

INVESTIGAÇÕES MATEMÁTICAS

Daiana Katiúscia Santos Corradi¹

Resumo: Tomando por base a importância das atividades investigativas para o ensino e aprendizagem, este artigo apresenta algumas definições, aspectos e considerações acerca dessa estratégia didática metodológica. O artigo, um recorte da pesquisa de mestrado em fase de desenvolvimento, evidencia as diferenças entre a atividade investigativa e outras atividades matemáticas bem como possíveis obstáculos na execução desse tipo de tarefa. O objetivo da pesquisa é a elaboração de uma sequência de atividades que culmina com uma investigação matemática no estudo das funções seno e cosseno. A sequência inclui atividades envolvendo questões abertas, exploratórias, e uma investigação com o intuito que os estudantes, além de atribuírem significados às propriedades de amplitude, período, imagem das funções, também desenvolvam habilidades investigativas. Dessa forma, o presente artigo trata de questões relativas à investigação matemática como sua relevância, as investigações entre outras atividades matemáticas, o papel do professor, o desenvolvimento e realização das tarefas investigativas e possíveis obstáculos ao desenvolvimento da atividade.

Palavras-chave: Investigação matemática, Ensino e Aprendizagem.

1 Introdução

Os estudos em educação matemática realizados em diversos países mostram que as concepções e atitudes dos alunos sobre Matemática e a aprendizagem constituem um fator que interfere de forma positiva ou negativa com o modo como eles se envolvem em sala de aula. A literatura sobre investigações matemáticas, embora ainda recente no Brasil, tem evidenciado as potencialidades dessa estratégia metodológica. Neste artigo, um recorte do referencial bibliográfico sobre investigações matemáticas para uma pesquisa de mestrado profissional em Educação Matemática, aponta à relevância, papel do professor, a investigação matemática dentre outras tarefas matemáticas, desenvolvimento e realização das atividades investigativas bem como possíveis obstáculos.

Considerando a importância educacional das investigações matemáticas, procuramos evidenciar algumas concepções, alguns aspectos e considerações que nos pareceram importantes em relação às atividades investigativas como potencialidade e suporte para o desenvolvimento de diversos objetivos curriculares com intuito de fundamentar o desenvolvimento de uma atividade investigativa.

Segundo vários estudiosos, Castro (2004) e Frota (2004) no Brasil e em Portugal por Fonseca (1998), Oliveira (1998), Rocha (2003), Brunheiras (2000), Brocardo (2001), Santos (2000), Segurado (1997) e Varandas (2000), as aulas investigativas proporcionam um novo desafio para professores e alunos, tanto no ensino quanto na aprendizagem e sua dinâmica demanda novas

posturas e novos olhares sobre a aula de Matemática. As pesquisas que vem sendo realizadas indicam que as atividades de natureza investigativa tem ganhado uma viabilidade crescente nos currículos escolares, em particular na disciplina de Matemática. A integração das atividades de investigação no currículo de matemática justifica-se por levar os alunos a desenvolver capacidades por meio de experiências matemáticas como o desenvolvimento do pensamento matemático, capacidade do estudante de trabalhar de forma autônoma ao atribuir novos significados aos conhecimentos. Essa idéia é sustentada por Braumann (2002, p. 5) e Ramos (1997, p. 7).

Para Ponte (2003, p.2) “... investigar não significa necessariamente lidar com problemas na fronteira do conhecimento nem com problemas de grande dificuldade. Significa, apenas, trabalhar a partir de questões que nos interessam e que apresentam inicialmente confusas, mas que conseguimos clarificar e estudar de modo organizado”. Nesse sentido, investigar corresponde a realizar descobertas, recorrendo a processos metodologicamente válidos, como formular problemas, explorar hipóteses, fazer e testar conjecturas, generalizar e construir argumentos e demonstrações. Segundo o autor, em uma investigação matemática o aluno parte de uma questão geral pouco estruturada e tenta formular uma questão mais específica e sobre ela produzir várias conjecturas que devem ser testadas para que em caso de refutações as questões sejam revistas ou novas questões sejam avaliadas até ganharem credibilidade. Ainda segundo Ponte, investigar é descobrir relações, padrões procurando identificar e comprovar as propriedades levantadas pelo investigador. Ele destaca a importância dessa atividade por contribuir para a construção do conhecimento, levando o aluno a intuir, conjecturar, experimentar, provar, avaliar, e apresentar o(s) resultado(s) encontrados reforçando atitudes de autonomia cooperação e capacidade de comunicação oral e escrita (em se tratando do trabalho em grupo). Nessa atividade o aluno aprende Matemática por realizar algumas funções dos matemáticos à medida que procura compreender uma dada situação com um nível de desafio que o convida à especulação tornando o trabalho intrigante. Essa investigação pode ser questões mais abertas com um grau de dificuldade maior ou até questões relativamente simples que surgem na sala de aula; as atitudes desenvolvidas pelos alunos nessas atividades contribuem para mobilizar e consolidar seus conhecimentos matemáticos para desenvolverem capacidades de nível superior.

Investigar em Matemática assume características muito próprias, conduzindo rapidamente à formulação de conjecturas que se procuram testar e provar, se for o caso. As investigações matemáticas envolvem, naturalmente, conceitos, procedimentos e representações matemáticas, mas o que mais fortemente as caracteriza é este estilo de conjectura-teste-demonstração. (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2006, p. 10).

Diante as considerações expostas, concebemos os objetivos das investigações matemáticas como define Ponte, Brocardo e Oliveira (2006):

Ajuda a trazer para sala de aula o espírito da atividade genuína, construindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com os colegas e o professor. (p. 23).

Segundo Castro (2004, p. 34), “as aulas investigativas supõem o envolvimento dos alunos com tarefas investigativas que permita a eles realizar atividade matemática”. Em consonância com Castro, os autores Abrantes, Ferreira e Oliveira (1995, p. 243) apontam que investigar é desenvolver e usar um conjunto de processos característicos da atividade matemática.

Segundo Fiorentini e Lorenzato (2006, p. 29) as aulas investigativas são

aquelas que mobilizam e desencadeiam, em sala de aula, tarefas e atividades abertas, exploratórias e não diretivas do pensamento do aluno e que apresentam múltiplas possibilidades de alternativa de tratamento e significação. [...] Dependendo da forma como essas aulas são desenvolvidas, a atividade pode restringir-se apenas à fase de explorações e problematizações. Porém, se ocorrer, durante a atividade, formulação de questões ou conjecturas que desencadeiam um processo de realização de testes e de tentativas de demonstração ou prova dessas conjecturas, teremos, então, uma situação de investigação matemática.

Love (1998, p. 260) define as investigações matemáticas implicitamente ao afirmar que os alunos devem ter oportunidade de expressar e defender suas ideias, identificar problemas e ao resolvê-los, os resultados devem ser sujeitos à crítica ponderada.

Para Skovsmose (2000), é importante que um cenário para investigação convide os alunos a formular questões e procurar explicações e quando os alunos assumem o processo de exploração e explicação o cenário para investigação passa a constituir um novo ambiente de aprendizagem onde os alunos são responsáveis pelo processo. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) um ambiente investigativo pode ser criado em sala de aula quando se oportuniza aos alunos o envolver-se com a Matemática ativamente através da formulação de problemas. Sobre a natureza das atividades de investigação Skovsmose (2000, p. 74) defende a coexistência de três tipos de situações. A realização de investigações no quadro das situações contextualizadas na matemática, semi-realidade (situações problema estruturadas e simplificadas que aproximam situações da vida) ou vida real, e sugeri que a Educação Matemática deve se mover entre os diferentes ambientes. Ponte, Brocardo e Oliveira (2006) alertam que o professor não deve limitar sua metodologia. Para eles é importante que o professor e os alunos tenham autonomia para articular diferentes tipos de tarefas de maneira motivadora para que possa desenvolver o raciocínio matemático em diferentes níveis. Diferentemente de Ponte, Skovsmose não se dedica às investigações matemáticas, mas à importância da qualidade do diálogo em sala de aula, enfatizando que o incentivo ao dialogo é importante para o sucesso da investigação.

Skovsmose (2008) aponta duas práticas da sala de aula:

- a) Prática dos exercícios;
- b) Abordagem de investigação.

Para ele o exercício oferece uma fundamentação baseada na “tradição” e apresenta as seguintes características:

- Os alunos usam, basicamente, papel e lápis na resolução de exercícios;
- Os exercícios são formulados por autoridade exterior à sala de aula;

- A premissa central é que existe apenas uma resposta certa;
- A justificativa da relevância dos exercícios não é contemplada.

Já o cenário para investigação, apresenta como características:

- Os alunos são convidados pelo professor a formularem questões e a procurarem justificativas;
- Os alunos são co-responsáveis pelo processo de aprendizagem;
- Os alunos usam materiais manipuláveis e novas tecnologias nas atividades de aprendizagem;
- Os alunos envolvem-se em projetos que poderão servir de base a investigações.

Conforme apresentada as concepções sobre investigação matemática, de um modo geral investigar não é mais do que procurar conhecer, compreender e encontrar soluções para os problemas com os quais nos deparamos. Em se tratando de ensino e aprendizagem, significa trabalhar a partir de perguntas que nos interessam, e que a princípio se apresentam de forma confusa, mas que é possível tornar-se clara para posterior análise. Trata-se de uma capacidade de grande importância e que deveria permear todo o trabalho da escola, tanto dos professores quanto dos alunos.

2 Relevância de investigações

A relevância dessa atividade se deve ao desenvolvimento do trabalho que é realizado em equipe, onde a utilização da argumentação, da comunicação matemática e da elaboração de relatórios, oportuniza aos alunos a produção de significados para a Matemática. Através de situações problema desafiadoras possibilita ao aluno o desenvolvimento de autonomia na busca de meios para investigação. Destacamos considerações de vários autores a respeito da atividade investigativa.

De acordo com Rocha e Ponte (2006), a realização de investigações matemáticas pelos alunos pode contribuir na aprendizagem de idéias e conceitos matemáticos. As investigações desenvolvem conhecimentos transversais, como a capacidade de comunicação e trabalho em grupo, além de contribuir na formação de novas concepções e atitudes em relação à Matemática.

De acordo com Cunha, Oliveira, Ponte (1995, p. 1), as atividades investigativas estimulam o envolvimento dos alunos e elas podem ser trabalhadas por alunos com nível de desenvolvimento diferente. Essas atividades potencializam o raciocínio matemático uma vez que envolve vários tópicos, proporciona oportunidades de explorar conceitos matemáticos e estimula professores a repensar aspectos de sua prática docente.

Fonseca, Brunheira e Ponte (1999) defendem a utilização das investigações matemática por entenderem que para compreender a Matemática é importante analisá-la procurando compreender sua construção. Para eles é possível estabelecer um paralelo entre a atividade do matemático e a atividade do aluno na aula de matemática já que a atividade de resolução de problemas de ambos pode ser equivalente quanto à sua natureza. Segundo eles a realização de investigações matemáticas constitui um poderoso meio de aprendizagem matemática para o aluno, constituindo

uma experiência tão fundamental para sua aprendizagem como para o desenvolvimento profissional do professor.

Para Mendes (1997, p. 221), as atividades de investigação ajudam a desenvolver capacidades como a criação de “soluções pessoais para problemas novos, o desenvolvimento do espírito crítico e um sentido de uma maior cooperação”. Este autor considera que o trabalho em atividades de investigação na aula de Matemática leva os alunos a uma participação e envolvimento ativos que ajuda a criar um ambiente de trabalho estimulante e até promover novas aprendizagens.

Para Oliveira, Cunha e Segurado (1998), as investigações matemáticas permitem ao aluno envolver-se na atividade desde o primeiro momento. Na formulação de questões, na elaboração de estratégias, na generalização de resultados, no estabelecimento de relações entre conceitos e áreas da Matemática, na sistematização de idéias e resultados são múltiplas as oportunidades para o trabalho criativo, significativo para quem o empreende.

Segundo Brocardo (2002), a realização de investigação na sala de aula pode ajudar a estabelecer um ambiente em que os alunos participam ativamente. Facilita a compreensão dos processos e idéias matemáticas e da atividade matemática. Santos et al. (2002), por sua vez, declara que para aprender Matemática, deve-se fazer Matemática, pois é importante que os alunos tenham oportunidades para fazê-la. Desta maneira, tarefas de natureza investigativa e exploratória podem assumir relevância, pois os alunos viverão experiências com características semelhantes a dos matemáticos profissionais.

É notório e significativos os argumentos que justificam a utilização dessa estratégia metodológica. Sabemos que nem toda aprendizagem matemática se faz através de investigações, mas de tais atividades podem emergir a motivação e envolvimento dos alunos e principalmente a capacidade de pensar matematicamente. A capacidade de argumentar e provar são um dos grandes objetivos educacionais do ensino da matemática; e esses objetivos podem ser destacados nas atividades de investigação se considerarmos que essas atividades são caracterizadas por situações ou mecanismos que os alunos tentam compreender, descobrir padrões, relações, semelhanças e diferenças de forma a conseguir chegar a generalizações e essas generalizações são confrontadas bem como suas diferentes conjecturas e justificativas. Essas por sua vez são uma componente importante do trabalho desenvolvido e o grau de formalização dessa justificação depende do nível de desenvolvimento matemático do aluno.

3 Investigações matemáticas entre outras atividades matemáticas

Na sala de aula, os professores de Matemática podem propor tarefas de natureza muito diversas. Os limites que diferenciam uma exploração de uma investigação ou de uma resolução de problemas e uma investigação nem sempre são claros, são conceitos entendidos, por vezes, de forma diferenciada. Entendemos que se faz necessário discutir e analisar o modo como estas tarefas se distinguem de outras. Tal discussão fortalecida pela contribuição de muitos pesquisadores torna-se pertinente, com o intuito de clarificar as fronteiras entre tais atividades é que apresentamos as idéias de alguns autores.

Para entender a diferença entre essas atividades utilizaremos por subsídio as idéias de Ponte (2003) que distingue, em um diagrama, quatro tipos diferentes de atividades matemáticas: exercícios, problemas, explorações e investigações.

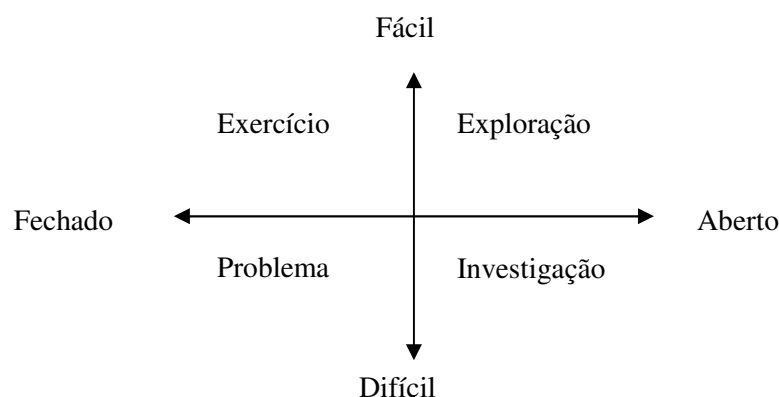


Figura 1. Diferenciação entre exercícios, problemas, explorações e investigações.

O autor esclarece que as explorações são atividades abertas, porém com um grau de dificuldade menor do que investigações. Elas tendem a ser mais livres e menos sistemáticas, demandando um tempo relativamente pequeno de trabalho. As investigações, por sua vez, também são situações problema abertas, mas com um grau de dificuldade maior permitindo que os alunos desenvolvam várias alternativas de exploração e investigação. As atividades que envolvem exercícios e problemas, de acordo com o diagrama, estão categorizadas como tarefas de estrutura fechada sendo que os exercícios apresentam um grau de dificuldade fácil e os problemas um grau difícil. De acordo com a dimensão tempo, os exercícios precisam para sua execução de curta duração, enquanto os problemas demandam tempo médio.

De acordo com Ponte (2003), as investigações matemáticas diferenciam-se das demais atividades por se tratar de situações-problema, levam mais tempo para a realização e demandam quatro momentos principais:

- Exploração e formulação de questões investigativas;
- Organização de dados e construção de conjecturas;
- realização de testes e refinamento e sistematização das conjecturas;
- construção de justificativas, argumentações ou demonstrações, tendo em vista a validação dos resultados.

Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2006), para que uma situação possa constituir uma investigação é essencial que seja motivadora e desafiadora, não sendo imediatamente acessíveis, ao aluno, nem o processo de resolução nem a solução da questão. As atividades de investigação contrastam-se claramente com as tarefas que são habitualmente usadas no processo de ensino-aprendizagem, uma vez que são muito mais abertas, permitindo que o aluno coloque as suas próprias questões e estabeleça o caminho a seguir.

Um conceito muito próximo de investigação matemática é o de resolução de problemas. Segundo Oliveira, Segurado, Ponte (1996), a resolução de problemas consiste num processo mais convergente, com metas mais bem definidas se comparado com a investigação matemática.

O aspecto mais distintivo das atividades de investigação em relação à resolução de problemas diz respeito à natureza da questão a estudar. Enquanto que na resolução de problemas a questão tende a ser apresentada já completamente especificada ao aluno, na atividade de investigação as questões iniciais são de um modo geral vagas, necessitando de ser trabalhadas, tornadas mais precisas e transformadas em questões concretas pelo aluno. (PONTE, 1998, p. 1).

Uma clara distinção entre problema e exercício é que o primeiro se trata de uma questão para a qual o aluno não dispõe de um método imediato de resolução, ao passo que um exercício pode ser resolvido usando um método ou algoritmo já conhecido. Ponte (2003) afirma que uma investigação matemática é diferente, as situações são abertas, ou seja, a questão não está completamente definida, cabendo ao aluno clarificar sua definição sendo que o ponto de partida e as conclusões dos resultados podem se dar de vários modos.

Ainda segundo Ponte (2003) tanto a resolução de problemas como as investigações apelam à imaginação e à criatividade, envolve processos de raciocínio complexos e requerem um elevado grau de desempenho. Ponte e Abrantes (1982, p. 205) apresentavam o conceito de problema como uma “questão em que o estudante não dispõe de nenhum processo rotineiro conhecido para resolver, mas que lhe excita a curiosidade e o seu desejo de solucionar”.

Fonseca, Brunheiras Ponte (1999, p. 4) afirmam que:

[...] na resolução de problemas o objetivo é encontrar um caminho para atingir um ponto não imediatamente acessível. É um processo convergente. Numa investigação matemática, o objetivo é explorar todos os caminhos que surgem como interessantes a partir de uma dada situação. É um processo divergente. Sabe-se qual é o ponto de partida, mas ao se sabe qual será o ponto de chegada

Sobre a resolução de problema e as investigações matemáticas Ponte (1998) afirma que ambas as noções se referem a processos matemáticos abstrusos e ambas envolvem atividade fortemente difíceis e os aspectos distintivos dizem respeito à natureza da questão a estudar já que na resolução de problemas as questões se encontram especificadas e nas investigações matemáticas as questões iniciais são de modo geral vagas precisando ser trabalhadas pelos alunos, ou seja, a formulação de problemas. Para esse autor, “a resolução de problemas envolve uma grande variedade de tarefas, tanto de cunho mais fechado como mais aberto, tanto relativas a situações puramente matemáticas como referentes a situações da vida real” (PONTE, 1998, p. 1); enquanto nas atividades investigativas “são atividades de cunho muito aberto, referentes a contextos variados (embora com predominância para os exclusivamente matemáticos) que podem ter como ponto de partida uma questão ou uma situação proposta quer pelo professor, quer pelos alunos”. (PONTE, 1998, p. 1).

4 O papel do professor nas investigações matemáticas

Para Fiorentini, Fernandes e Cristóvão (2005), a utilização de tarefas investigativas nas aulas de Matemática é uma perspectiva de trabalho pedagógico que o professor pode lançar mão para a realização de um ensino da mesma. O uso dessa atividade em sala pode colaborar para o ensino não perdendo-se de vista a função do professor no processo de investigação.

Como atores fundamentais do processo educativo, abordaremos a natureza da relação que os professores tendem a estabelecer com as investigações matemáticas, como atividade a realizar em sala de aula. Entendemos que as atitudes do professor manifestadas em relação às atividades de investigação matemática, o seu conhecimento profissional sobre essa atividade, a importância que atribuem a ela, o estilo e condução do trabalho influenciam no sucesso dessa atividade em termos do envolvimento dos estudantes.

Segundo Fonseca, Brunheiras, Ponte (1999) no desenvolvimento do trabalho investigativo pretende-se que os alunos adquiram uma atitude investigativa. Para isso deve a preocupação em centrar a aula na atividade dos alunos, nas suas idéias e nas suas pesquisas. Para realização dessa atividade há necessidade de se criar um ambiente de envolvimento dos alunos para que eles se sintam estimulados, à vontade para pensar, se questionar e questionar seus colegas o que poderá contribuir para o sucesso da tarefa. Neste contexto o professor tem um papel determinante no levantamento de propostas de investigação e na condução de aulas em que os alunos se empenham neste tipo de atividade.

O estudo de Ponte, Ferreira, Brunheira, Oliveira e Varandas (1998) indica que o professor é chamado a desempenhar seis papéis fundamentais numa aula em que os alunos realizam atividades de investigação. Um deles é pensar matematicamente “em frente” aos seus alunos. Dois outros papéis são fornecer informação e promover a reflexão. Os três papéis restantes são desafiar os alunos, apoiá-los e avaliar o seu progresso. O professor exerce papel de orientador da atividade, o decorrer da aula depende, em grande parte, das indicações que fornece sobre o modo de trabalhar e do tipo de apoio que presta no desenvolvimento das investigações. Diversas são as situações em que o professor é chamado a intervir. Muitas vezes as solicitações feitas pelos alunos ao professor vão no sentido de validar suas ideias. Por isso, o professor deve estar sempre preparado a incentivar os alunos no desenvolvimento da atividade dando-lhe perspectivas sobre suas atitudes na realização das tarefas investigativas. Para que isso aconteça, durante as atividades investigativas o professor deve ajudar os estudantes a ultrapassar eventuais bloqueios ou até dar pistas para que o aluno perceba alguns erros que o conduz para caminhos através dos quais não serão bem sucedidos ou a tornar mais rica a sua investigação. Todavia, para que os alunos sintam autenticidade nas propostas de trabalho do professor é necessário que o próprio docente demonstre um espírito investigativo. Ao longo de toda fase da atividade o professor deve evitar emitir opiniões concretas, e manter uma atitude questionadora perante as solicitações dos alunos a fim de permitir a eles confirmar ou não suas conjecturas. Nesse sentido, o aluno não recebe o conteúdo pronto, ele é convidado a descobrir novas relações entre conceitos, levantar hipóteses, testar conjecturas e propor novas questões.

É importante destacar que as atividades investigativas devem provocar a capacidade de raciocínio, além de possibilitar o emprego de conceitos matemáticos para trabalhar nas atividades propostas. Para que isso aconteça é preciso que haja uma mudança significativa em relação à metodologia utilizada pelo professor a fim de que haja envolvimento dos alunos com as tarefas realizadas por eles tendo por objetivo favorecer o seu envolvimento na aprendizagem. Durante o desenvolvimento das atividades é necessário que o professor estimule a comunicação entre os

alunos e observe se eles estão trabalhando de modo produtivo, formulando questões, analisando, testando e justificando conjecturas. O professor precisa desempenhar o seu papel de mediador, tentando com que os alunos produzam uma síntese de suas idéias, fazendo com que os mesmos apresentem os resultados e argumentações dos principais resultados de todo o processo da investigação realizada.

No trabalho de Ponte (2003, p.46) é relatada a questão da confiança do professor relativamente às investigações matemáticas. Para ele esse problema se coloca em dois planos: “ao lidar matematicamente com este tipo de atividade e ao gerir a situação de ensino-aprendizagem na sala de aula”. Segundo o autor, este problema põe-se tanto para professores principiantes como para professores mais experientes. Além de Ponte (2003), outros estudiosos apontam nesse sentido (SELAS, 2002; OLIVEIRA, 1998a, 1998b; VARANDAS, 2000; BRUNHEIRA, 2000).

5 O desenvolvimento e a realização de tarefas investigativas

A preparação das aulas de investigação propriamente dita constitui outra fase importante. Deve-se selecionar, adaptar ou mesmo construir a tarefa definindo claramente os objetivos a atingir o desenvolvimento matemático dos alunos. Isso não é simples. Como afirmam Oliveira, Ponte, Santos e Brunheira (1999, p. 100), “é um trabalho criativo (para o qual não há receitas)”. Para selecionar, adaptar ou mesmo construir atividades investigativas tem que se levar em consideração algumas questões como a maior ou menor familiaridade dos alunos com este tipo de atividade. Por outro lado, esta escolha está também dependente dos alunos que a irão trabalhar, devendo o professor ter em conta o seu nível etário, o seu desenvolvimento matemático, a familiaridade que têm com o trabalho investigativo, os seus interesses, etc. o conhecimento prévio do aluno, seu interesse e alguns fatores podem influenciar em sua escolha como cumprimento do programa. Assim, mais do que uma pesquisa, o professor ele precisará de recorrer à sua criatividade para dar forma à tarefa, adaptando as situações, reconstruindo as questões da maneira que melhor servir os seus objetivos. De acordo com vários autores (CUNHA, 1997; VARANDAS, 2000; BRUNHEIRA, 2000), a capacidade de criar tarefas de investigação para uso em sala de aula é uma habilidade demorada a se adquirir por isso, a necessidade de se fazer uma preparação cuidadosa desse tipo de aula. Além de preparar a tarefa, é necessário pensar na estrutura das aulas, por exemplo, o modo de trabalho dos alunos (organização individual ou em grupo) e a opção de materiais a serem utilizados.

Uma das questões a se dar ênfase na realização da atividade investigativa é a apresentação da atividade para os alunos. Essa pode ser feita dando mais ou menos informações e pode assumir a forma escrita, oral ou mista (FONSECA, BRUNHEIRA e PONTE, 1999). É importante observar alguns riscos na escolha dessa apresentação, estes autores alertam que há, por um lado, o risco de se dar demasiada informação, conduzindo os alunos num determinado sentido; por outro lado, dando pouca informação, corre-se o risco da tarefa não ficar suficientemente clara para os alunos, o que pode comprometer desde logo o trabalho a realizar.

De acordo com Fonseca, Brunheiras Ponte (1999, p.7), na fase inicial do trabalho os alunos podem mostrar dificuldades que os impedem de realizar as suas investigações, principalmente os pouco habilitados ao trabalho de natureza investigativa, e nesse momento de impasse logo chamam pelo professor. Segundo os autores isto acontece porque não compreendem a natureza da

tarefa proposta, sendo necessário ao professor explicar-lhes um pouco do que é o trabalho investigativo através de um ou mais exemplos.

No caso dos alunos mostrarem dificuldades em organizar os dados e em formular questões, e sendo isto determinante para o prosseguimento da investigação, o professor deverá apoiá-los. Para Fonseca, Brunheiras, Ponte (1999, p. 7) nesse momento o professor deve incentivar a autoconfiança e reflexão dos estudantes num ambiente de interação entre os colegas no sentido de descobrir novas relações entre conceitos, além de estimular o desenvolvimento de seu raciocínio e sua criatividade.

Na fase final do trabalho é necessário que o professor promova um diálogo com os alunos enquanto estes estão executando a atividade e os encoraje a discutir com outros grupos em sala de aula. O papel do professor na etapa de discussão final do trabalho é outra questão relevante. Essa é uma etapa indispensável para que o conhecimento produzido pelos alunos individual ou em grupo possa ser partilhado por toda a turma. Para Ponte et al. (1998), além da apresentação de resultados é importante que possa existir um confronto sério de idéias, justificando as afirmações que se fazem e questionando a validade dessas justificações. Essa fase exige do professor boas competências de gestão de discussões bem como boas capacidades de raciocínio matemático a fim de evitar que os alunos falem todos ao mesmo tempo e mostrem pouco interesse em ouvir os outros. A condução da discussão final requer do professor boa preparação matemática e capacidade de gestão da dinâmica coletiva. Durante a fase de discussão o professor, tem a função de moderador e orientador, cabe-lhe estimular a comunicação entre os alunos explicando as suas idéias e conclusões.

Nas aulas de investigação matemática é preciso que o professor dê um retorno aos alunos quanto ao desempenho de suas atividades devida a expectativa do aluno em ver como é que o seu trabalho está em relação a avaliação formativa e sumativa realizada pelo professor. Para Fonseca, Brunheira, Ponte (1999), a discussão final sobre a atividade dos alunos é uma boa ocasião para promover a reflexão sobre o trabalho realizado, devendo o professor proporcionar aos alunos momentos onde possam pensar e refletir sobre a atividade realizada. Para esses autores a reflexão permite a valorização do processo de resolução que cada aluno desenvolve para chegar a um resultado mesmo não sendo o correto, permite ainda estabelecer conexões com outras idéias matemáticas e pode constituir um ponto de partida para outras investigações.

A elaboração de relatórios finais sobre o trabalho desenvolvido em atividades de investigação é um dos pontos importantes para o professor na coleta de informações por ajudar os alunos a refletir sobre o trabalho realizado na sua investigação estruturando idéias, ao mesmo tempo que constituem para o professor um meio de recolher informação sobre o nível do desenvolvimento da atividade ajudando a aprofundar e clarificar muitas vezes, aspectos obscuros. Segundo Ponte (2003) os relatórios promovem que os alunos reflitam sobre o trabalho realizado na sua investigação levando-os a aprofundar e clarificar, muitas vezes, aspectos menos compreendidas

Para que as atividades investigativas obtenham êxito é preciso que todos estejam conscientes de seu papel nesse processo de ensino e aprendizagem, dando o máximo de atenção, entendendo que para aprender Matemática é fundamental a colaboração e a cooperação entre professor e alunos. Dessa maneira, os trabalhos realizados evidenciam um conjunto de cuidados que o professor deve ter na apresentação da tarefa, na sua interação com os alunos no decorrer da sua realização e na fase de discussão e partilha de resultados. A decisão sobre a informação inicial a dar aos alunos e

sobre o apoio a proporcionar-lhes quando sentem dificuldades tem de ser tomada, em cada caso concreto, em função das características dos alunos e da experiência de trabalho que o professor tem com a turma.

6 Possíveis obstáculos para superar

Conforme já apresentado, as investigações matemáticas, de um modo geral, apontam para a possibilidade de um ensino de matemática capaz de ajudar os alunos e professores a converterem-se em aprendizes que sabem usar o raciocínio abrangendo o desenvolvimento e a utilização de outras capacidades. Essas atividades fornecem um bom contexto para que os alunos percebam a necessidade de justificar as suas afirmações ao exprimir o seu raciocínio junto ao professor e seus colegas de sala. Apesar de seus benefícios existem dificuldades e limitações referentes à sua realização em sala de aula.

Para Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado (1998) as questões apontadas como impeditiva da diversificação de estratégias na sala de aula são a extensão do programa, as dificuldades manifestadas pelo professor ao tentar articular esse tipo de atividades com o conteúdo programático e a questão do tempo, ou de sua visão parcial ou até mesmo redutora do que significa investigar.

Segundo os autores, na realização desse tipo de atividade tem que se levar em consideração algumas reflexões como, as investigações como atividades esporádicas chegam a promover atitude investigativa no aluno? Sobre o papel do professor no desenvolvimento das aulas os autores nos levam a refletir sobre a organização da turma, apoio dado aos alunos, gestão do tempo concedido a eles para realização da tarefa, a condução da discussão final e avaliação dos alunos. Ponte, Cunha e Segurado (1998) ressaltam que torna-se imprescindível que o professor tenha acesso a material diversificado e que sejam criadas condições para que possa discutir em conjunto com outros colegas sobre esta problemática, e afirmam que a margem deixada pelos atuais programas para a integração de investigações matemáticas não é muito explícita. Exige-se, por isso, algum engenho ao professor para manobrar no espaço deixado ao seu cuidado.

7 Considerações finais

Um dos objetivos da Educação Matemática é promover que os alunos aprendam como conhecimentos e métodos estão desenvolvidos. Dessa forma, a importância dessa atividade se deve ao desenvolvimento do trabalho que é realizado em equipe que lhes permite descobrir padrões, relações, por meio de argumentação, da comunicação matemática e da elaboração de relatórios, oportuniza aos alunos a produção de significados para a Matemática. Situações problema desafiadoras possibilitam ao aluno o desenvolvimento de autonomia na busca de meios para investigação. Entendemos então, que os professores de Matemática deveriam então utilizar uma parte significativa de suas aulas para dedicar-se a esse tipo de atividade. É nesse sentido que Ponte (2003) defende a utilização das atividades matemáticas por possibilitar a criação do espírito de pesquisa, bem como o realce que é dado na argumentação, discussão, descoberta e avaliação. Defendemos a utilização das investigações no cotidiano da sala de aula, pois é tida como uma atividade de ensino e de aprendizagem que contribui para melhoria do aprendizado do aluno

através de exploração de conceitos matemáticos em níveis diferentes com graus de profundidade diferente; possibilitando diferentes graus de aprendizagens a alunos com capacidades diferentes e permitindo trabalhar no seu ritmo próprio além de estimular o professor a repensar aspectos fundamentais da sua prática docente. Outro aspecto positivo das investigações é o diálogo estabelecido entre os alunos e os alunos e o professor durante a execução das atividades investigativas. No momento de socializarem suas produções com outros, os alunos podem validar ou negar muitas conjecturas que eles levantam. É nesse momento que os alunos têm a oportunidade de produzir, registrar seus entendimentos dos conceitos trabalhados em sala de aula, havendo uma interação entre os colegas no momento em que descrevem as experiências vivenciadas e refletidas. Esse momento coloca os estudantes no centro da ação, discussão, reflexão e conseqüentemente da aprendizagem.

Referências

- [1] BRAUMANN, C. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosendo, E. Maia, N. Figueiredo, & A .F. Dionísio (Eds.), *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores*. p. 5-24. Lisboa: SEM-SPCE, 2002.
- [2] BROCARD, J. Investigações na aula de matemática: A história da Rita. In I. C. Lopes, J. Silva, P. Figueiredo (EDs.), *Actas ProfMat*. p. 155-161. Lisboa: APM, 2001.
- [3] BRUNHEIRA, L. *O conhecimento e as atitudes de três professores estagiárias face à realização de actividades de investigação na aula de matemática*. (Tese de mestrado, Univ. de Lisboa). Lisboa: APM, 2000.
- [4] CASTRO, J. F. *Um estudo sobre a prática em um contexto de aulas investigativas de matemática*. Campinas, SP, 2004. 197 f. Dissertação (Mestrado em Educação: educação matemática) – Setor de Ciências Humanas, FE, UNICAMP, 2004.
- [5] CUNHA, H., OLIVEIRA, H., PONTE, J. P. Investigações matemáticas na sala de aula. In A. Pinheiro, A. P. Canavarro (Eds.), *Actas do ProfMat 95* (pp. 161-168). Lisboa: APM, 1995.
- [6] FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2006.
- [7] FIORENTINI, D.; FERNANDES, F.; CRISTOVÃO, E. *Um estudo das potencialidades pedagógicas das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico*. Seminário Luso- brasileiro de investigações matemáticas no currículo e na formação de professores. Lisboa, 2005.
- [8] FONSECA, H., BRUNHEIRA, L., PONTE, J. P. As actividades de investigação, o professor e a aula de Matemática. *Actas do ProfMat 99*. Lisboa: APM, 1999.

- [9] FROTA, M.C. R. *Experiência Matemática e Investigação*. Brasil: PUCMINAS, 2004.
- [10] OLIVEIRA, H. M. *Actividades de investigação na aula de matemática: aspectos da prática do professor*. Lisboa, 1998. 271 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Departamento de Educação da Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 1998.
- [11] OLIVEIRA, H.; SEGURADO, M. I.; PONTE, J. P. *Explorar, investigar e discutir na aula de matemática*. In A. Roque & M. J. Lagarto (Eds.), *Actas do ProfMat 98* (pp. 207-213). Lisboa: APM, 1996.
- [12] PONTE, J.P. Investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em educação*, 2, 93-169, 2003.
- [13] PONTE, J.P. Investigar, ensinar e aprender. In: *ACTAS do ROFMAT*. Lisboa: APM., p. 25-39, 2003.
- [14] PONTE, J. P., ABRANTES, P. Os problemas e o ensino da matemática. In *Actas do Colóquio sobre o Ensino da Matemática: Anos 80* (pp. 201-214). Lisboa: SPM, 1982.
- [15] PONTE, J. P., BROCARD, J. OLIVEIRA, H. (2006). *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
- [16] PONTE, J. P; FERREIRA, C.; VARANDAS, J.M.; BRUNHEIRA, L.; OLIVEIRA, H. *A relação professor-aluno na realização de investigações matemáticas*. Lisboa: Projecto MPT e APM, 1999.
- [17] PONTE, J.P.; OLIVEIRA, H.; BRUNHEIRA, L.; VARANDAS, J. M.; FERREIRA, C. O trabalho do professor numa aula de investigação matemática. *Quadrante*, 7(2), 41-70, 1998.
- [18] PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., CUNHA, H., SEGURADO, I. *Histórias de investigações matemáticas*. Lisboa: IIE, 1998.
- [19] OLIVEIRA, H., SEGURADO, M. I., PONTE, J. P. Tarefas de investigação em matemática: Histórias da sala de aula. In G. Cebola & M. Pinheiro (Eds.), *Desenvolvimento curricular em Matemática* (pp. 107-125). Lisboa: SEM-SPCE, 1998.
- [20] ROCHA, C. A. *Uma experiência com actividades de investigação na aula de Matemática: Competências matemáticas, atitudes e concepções de dois alunos do 7.º ano de escolaridade* (Tese de mestrado, Universidade do Porto). Lisboa: APM. (disponível em <http://ia.fc.ul.pt>). 2003.
- [21] RAMOS, J. S. Matemática experimental. *Educação e Matemática*, 45, p. 7-10, 1997.
- [22] SKOVSMOSE, O. Cenários de investigação. *Bolema- Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro (SP) n.14, p. 66-91, 2000.
- [23] SKOVSMOSE, O. *Desafios da Educação Matemática Crítica*. São Paulo: Papyrus. 2008.

[24] VARANDAS, J. M. *Avaliação de investigações matemáticas. Uma experiência.* (tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM, 2000.