livros-textos dirigidos ao uso da História da Matemática na sala de aula em cada um dos Seminários Nacionais realizados pela SBHMat.

No que se refere à História da Matemática como área do conhecimento, Baroni e Nobre (1999) afirmam que:

apesar da História da Matemática estar ganhando destaque no meio acadêmico-educacional e se destacando como instrumento para propostas didático-pedagógicas, bem como a Modelagem Matemática, a Etnomatemática, a Informática, entre outras, não se deve esquecer que antes de tudo a História da Matemática é uma área do conhecimento matemático, um campo de investigação e, portanto, não pode ser analisada simplesmente como um instrumento metodológico (BARONI, NOBRE, 1999, p.129).

Contudo, relacionar a História da Matemática com seu ensino não é uma proposta recente. Antônio Miguel (1993) expôs sua preocupação quanto à importância da história na Educação Matemática e ainda conseguiu apontar a necessidade de resgatar a Educação Matemática na história, recorrendo diversas vezes à Filosofia da Matemática. Afinal, segundo ele:

(...) não se pode compreender suficientemente bem ou pelo menos não se pode avaliar de forma consequente a importância da história na Educação Matemática sem que se resgate, de algum modo, a Educação Matemática na história (MIGUEL, 1993, p. 18).

Essa questão colocada é importante pelo motivo de buscar compreender a inserção da própria Educação Matemática na história e, consequentemente, a sua contribuição para o ensino da Matemática. Dessa maneira, propor atividades de ensino que se fundamentam e se apóiam na história para ensinar Matemática, sem fazer da história simplesmente uma ação motivadora, é uma das justificativas desse trabalho. E nessa perspectiva se encontra um importante apoio em Miguel ao afirmar que:

(...) se a história, podendo motivar, não necessariamente motiva, e não motiva a todos igualmente e da mesma forma, parece-nos que a categoria motivação constitui-se numa instância problemática de justificação para a incorporação da história no ensino (MIGUEL, 1993, p. 70).

Portanto, o que se propõe vai além da abordagem de uma história apenas motivadora, mas aquela que apresente significados para a construção de conhecimentos matemáticos.

Assim, a proposta de ensino que se pretende é mais do que utilizar a história simplesmente como instrumento de motivação, ou de enfatizar o uso de uma história-anedotária, com o pretexto de descontrair a sala de aula, e tão pouco utilizá-la sob a forma de boatos históricos sobre a vida particular de matemáticos a exemplo dos motivos da morte de Galois. Informações desse tipo são desnecessárias por vários motivos, pois nada contribuem para a aprendizagem matemática dos alunos.

Acredita-se que a história possa contribuir pouco para a aprendizagem dos alunos quando utilizada apenas para fazer comentários biográficos de matemáticos ou sobre suas criações isoladamente, ou seja, sem um contexto ou um propósito para citar tais fatos. Isto significa utilizar a história sem que ela auxilie a promover a aprendizagem matemática dos alunos.

Por outro lado, o que se propõe é a utilização da história através da resolução de problemas que geraram teorias, porque faz sentido que o estudante veja na história alguns porquês de se criar determinada Matemática. Mas é necessário cautela na escolha dos problemas, afinal o objetivo não é, necessariamente, apresentar aos alunos problemas discutidos há séculos e até incorrer no risco de que os mesmos não mais façam sentido para eles.

Nobre (1996) discute exatamente a importância de se fomentar um pensamento questionador nos alunos durante as aulas de Matemática, a fim de que os mesmos percebam o desenvolvimento dessa ciência, através dos "porquês" do surgimento de um assunto, ou do aparecimento de determinados teoremas em certa época na sociedade. Essas indagações proporcionam tanto ao aluno, quanto ao professor, oportunidades de questionar sobre a falibilidade da Matemática, que muitas vezes é vista como uma ciência inquestionável. Este autor propõe que se tente "acompanhar o conceito a ser trabalhado a partir de seu desenvolvimento histórico. Em vez de se ensinar a praticidade dos conteúdos escolares, investe-se na fundamentação deles. Ao invés de ensinar o para quê, ensina-se o porquê das coisas" (NOBRE, 1996, p. 31).

Com efeito, desenvolver um trabalho fundamentado na História da Matemática vai além da utilização do fato histórico da mesma forma ocorrida no passado. Agir assim é até mesmo desaconselhável, uma vez que, "toda reconstituição é, na verdade, uma nova constituição, uma nova leitura" (MIGUEL, 1993, p. 18) e pensar que é possível repetir os passos da mesma forma que os seus criadores fizeram é uma ingenuidade. Portanto, a idéia fundamental é fazer da história uma potencialidade no processo de ensino e aprendizagem.

Enfatiza-se novamente que a intenção dessa pesquisa não é apenas utilizar a história como uma fonte de motivação para ensinar determinados conteúdos matemáticos, nem tão pouco, induzir o professor a contar histórias em sala de aula com a intenção de apresentar biografias isoladas, mas de apresentar relações entre a História da Matemática e a aprendizagem por meio de atividades contextualizadas, plena de significados para o aluno.

Portanto, a maneira com que se propõe abordar a história é uma combinação de alguns argumentos citados por Miguel (1997) que reforçam as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, por exemplo, a história como uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos e informativos a serem incorporados nas aulas de Matemática; um instrumento de formalização de conceitos matemáticos; e um instrumento que pode promover a aprendizagem da Matemática plena de significados e, portanto compreensiva para o aluno.

Desenvolver atividades de ensino envolvendo a História da Matemática e que contribuam para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática é o produto a ser apresentado neste trabalho. Principalmente porque se tem observado trabalhos que trazem discussões, mas nenhuma proposta sobre o uso didático da história. Segundo Miguel (1993, p. 30), "permanecem ao nível de generalidades abstratas".

Portanto, acredita-se em uma contribuição significativa da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem, pois "se ela é, por um lado, instrumento de compreensão e avaliação acreditamos também que ela possa ser instrumento de superação e re-orientação das formas de ação, isto é, de transformação" (MIGUEL, 1993, p. 32).

## 2 Problema, Objeto de Estudo e Objetivo

A partir de uma revisão da literatura e de observações quanto à utilização da História da Matemática como recurso pedagógico, delineou-se esta pesquisa levantando a hipótese de que a História da Matemática é indissociável do processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Assim, o propósito dessa pesquisa é construir, implementar e analisar uma proposta de ensino de Geometria Plana para alunos do Ensino Fundamental. Tal proposta fundamentar-se-á na História da Matemática.

#### 2.1 Questão de Investigação

Considerando a hipótese de trabalho sobre a importância da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem de Matemática, formulou-se o seguinte problema de investigação concernente à Geometria no Ensino Fundamental: Como elaborar uma proposta histórico-temática de ensino e aprendizagem de Matemática sobre Teorema de Tales e Teorema de Pitágoras para o 9º Ano do Ensino Fundamental?

Consequentemente, o objeto de estudo é o desenvolvimento e a elaboração de uma proposta de ensino histórico-temática de ensino e aprendizagem de Matemática sobre Teorema de Tales e Teorema de Pitágoras para o 9º Ano do Ensino Fundamental.

#### 2.2 Objetivo Geral

Pretende-se, por meio dessa pesquisa, verificar quais são as possíveis vantagens de se utilizar a História da Matemática em uma proposta histórico-temática de ensino e aprendizagem de Matemática sobre o Teorema de Tales e Teorema de Pitágoras a ser desenvolvida no 9º Ano do Ensino Fundamental. Essa proposta será o produto educacional a ser apresentada ao Mestrado Profissional em Educação Matemática, em curso pela autora.

#### 2.3 Objetivos Específicos

Elaborar uma proposta pedagógica, histórica e temática, plena de significados para o aluno.

Propor atividades contextualizadas em sala de aula sobre os conteúdos Teorema de Tales e Teorema de Pitágoras a ser desenvolvida no 9º Ano do Ensino Fundamental.

#### 2.4 A pesquisa

O trabalho é iniciado com uma pesquisa teórico-bibliográfica a partir da análise de dissertações, teses, livros e artigos relacionados à História da Matemática, História da Educação Matemática e textos mais específicos como a utilização da História da Matemática como recurso pedagógico. Dentre os autores consultados destacam-se Antônio Carlos Brolezzi (1991), Nobre (1996), Carlos Vianna (1998), Maria Ângela Miorim (1998), Baroni e Nobre (1999), e Miguel (1993, 1997, 2005).

Para melhor fundamentar essa pesquisa, foi realizado um levantamento no banco de teses da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) no dia 26 de março, às 16h45min e averiguado que no período de 1991 a 2008 foram defendidas oitenta e duas (82)

dissertações e vinte e três (23) teses cujo tema envolvia a História da Matemática e História da Educação Matemática. Dentre esse número, 14 traziam como tema central a utilização da História da Matemática no processo de ensino-aprendizagem.

Com isso, a partir do estudo da literatura pertinente, serão levantadas hipóteses numa perspectiva de propor um sistema de atividades para o desenvolvimento de conteúdos relacionados à geometria estudada no 9º Ano do Ensino Fundamental.

A pesquisa de campo terá o pesquisador participante e abordagens qualitativa e quantitativa na análise dos dados coletados. As nuances principais serão de pesquisa qualitativa, pois testes estatísticos não serão privilegiados. Apenas após a coleta, os dados serão quantificados e calculadas porcentagens para facilitar a análise.

O desenvolvimento das atividades pelos pesquisados está previsto para ser realizado no 2º semestre de 2010. Os pesquisados serão alunos regularmente matriculados no 9o Ano do Ensino Fundamental, em duas turmas de uma escola pública. Uma turma tem 24 alunos matriculados e a outra 23. Este número será mantido se nenhum aluno se transferir ou não quiser participar da pesquisa.

As atividades elaboradas pela pesquisadora em conjunto com a orientadora da pesquisa, que também acompanhará seu desenvolvimento, serão realizadas pelos alunos (sujeitos da pesquisa) sob orientação e supervisão da pesquisadora.

A proposta será implementada numa escola municipal localizada no distrito de Santo Antônio do Leite, pertencente ao município de Ouro Preto, Minas Gerais. Trata-se de uma escola do Ensino Fundamental que oferece ensino do 5º ao 9º Ano no horário matutino, das 7 horas às 11:30 horas, e no período vespertino as séries iniciais (1º ao 4º ano). A matrícula na escola é de 214 alunos no período matutino e 147 no vespertino. A escola é frequentada por alunos de baixo nível sócio-econômico.

A escolha da escola se deu pelo fato dela ser o local de trabalho da pesquisadora. Isto facilitou o acesso `a escola pois assim a pesquisa se dará nas turmas da pesquisadora, evitando contratempos com a dependência de utilização de tempos e espaços de outros professores. O contato com a direção da escola já foi feito e a proposta apresentada (características, justificativa, duração, natureza das atividades e dos instrumentos utilizados: pré-teste, questionário e pós-teste) foi autorizada e bem recebida. A diretora e a vice-diretora mostraram-se favoráveis ao seu desenvolvimento. Ficou claro que a própria pesquisadora conduzirá as atividades e que os conteúdos a serem desenvolvidos serão aqueles previstos para o 4º Bimestre, sem prejuízo de carga horária da disciplina.

Com isso, espera-se a autorização formal de todos os envolvidos para realização da pesquisa, isto é, a assinatura dos termos de esclarecimento e consentimento pelos pais e alunos.

Os nomes dos participantes serão codificados para evitar identificação e constrangimento a quem deixar de ter êxito na atividade. Aqueles que não quiserem participar ou faltarem a alguma atividade não serão contabilizados para efeito da pesquisa, pois qualquer falta poderá causar diferença nos resultados, porém não serão avisados para não se sentirem excluídos. Assim, a pesquisa não causará prejuízos ou acanhamento aos alunos. Caso haja desistência não haverá reposição, pois as atividades não serão repetidas. A pesquisa de campo terá a duração aproximada de oito semanas, com encontros de 3 horas semanais, perfazendo um total de 24 horas.

Para a constituição do grupo a ser pesquisado, será feito um convite aos alunos do 9º ano, cujas idades variam entre 14 e 17 anos. O grupo trabalhará em duplas, e individualmente, conforme a atividade a ser desenvolvida.

As atividades serão desenvolvidas no próprio horário das aulas de Matemática, pois acontecerão desde o momento em que os conteúdos forem introduzidos, isto é, o Teorema de Tales e o Teorema de Pitágoras. Por esse motivo foi destinado um período de 4 semanas para o desenvolvimento da pesquisa de campo. As atividades serão realizadas às segundas, terças e quartas feiras, no horário normal das aulas.

O projeto será implementado no horário da aula e cada encontro terá duração de um a dois horários, isto é, de 40 minutos a uma hora e vinte minutos e as atividades serão conduzidas pela própria pesquisadora.

A pesquisa será iniciada com um questionário com a finalidade de verificar quais são as informações que os pesquisados têm sobre a História da Matemática, e se têm o hábito de aprender os conteúdos da Matemática com o auxílio da História. Tal instrumento terá como função diagnosticar o estágio inicial de conhecimentos dos alunos e também servir de base para a construção de atividades dentro da proposta de ensino.

As atividades serão desenvolvidas em sala de aula a partir do término dos conteúdos ministrados que antecedem tanto o Teorema de Tales quanto o Teorema de Pitágoras, isto é, após o estudo de razão e proporção, segmentos proporcionais e feixe de retas paralelas e haver sido comprovada a aprendizagem destes conteúdos pelos alunos. As atividades poderão ser desenvolvidas individualmente ou em dupla, conforme suas especificidades. A inserção das atividades tem o propósito de contribuir para uma aprendizagem plena de significados para o aluno e não apenas memorística.

Espera-se com isso, que os alunos ativem os conceitos de razão e proporção; reconheçam que a razão entre dois segmentos é a razão entre os números que expressam suas medidas, tomadas na mesma unidade; que quatro segmentos são proporcionais quando os números que expressam suas medidas, na mesma unidade, formam uma proporção; o feixe de retas paralelas como um conjunto de três ou mais retas paralelas entre si; e apliquem a propriedade do feixe de retas paralelas cortadas por uma transversal, conteúdos esses já estudados em anos anteriores.

Após a ativação desses conteúdos, far-se-á a introdução do Teorema de Tales. Contudo, antes de enunciar esse teorema considera-se interessante propor a seguinte atividade: pedir para que cada aluno desenhe três retas paralelas cortadas por duas transversais, como indicado na figura 1. Em seguida, medir os segmentos utilizando uma régua graduada, e preencher o quadro 1 a seguir:

Segmento	Medida (cm)
AB	
BC	
AC	
DE	
EF	
DF	

Quadro 1:medidas dos segmentos

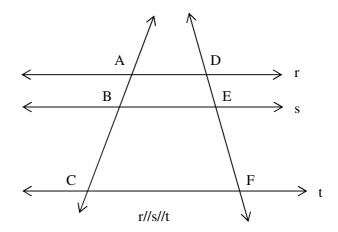


Figura 1: Feixe de retas paralelas cortadas por transversais

Com o conhecimento que os alunos já possuem, solicitar-se-á que encontrem as proporções relacionando os segmentos AB, BC, DE e EF. Em seguida, mantendo fixas as retas transversais e fazer movimentos com as retas paralelas, de forma que o espaço entre as paralelas r e s dobre. A partir dessa alteração, refazer a tabela com as medições dos segmentos formados. A realização das atividades irá preparar o aluno para a demonstração e para a compreensão do enunciado do Teorema de Tales.

Quanto às atividades sobre o Teorema de Pitágoras, é necessário que o aluno já consiga reconhecer um triângulo retângulo, a hipotenusa e os catetos. Após o enunciado e a demonstração desse Teorema, o aluno deve ser capaz de aplicá-lo para encontrar as medidas desconhecidas dos lados de um triângulo retângulo e saber aplicar esse mesmo teorema no cálculo da medida da diagonal de um quadrado e no cálculo da medida da altura de um triângulo eqüilátero. Para a movimentação das figuras, utilizar o geoplano.

#### 2.5 O geoplano

Pode se considerar que o geoplano foi introduzido pelo matemático inglês Dr. Caleb Gattegno em 1961. Existe uma variedade de geoplanos. Podem ser tabuleiros quadrados, retangulares ou circulares que levam pregos em determinada distribuição para que se possam prender os elásticos, podendo ser confeccionados em madeira natural ou pintados, nos quais são marcadas malhas quadriculadas ou pontilhadas. Em cada vértice dos quadrados construídos fixa-se um prego, onde se prenderão os elásticos usados para "desenhar" sobre o geoplano (os elásticos são do tipo para amarrar dinheiro, de preferência de cores variadas que tornam o material mais alegre e divertido). Podem-se criar geoplanos de vários tamanhos, de acordo com o número de pinos de seu lado, por exemplo, 5x5, ou seja, cada lado do geoplano tem 5 pinos (pregos). A palavra geoplano vem do inglês "geoboards" ou do francês "geoplans" onde "geo" vem de geometria e plano, tábua ou tabuleiro ou superfície plana dando a origem da palavra (GELSA KNIJINIK et al, 1996).

O geoplano é um recurso muito rico para o ensino da Matemática, pois seu uso permite a construção de conceitos e a resolução de problemas por meio da integração da geometria às grandezas e medidas, aos números e operações e à álgebra. Auxilia no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, oferecendo um apoio à representação mental, etapa para o caminho da abstração, proporcionando experiências aos estudantes. A título de exemplos podem ser realizadas atividades de exploração para o desenvolvimento de habilidades relativas à exploração espacial; à discriminação visual; à construção das noções de área e perímetro; comparação de áreas e perímetros; à compreensão da idéia de fração; à construção de números irracionais; à compreensão de simetria, reflexão, rotação e translação e muitas outras, de acordo com a imaginação do professor.

Estas atividades também podem ser realizadas com o apoio de softwares apropriados, porém, como a escola não dispõe de um laboratório de computação, nem mesmo de computadores avulsos, optou-se pelo geoplano, acreditando-se não haver perda da qualidade.

## 3 Considerações

Após a realização das atividades e do levantamento dos registros das mesmas, procurar-se-á verificar se houve e quais foram as contribuições que a proposta de ensino promoveu. Considerar-se-á como contribuições os avanços na habilidade de interpretar, resolver e aplicar os conteúdos aprendidos a novas situações.

Finalizada a pesquisa, pretende-se anunciar os resultados encontrados à direção da escola, aos pais e alunos, bem como a todos os interessados da comunidade escolar.

A versão final da proposta de ensino (com base nos resultados da pesquisa) será disponibilizada em CD para consulta e utilização dos interessados no tema do estudo, se possível. Planeja-se também uma versão impressa. O propósito é contribuir de modo concreto para a melhoria do ensino e da aprendizagem de Geometria Euclidiana, mais especificamente os teoremas de Tales e de Pitágoras.

Acredita-se e espera-se que este estudo possa reverter positivamente para a comunidade escolar, visto que a aprendizagem de Geometria Plana ainda é um conteúdo considerado difícil para alguns alunos.

#### Referências

- [1] BARONI, R. L. S. e NOBRE, S. A Pesquisa em História da Matemática e Suas Relações com a Educação Matemática. In: BICUDO, M. A.(org.). *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: UNESP, 1999.p. 129-136.
- [2] BROLEZZI, A. C. *Arte de Contar: uma Introdução ao Estudo da História da Matemática*. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 1991.
- [3] KNIJINIK, G., BASSO, M.V., KLÜSENERM R. Aprendendo e ensinando matemática com o geoplano. UNIJUI Ed., 1996.
- [4] MIGUEL, A. *Três estudos sobre história e educação matemática*. Tese de doutorado. Faculdade de Educação UNICAMP, 1993.
- [5] MIGUEL, A. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. In: *ZETETIKË*-CEMPEM,-FE/UNICAMP, V. 5- N. 8-Ju.l/Dez. de 1997, p. 73-103.
- [6] MIGUEL, A. MIORIM, M.A. *História na Educação Matemática*: propostas e desafios. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
- [7] MIORIM, M. A. Introdução à História da Educação Matemática. São Paulo: Atual Editora. 1998.
- [8] NOBRE, S. Alguns "porquês" na História da Matemática e suas contribuições para a Educação Matemática. In: Cadernos CEDES 40. *História e Educação Matemática*. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus. 1996. p.29-35.
- [9]VIANNA, C. R. Usos didáticos para a História da Matemática. In: *Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática*. (Ed.) Fernando R. Neto. Recife-PE, 1998. pp.65-79.