

A IMPORTÂNCIA DE DELIMITAR O TAMANHO DE AMOSTRA NA INFERÊNCIA ESTATÍSTICA

Valéria R. Pinheiro¹, Fabyano F. e Silva², Chang Kuo Rodrigues²

Resumo: *A realização desse trabalho foi motivada pela curiosidade em descobrir um possível tamanho para considerarmos em uma amostra significativa na Inferência Estatística. Para chegar a tal, investigamos sua abordagem em dez livros-texto de Estatística para o ensino superior e foi possível expor cada uma delas para discussão. Além disso, apresentamos alguns conceitos básicos como análise exploratória dos dados, teoria das probabilidades, Inferência Estatística e a teoria de amostragem, no sentido de consolidar os nossos estudos sobre o tamanho de amostras. Para esses estudos, constatamos quão notável é o fato de que o pensamento estatístico permeia implicitamente na análise e na interpretação de dados, já que envolve habilidades específicas para produzir significado de acordo com as informações estatísticas. Vale ainda ressaltar que a questão que norteou o nosso trabalho foi "Quão grande deve ser o tamanho de uma amostra de modo que as informações extraídas sejam significativas (ou representativas), isto é, que traduzam o mais verossímil das informações da população quando trabalhamos com uma distribuição normal?" E a pertinência dessa questão incide sobre o cotidiano das pessoas, pois observamos que a estatística está muito presente na vida das pessoas, muitas vezes pelos meios de comunicação. Daí, torna-se necessário um conhecimento mínimo de estatística a todo cidadão para poder criticar, analisar, tirar conclusões e tomar decisões sobre os dados apresentados, podendo, assim, manter e/ou modificar o meio social.*

Palavras-chave: Estatística. Teoria das Probabilidades. Amostragem. Distribuição Normal.

Introdução

Atualmente, para compreender e interpretar resultados estatísticos que estão sendo cada vez mais explorados pelos meios de comunicação, é necessário utilizar o pensamento estatístico para que se tenha uma visão próxima da realidade ao se deparar com uma tabela ou um gráfico.

Segundo Wild e Pfannkuch [13], a estrutura do pensamento estatístico está baseada em quatro dimensões: o *ciclo investigativo*, *tipos de pensamento*, o *ciclo interrogativo* e, a última, *dispositivos*. Cada uma delas possui naturezas peculiares. A primeira dimensão diz respeito a entender como um sujeito pensa e atua diante de uma investigação estatística; a dimensão dois trata dos tipos de pensamento, em particular, os específicos na estatística, que são refinados pelos alunos; a dimensão três refere-se ao ciclo interrogativo, processo genérico do pensamento utilizado, principalmente em resolução de problemas; os dispositivos constituem a quarta e última dimensão que está relacionada aos elementos genéricos observados no contexto de situações-problema pelos pesquisadores, tais como curiosidade e consciência, imaginação e ceticismo.

Considerando a essência da estatística como ciência que apresenta processos próprios para coletar, apresentar e interpretar adequadamente conjuntos de dados, sejam eles numéricos ou

¹DET, UFV - Viçosa, MG,
valeriarosado@yahoo.com.br

²CES/Colégio Cristo Redentor - Juiz de Fora, MG,
chang@powerline.com.br

não, pode-se dizer que seu objetivo é o de apresentar informações sobre dados em análise para que se tenha compreensão dos fatos que os mesmos representam. A Estatística subdivide-se em três áreas: estatística descritiva, probabilística e inferencial. A primeira diz respeito à descrição dos dados, a qual representa um conjunto de informações sobre um determinado assunto. A teoria das probabilidades foca para tomadas de decisões a partir das possibilidades em que se configura um determinado evento, isto é, mediante a incerteza podem ocorrer tomadas de decisões. E, por fim, a estatística inferencial, fundamentada na teoria das probabilidades, que está voltada em tirar conclusões daquilo que se deseja saber de uma determinada população a partir das informações extraídas das amostras.

Nesse contexto, o presente trabalho visa refletir um pouco mais sobre o pensamento estatístico, na relação direta com a inferência estatística, a partir da discussão sobre a quantidade de informação que uma amostra deve conter para que os dados da população possam ser inferidos. E, para a realização do mesmo, buscamos em fontes bibliográficas diversas obras destinadas ao curso superior, a fim de conhecer o grau de intensidade e de importância que esses autores atribuem para esse assunto.

Da análise exploratória dos dados à estatística inferencial

Os acontecimentos do mundo atual se expressam, muitas vezes, por meio de números, os quais passaram por procedimentos e técnicas estatísticas e, por isso, parece relevante estarmos mais atentos a este campo da ciência. Atualmente, como área do conhecimento, a estatística é sistematizada e relativamente recente devido às grandes contribuições que recebeu de extraordinários personagens que viveram no início do século XIX. Porém, vale ressaltar que sua origem, propriamente dita, é tão antiga quanto a da humanidade civilizada (Rodrigues, p.1 [10]).

De acordo com (Levine et al., p.3 [5]), as civilizações Egípcia, Grega e Romana utilizavam os dados obtidos com o objetivo de coletar imposto e para o recenseamento militar. Na Idade Média, os registros de nascimentos, mortes e casamentos eram controlados pelas instituições religiosas. Daí, esses fatos favoreceram para o desenvolvimento da estatística descritiva, cujos métodos centravam na coleta, na apresentação e na caracterização de um conjunto de dados, de modo a descrever apropriadamente as variáveis características daquele conjunto.

Esse processo pode ser descrito como parte da análise exploratória dos dados em que, a partir dos números, representamos um acontecimento. Entretanto, nas práticas do cotidiano, solicita-se o exercício de funções cognitivas relacionadas à estatística, particularmente na verificação de situações elementares pela maioria das pessoas, tal como (Morettin e Bussab [8]) o fazem por meio do exemplo de uma cozinheira ao experimentar a quantidade de sal de um prato que está sendo preparado. Esse procedimento, usualmente, é conhecido como ato de inferir. Daí a relação direta com Inferência Estatística, pois os dados da população são extraídos em quantidades significativas (amostras) para tirar conclusões (inferir) sobre a mesma.

Amostragem

om amostragem ocorre de modo bastante frequente no dia a dia, como, por exemplo, o diagnóstico de um paciente mediante um exame de sangue. Por outro lado, analisar os dados de uma amostra requer atenção às diferenças ocasionalmente encontradas, pois podem ser meramente casuais, devido às características próprias da amostra, não representando, necessariamente, propriedades da população a ser estudada.

Neste contexto, é indispensável o estudo dos chamados modelos probabilísticos, que são uma forma de mensurar a incerteza. (Barbetta, p.18 [1]) afirma que “esses modelos são constituídos na base da metodologia estatística de generalizar resultados de uma amostra para a população de onde ela foi retirada, que pode ser sob a forma de teste de hipótese ou de estimação de

parâmetro, conforme citado anteriormente”.

Os resultados de uma amostragem aleatória obedecem às leis da probabilidade que regem o comportamento do acaso. Pode-se dizer quão grande é o erro que provavelmente se comete ao formular conclusões de uma população com base em uma amostra. Os resultados de uma pesquisa amostral apresentam, em geral, uma margem de erro que nos obriga a aceitar os limites a partir da mensuração do erro provável. Isto é, geralmente, é muito difícil extrair, por exemplo, uma média da amostra e ser idêntica à média da população assim como o desvio padrão amostral ser o mesmo da população. Então, a diferença entre esses parâmetros é chamada de *erro amostral*, que, teoricamente, delimita o campo dos possíveis resultados de que se deseja extrair conclusões.

A seleção dos elementos que irão compor a amostra pode ser feita de várias maneiras e irá depender do conhecimento que se tem da população e da quantidade de recursos disponíveis. Diante disso, o processo de amostragem envolve riscos, pois se tomam decisões sobre toda a população com base em apenas uma parte dela. A seguir, apresentaremos os tipos de amostragem mais comuns usados nas pesquisas quantitativas.

Os tipos de amostragem podem ser probabilísticos e não probabilísticos e são divididos da seguinte maneira:

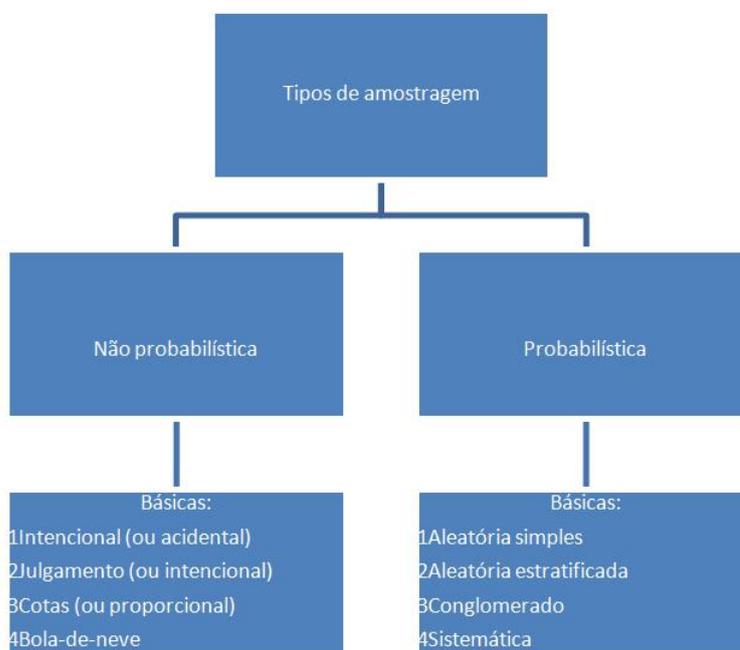


Figura 1: Tipos de Amostragem (Fonte: Acervo próprio).

A Figura 1 nos reporta a entender que a extração de uma determinada amostra requer procedimentos apropriados de tal forma a reproduzir as mesmas características da população e, para isso, existem métodos de amostragem. Eles podem ser aleatórios ou não.

Quão grande deve ser o tamanho de uma amostra?

Geralmente, os autores de livros-texto de estatística abordam de forma similar o tamanho da amostra, ou o número de elementos que deve compô-la, de modo que as informações extraídas sejam significativas em relação à sua população. Isso quando desejamos analisar os dados aproximando de uma distribuição normal.

Tamanho de Amostra

Retomando o objetivo dessa pesquisa, interessamo-nos em conhecer qual o número mais adequado para que uma amostra seja significativa. Não temos a intenção de encontrar uma única resposta, mas nos motivamos a conhecer os pontos de vista de cada um dos autores de livros-texto selecionados para a nossa investigação. A escolha dos livros foi realizada mediante a pesquisa de alguns livros de estatística disponíveis na Biblioteca de um centro de ensino superior, no período de fevereiro a novembro de 2008. E, assim, nomeamos dez obras que possuíam algum comentário sobre o tamanho da amostra. Os livros selecionados foram organizados por letras maiúsculas do alfabeto:

Livro-Texto	TAMANHO DA AMOSTRA
A – BARBETTA, 2006, p. 58.	<p>Uma fórmula para tamanho mínimo de uma amostra: Sejam os seguintes: o tamanho da amostra (n) a partir do número de elementos da população (N), uma primeira aproximação para o tamanho da amostra (n_0) e o erro amostral tolerável (E_0), sendo que $n_0 = \frac{1}{E_0^2}$. Caso a população seja muito grande, sugere o fator de correção: $n = \frac{N \cdot n_0}{N + n_0}$.</p>
B – MORETTIN; BUSSAB, 2003, p. 274	<p>“A rapidez da convergência que \bar{X} aproxima de uma normal quando n tende para o infinito depende da distribuição da população da qual a amostra é retirada. Se a população original tem uma distribuição aproximada de uma normal, a convergência é rápida; se a população original se afasta muito de uma normal, a convergência é mais lenta, ou seja, necessitamos de uma amostra maior para que \bar{X} tenha uma distribuição aproximadamente normal. Para amostras da ordem de 30 ou 50 elementos, a aproximação pode ser considerada boa.”</p>
C – LEVIN; FOX, 2004, p. 186	<p>Considera o tamanho da amostra razoavelmente grande quando maior que 30. Mas, quando os dados brutos são, de início, normalmente distribuídos, então a distribuição das médias amostrais é normal, independentemente do tamanho da amostra.</p>
D – LEVINE et al, 2005, p. 239	<p>“[...] Para $n = 30$, a distribuição de amostragem parece ser bastante similar a uma distribuição normal. Em geral, quanto maior o tamanho da amostra, mais de perto a distribuição de amostragem irá seguir uma distribuição normal.”</p>
E – MANN, 2006, p. 306	<p>De acordo com o Teorema Central do Limite, quando $n \geq 30$, o formato da distribuição de amostragem de \bar{X} é aproximadamente normal, independentemente do formato da distribuição da população.</p>
F – MOORE, 2005, p. 223	<p>“O tamanho n de uma amostra necessário para que \bar{X} seja aproximadamente normal depende da distribuição populacional. [...] Amostras grandes: os procedimentos t podem ser usados mesmo para distribuições claramente assimétricas, quando a amostra é grande, grosseiramente $n \geq 40$.”</p>

G – PAGANO; GAUVREAU, 2004, p. 178	Quanto mais a população original se afasta da distribuição normal, maior é o valor de n necessário para assegurar a normalidade da distribuição amostral. Se a própria população original é normal, amostras de tamanho 1 são suficientemente grandes. Para uma população que seja bimodal ou notavelmente assimétrica, com frequência uma amostra de tamanho 30 é suficiente.
H – STEVENSON, 1981.	<p>“[...] uma regra prática muito usada é que a amostra deve consistir de 30 ou mais observações.” (p. 181)</p> <p>Para determinar o tamanho da amostra utiliza-se a fórmula do erro, que pode ser resolvida em relação a n. Assim,</p> $e = z \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ $\sqrt{n} = z \frac{\sigma_x}{e}$ $n = \left(z \frac{\sigma_x}{e} \right)^2$ <p>“Logo, o tamanho da amostra necessariamente dependerá de (1) grau de confiança desejado, (2) a quantidade de dispersão entre os valores individuais da população, e (3) de certa quantidade específica de erro tolerável.” (p. 201)</p>
I – TRIOLA, 1999, p. 128	“Regras práticas de uso comum: 1- Para amostras de tamanho n > 30, a distribuição das médias amostrais pode ser aproximada satisfatoriamente por uma distribuição normal. A aproximação melhora da medida em que aumenta o tamanho da amostra n. 2- Se a própria distribuição original tem distribuição normal, então as médias amostrais terão distribuição normal, para qualquer tamanho amostral n.”
J – WITTE; WITTE, 2005, p. 183	“[...] se o formato da população de origem for normal, então qualquer tamanho de amostra (até mesmo um tamanho de amostra igual 1) será suficientemente grande. Por outro lado, dependendo do grau de não-normalidade existente na população de origem, um tamanho de amostra entre 25 e 100 é suficientemente grande.”

Figura 2: Enunciados sobre o tamanho de amostra nos livros-texto.

Analisando o quadro, percebemos que A apresenta uma técnica para determinar o tamanho mínimo de uma amostra e, para caso em que a população é considerada grande, sugere o uso do fator de correção. Ainda nessa mesma obra, A, verificamos uma abordagem de tamanho de amostra também quando uma distribuição binomial aproxima-se para normal. E, nesse caso, o autor alega que um número adequado para o tamanho de amostra é 50 (Barbetta, p. 147, [1]).

Os livros-texto C e I apresentam valores maiores que 30 para o tamanho de amostra. Tem-se que a distribuição de médias amostrais pode ser aproximada à normal. Já as obras E, G e H defendem que as amostras devem ser de 30 ou mais, de modo que uma distribuição seja aproximada da normal. As obras B e D consideram uma amostragem de 30 elementos como sendo a que se aproxima da distribuição normal, porém B diz que 50 é um número razoável para que isso ocorra. No entanto, (Morettin e Bussab [8]) apresentam a seguinte ilustração para a variação do tamanho de amostra:

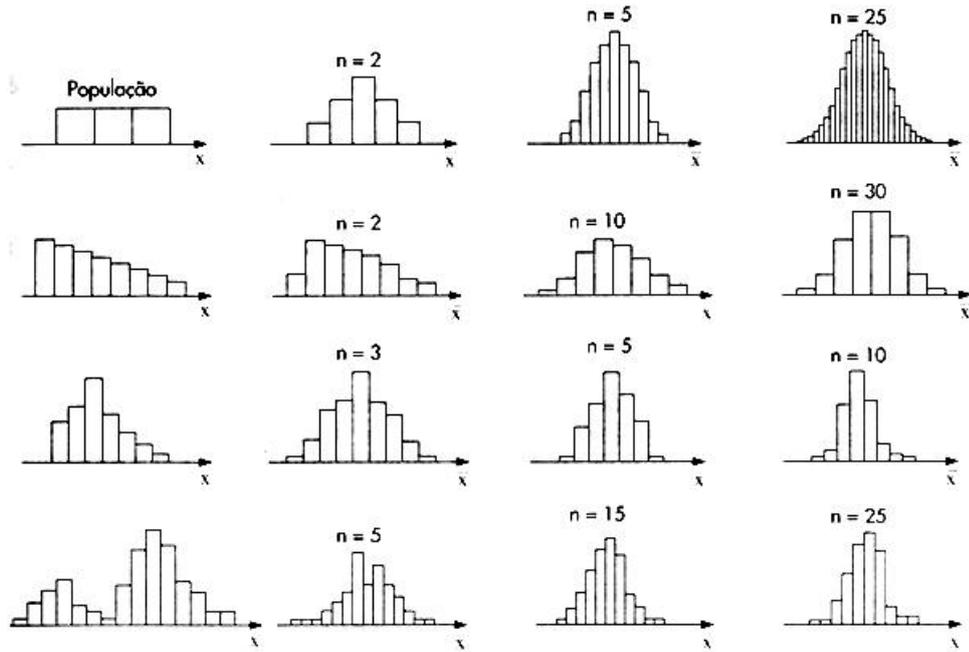


Figura 3: Distribuições amostrais de média amostral para amostras extraídas de algumas populações (Fonte: [8]).

O livro-texto F afirma que o tamanho da amostra depende primeiramente da distribuição populacional e, no caso de distribuições não-normais, pode-se considerar uma amostra grande de 40 ou mais elementos.

E, por fim, J parte do princípio de que, se uma população origem tem distribuição normal, não importa o tamanho da amostra, já que qualquer uma delas será necessariamente normal. Em contrapartida, quando isso não ocorre, considera um intervalo de valores para se obter amostras, de 25 a 100 elementos.

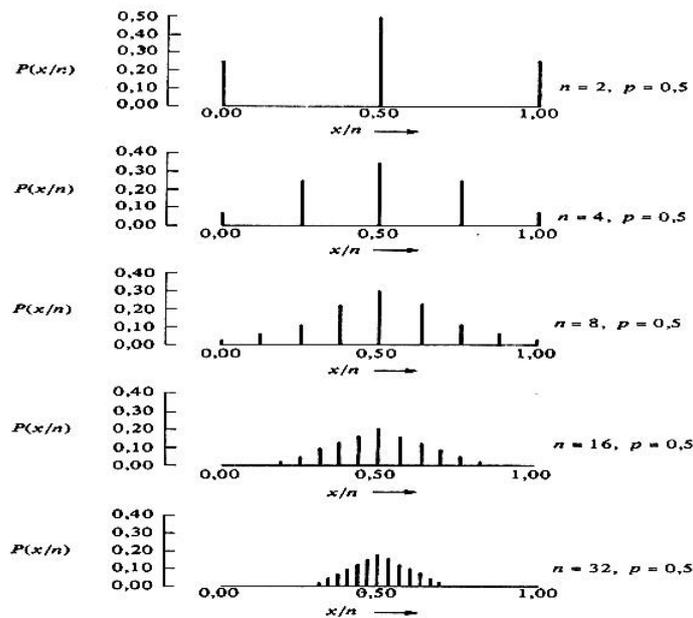


Figura 4: Tamanho da amostra e a variabilidade da distribuição amostral (Fonte: [11]).

Nesse contexto, podemos dizer que não há consenso para um valor único no sentido de delimitar uma amostra representativa em relação à população. Entendemos que a validade para um pesquisador, quando deseja inferir sobre algum dado da população, depende de averiguar as formas como os dados são distribuídos na população para, enfim, determinar o valor ideal para as amostras.

Segundo (Stevenson, [11]), para ilustrar a relação básica entre tamanho da amostra e variabilidade na distribuição amostral, um método conveniente a ser utilizado é a distribuição binomial. Isto pode ser percebido diretamente escolhendo-se uma proporção única (probabilidade de sucesso) e comparando as probabilidades dos resultados para vários tamanhos de amostra.

A Figura 4 mostra o fato de que, à medida que aumenta o tamanho da amostra, a distribuição amostral das proporções tende para a normalidade e a variabilidade decresce. Com efeito, a série de gráficos ilustra as proporções amostrais para amostras de $n = 2, 4, 8, 16, 32$, a situação em que a proporção em relação à população é de 50%. O motivo pelo qual a distribuição amostral tende para normalidade depende de quão simétrica a população é, pois quanto mais simétrica, mais rápida a tendência para a normalidade e, assim, menor o tamanho da amostra necessário para "supor" normalidade. Por outro lado, à medida que o tamanho da amostra é aumentado, a variabilidade fica cada vez menor entre as proporções amostrais.

A implicação disso é que grandes amostras possuem uma tendência maior a produzir estatísticas amostrais relativamente próximas, em valor, do parâmetro populacional. Assim, o erro potencial decrescerá à medida que aumentar o tamanho da amostra. Em cada caso, a média da distribuição amostral é igual ao parâmetro da população. Logo, o valor esperado ou a média de uma estatística amostral é igual à proporção populacional.

Nessa direção, podemos dizer que parece bastante apropriado um olhar mais atento para o tamanho da amostra quando se quer realizar uma pesquisa em que envolve a teoria da amostragem. E, apesar dos pontos de vista diferentes entre os diversos autores consultados para essa investigação, constatamos que, no mínimo, deve haver 25 elementos para compor uma amostra de modo que o modelo a ser seguido seja o da distribuição normal. Entretanto, devemos estar atentos quanto às características específicas da população observada, caso seja conhecida, como a média, o desvio padrão e o seu tamanho.

Consequentemente, esses procedimentos terão repercussão nos próximos passos da Inferência Estatística, como, por exemplo, ao estimar os intervalos de confiança nos testes de hipóteses, entre outros, assuntos que não foram foco de nossa investigação, mas que podem ser explorados posteriormente em outras pesquisas.

Considerações finais

A realização dessa investigação surgiu a partir de uma curiosidade em descobrir um possível tamanho para considerarmos uma amostra significativa quando estamos trabalhando com dados assimétricos. No entanto, percebemos que este tema é de fundamental importância quando queremos fazer uma leitura correta de uma população através de sua amostra.

Abordamos alguns assuntos básicos sobre análise exploratória dos dados, Inferência Estatística, estatística descritiva, teoria das probabilidades e tipos de amostragem, fundamentais para podermos estudar e compreender qual tamanho deve ser considerado significativo para uma amostra. Outrossim, foi-nos possível também descrever fatos históricos isolados que culminaram nas técnicas e procedimentos para os dias atuais.

Outro fato constatado foi que os livros-texto apresentam diversos pontos de vista em relação ao tamanho da amostra, o que nos levou a concluir que para uma amostra ser significativa, deve ter no mínimo 25 elementos quando o modelo a ser seguido for o da distribuição normal. Entretanto, devemos estar atentos às características da população, pois esse número não deve ser seguido como padrão, mas sim como ponto de partida, já que o tamanho da amostra depende diretamente do tamanho da população a ser considerada.

Para finalizar, deixamos algumas questões que podem, futuramente, servir como ponto de partida para futuras pesquisas nesse campo, na certeza de que já existem muitas, mas não se esgotam: como, por exemplo, “De que forma podemos desenvolver as habilidades que implicam o desenvolvimento do pensamento estatístico na Inferência Estatística?”; “Quais os elementos estatísticos necessários para a compreensão dos procedimentos que envolvem uma pesquisa quantitativa?”; “Qual proporção de pessoas de uma determinada classe conhece os procedimentos estatísticos?”

Portanto, entendemos que o tema sobre o tamanho de amostras não se encerra, muito pelo contrário, fica a cargo de outros pesquisadores continuarem essa discussão.

Referências

- [1] BARBETTA, P. A. *Estatística aplicada às ciências sociais*, 6. ed. Florianópolis: UFSC, 2006.
- [2] COUTINHO, C. Q. S. *Introdução ao conceito de probabilidade: uma visão frequentista*, São Paulo: EDUC, 1996.
- [3] GUIMARÃES, R. C.; CABRAL, J. A. S. *Estatística*, Lisboa: McGraw-Hill, 1997.
- [4] LEVIN, J.; FOX, J. A. *Estatística para ciências humanas*, Trad. Alfredo Alves de Farias. 9. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2004.
- [5] LEVINE, D. M. ET AL. *Estatística - teoria e aplicação*, Trad. Eduardo Benedito Curtolo; Teresa Cristina Padilha. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2005.
- [6] MANN, P. S. *Introdução à estatística*, Trad. Eduardo Benedito Curtolo; Teresa Cristina Padilha de Souza. 5. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.
- [7] MOORE, D. S. *A estatística básica e sua prática*, Trad. Cristiana Filizola Carneira Pessoa. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2005.
- [8] MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. *Estatística Básica*, 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2003.
- [9] PAGANO, M.; GAUVREAU, K. *Princípios de bioestatística*, Trad. Luiz Sérgio de Castro Paiva. 2. ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.
- [10] RODRIGUES, M. S. *Elementos de estatística geral*, 5. ed. São Paulo: Companhia Nacional, 1955.
- [11] STEVENSON, W. J. *Estatística aplicada à administração*, Trad. Alfredo Alves de Faria. São Paulo: Harper e Row do Brasil, 1981.
- [12] TRIOLA, M. F. *Introdução à estatística*, Trad. Alfredo Alves de Farias. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999.
- [13] WILD, C.J; PFANNKUCH, M. Statistical thinking in empirical enquiry, *International Statistical Review*, **67**, 1999.
- [14] WITTE, R. S.; WITTE, J. S. *Estatística*, Trad. Teresa Cristina Padilha de Souza; Eduardo Benedito Curtolo. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2005.