

EXPERIMENTO FATORIAL BLOCADO PARA DETERMINAÇÃO DE DIFERENÇAS ENTRE TEMPO DE QUEIMA DE VELAS DE PARAFINA

Helinton André Lopes Barbosa¹, Thiago Rezende dos Santos²,
Fernando Luiz Pereira de Oliveira²

Resumo: *A prefeitura de uma cidade do interior do estado de Minas Gerais vai implantar um programa social que irá distribuir velas de parafina aos moradores da zona rural, ainda sem energia elétrica. A secretaria responsável pela licitação quer saber se existe diferença no tempo de queima da vela para cada fornecedor, orientando tecnicamente a escolha. Neste trabalho será investigado, através de um modelo fatorial para fatores fixos, o tempo de queima de velas, sendo identificados os maiores tempos estatisticamente significativos. A diferença entre fatores, realizada pelo teste de Tukey, revelou que apenas algumas marcas são estatisticamente iguais em relação ao maior tempo de queima.*

Palavras-chave: Experimento Fatorial, Blocagem, Comparações Múltiplas.

Introdução

A prefeitura de uma pequena cidade do estado de Minas Gerais vai implantar um programa social que distribuirá velas de parafina aos moradores da zona rural, onde ainda não há energia elétrica, enquanto o programa de eletrificação rural não é implantado. A licitação pública determina, como critério técnico, aos participantes do trâmite possuidores dos menores preços com variação máxima de 10% entre o menor e o maior, que forneçam material para ser testado em um experimento estatístico e, assim, verificada qual marca possui maior tempo de queima.

O processo licitatório mostrou que 4 fornecedores possuem preços com as características desejadas do tipo de vela que a prefeitura deseja comprar, ou seja, velas de 35 gramas, entre 15 e 16 centímetros de comprimento

Objetivo

Conforme licitação, cada uma das empresas forneceu material para se testar as quatro marcas e determinar aquelas que apresentem maior durabilidade, ou seja, as marcas que apresentem maior tempo de queima medido em horas. O documento licitatório exige ainda que seja investigado se existe diferença no tempo de queima durante o dia ou à noite para cada fornecedor, pois grande maioria das casas na zona rural possui fogão a lenha e a noite quando este fogão está aceso, a temperatura nos locais próximos ao fogão, se torna próxima à temperatura observada durante a maior parte do dia.

¹Departamento de Estatística, UFMG,
helinton@ufmg.br

²Departamento de Matemática, UFOP,
thiagorezende@yahoo.com.br, fernandoest@ig.com.br

Finalmente, deseja-se saber se existe diferença entre tempos de queima por marcas e por turno (dia e noite). Dessa forma, esse teste deve ser tratado como um experimento fatorial composto por dois fatores fixos (marcas e turno). Como a medição será realizada em quatro dias distintos, sendo que o dia da coleta pode ser uma fonte de variação devido a diferentes umidades do ar e temperaturas, ocasionando possíveis tempos de queima diferentes, então dia é considerado um bloco e não um fator.

Metodologia

O modelo proposto [2] possui dois fatores (marcas das velas e turno de queima) e um bloco (dias de realização do experimento) cuja forma matemática é apresentada a seguir:

$$Y_{ijkp} = \mu + \tau_i + \beta_j + (\tau\beta)_{ij} + \delta_k + \varepsilon_{ijkp}$$

para $i = 1, 2, 3, 4$; $j = 1, 2$; $k = 1, 2, 3, 4$ e $p = 1, 2$; onde:

Y_{ijkp} : observação coletada sob o i -ésimo nível do fator 1, j -ésimo nível do fator 2, no k -ésimo bloco e p -ésima replicação;

μ : média global;

τ_i : efeito do i -ésimo nível do fator 1 (marcas);

β_j : efeito do j -ésimo nível do fator 2 (turno);

$(\tau\beta)_{ij}$: efeito da interação entre o i -ésimo nível do fator 1 e o j -ésimo nível do fator 2;

δ_k : efeito do k -ésimo bloco(dia);

ε_{ijkp} : componente de erro aleatório associado à observação Y_{ijkp} .

Para o modelo descrito acima, teremos a suposição que os componentes de erro são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, com distribuição normal de média zero e variância constante, ou seja, $\varepsilon_{ijkp} \sim iid N(0, \sigma^2)$.

Na coleta de dados, foram utilizadas 64 velas, 16 por dia, sendo 8 por turno, ou seja, 2 réplicas por marca. As velas foram queimadas em uma bancada de mármore com dimensões 1 metro de largura por 3 metros de comprimento com 1,15 metros de altura. Os corpos de prova foram espaçados em 30 centímetros cada e a ordem de cada um na mesa foi aleatorizada em cada dia do experimento.

Tabela 1: Dados coletados para o teste.

Marca	Dia							
	1		2		3		4	
	Turno		Turno		Turno		Turno	
1	6,32	5,78	6,1	6,58	7,12	6,45	6,38	6,73
	6,52	6,67	6,9	7,38	7,37	6,65	6,4	6,75
2	6,08	6,55	6,32	6,02	7	6,33	6,05	5,78
	6,57	6,55	6,65	6,73	7,47	6,6	6,1	6,02
3	4,88	6,3	5,4	6,38	6,87	6,12	4,78	5,5
	5,9	6,32	6,2	6,68	6,9	6,15	5,45	5,87
4	5,2	5,32	5,48	6,53	6,22	5,28	5,38	5,4
	5,58	5,72	5,53	6,57	6,52	5,65	5,73	5,6

Os 4 dias em que o teste foi realizado foram sorteados em um intervalo de 7 dias. O trabalho se iniciava no turno do dia às 10 horas e no turno da noite às 19 horas. O tempo de queima era anotado quando a chama da vela se extinguia completamente. A Tabela 1 apresenta o banco de dados obtido pelo experimento, com os tempos de queima de cada vela dado em horas.

Resultados

Análise Descritiva

A análise exploratória de dados [3] baseou-se em gráficos tipo boxplot, verificando como os fatores e o bloco influenciam a variável resposta. Tal análise indicou que pode haver alguma diferença entre as variabilidades dos tempos de queima e que, aparentemente, a marca 1 possui um maior tempo de queima e menor variabilidade, enquanto a marca 3 possui maior variabilidade. Notou-se ainda que parece não haver diferença entre queima por turno. Que a marca 1 possui maior tempo e menor variabilidade por turno. Por fim, nota-se que durante os dias do experimento há variabilidades aparentemente iguais, porém com tempos diferentes. Essas informações são vistas nas figuras 1 a 4.

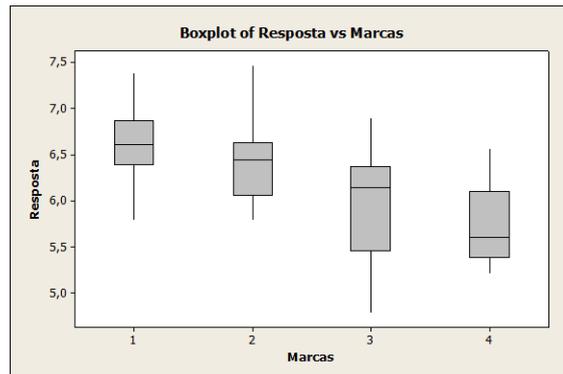


Figura 1: Tempo de queima vs. Marca.

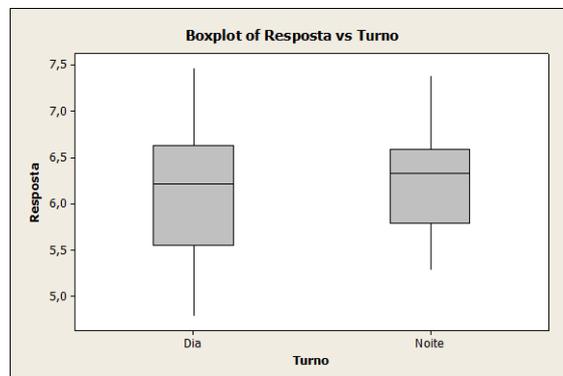


Figura 2: Tempo de queima vs. Turno.

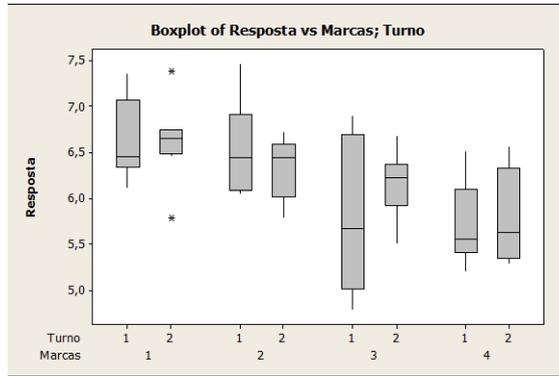


Figura 3: Tempo vs. Marca, Turno.

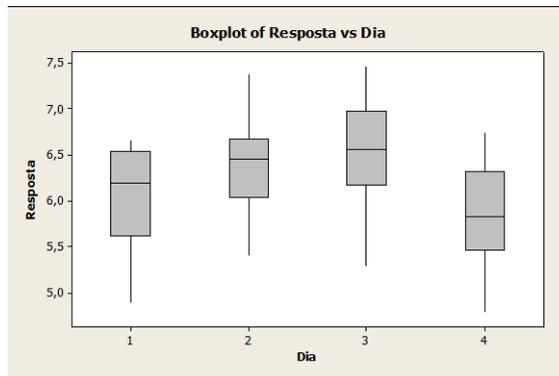


Figura 4: Tempo de queima vs. Dia.

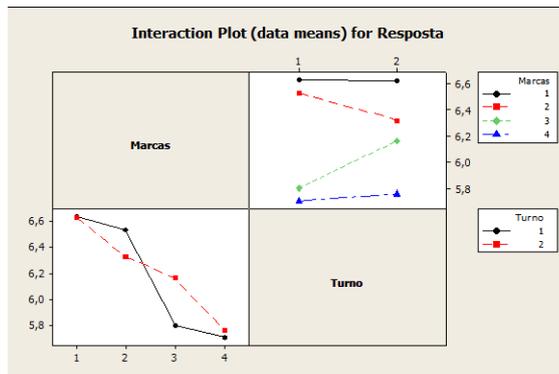


Figura 5: Gráfico da Interação.

Outro tipo de gráfico utilizado foi o de interação de tempo médio queima de cada vela por turno [4]. Essa análise mostrou, que a marca 1 parece ter os mesmos tempos no turno 1 (dia) e 2 (noite). A marca 3, aparentemente, tem a maior diferença entre tempos, sendo que a marca 4 parece ter o menor tempo de queima entre turnos. Observe esses detalhes na Figura 5.

Verificação das Suposições do Modelo

Foram verificados se os resíduos do modelo possuem as suposições necessárias [2]. Nessa análise observamos que existe normalidade dos dados pelo teste de Anderson-Darling (*valor-p* de 0,619) e que não há violação da suposição de homocedasticidade. Por fim, verificamos que há variabilidade constante dos resíduos, veja esses detalhes nas figuras 6 a 10.

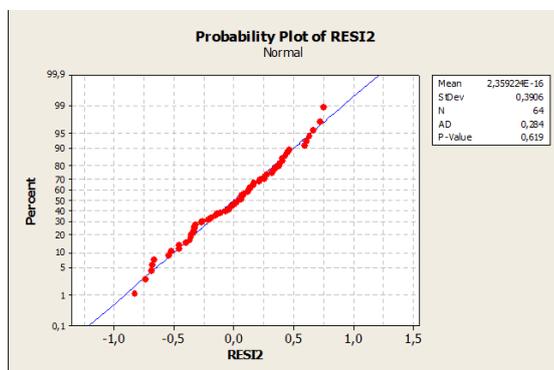


Figura 6: Normalidade dos Resíduos.

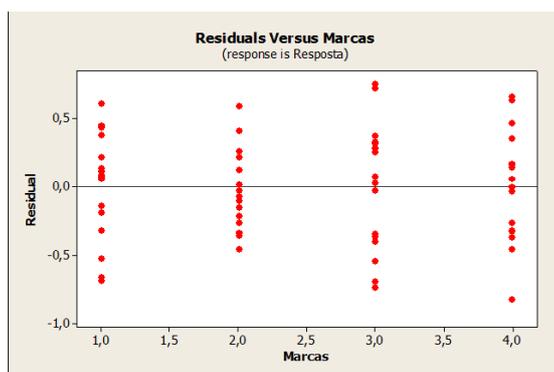


Figura 7: Resíduos versus Marca.

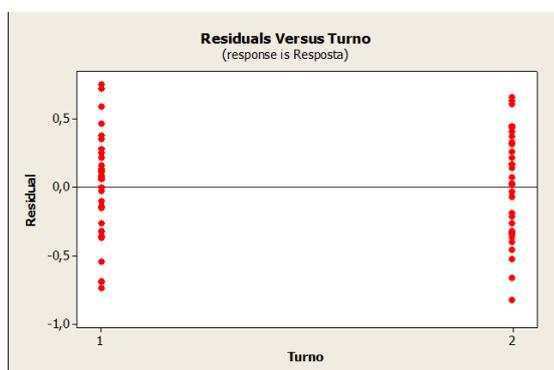


Figura 8: Resíduos versus Turno.

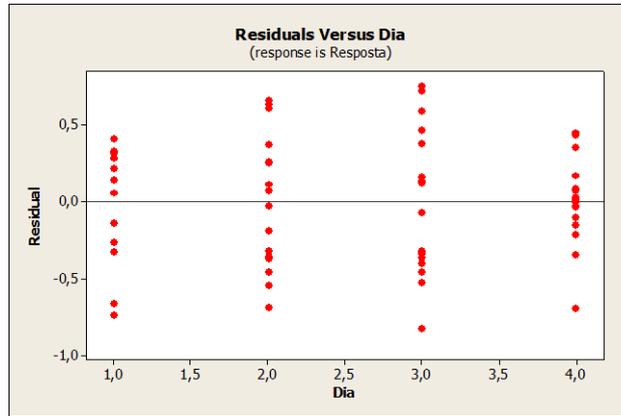


Figura 9: Resíduos versus Dia.

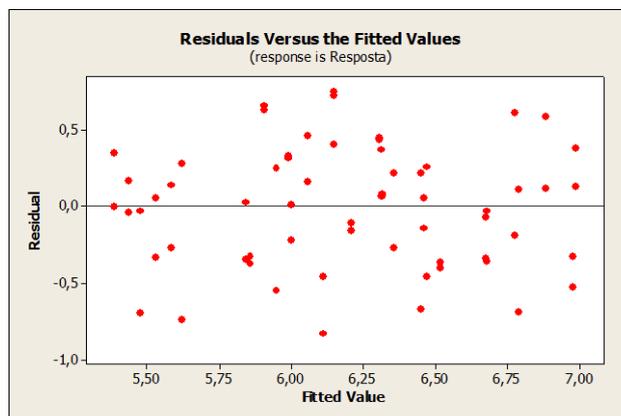


Figura 10: Resíduos versus Valores Ajustados.

Tabela ANOVA

Para verificação de quais fatores foram significativos no modelo, foi utilizada a tabela ANOVA [1] do ajuste do modelo proposto anteriormente. As hipóteses em questão eram:

1. Hipótese Interação:

$$H_0: (\tau\beta)_{11} = (\tau\beta)_{12} = \dots = (\tau\beta)_{42} = 0$$

H_1 : Pelo menos um $(\tau\beta)_{ij} \neq 0$, para $i = 1, 2, 3, 4$ e $j = 1, 2$.

2. Hipótese Turno:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0$$

H_1 : Pelo menos um $\beta_j \neq 0$, para $j = 1, 2$.

3. Hipótese Marcas:

$$H_0: \tau_1 = \dots = \tau_4 = 0$$

H_1 : Pelo menos um $\tau_i \neq 0$, para $i = 1, 2, 3, 4$.

General Linear Model: Resposta versus Marcas; Turno; Dia											
Factor	Type	Levels	Values	Type	Levels	Values	Type	Levels	Values		
Marcas	fixed	4	1; 2; 3; 4	- Turno	fixed	2	1; 2	- Dia	random	4	1; 2; 3; 4

Analysis of Variance for Resposta, using Adjusted SS for Tests						
Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
Marcas	3	8,0554	8,0554	2,6851	14,81	0,000
Turno	1	0,0400	0,0400	0,0400	0,22	0,641
Marcas*Turno	3	0,6794	0,6794	0,2265	1,25	0,301
Dia	3	4,4744	4,4744	1,4915	8,22	0,000
Error	53	9,6107	9,6107	0,1813		
Total	63	22,8599				

S = 0,425834 R-Sq = 57,96% R-Sq(adj) = 50,03%

Figura 11: Tabela de Análise de Variância.

A análise da Figura 11 indica que não há interação entre marcas e turno (valor- $P = 0,301$). Adotando um nível de significância de 0,05 não se rejeita H_0 . Analisando o fator Turno, (valor- $P = 0,641$) também não rejeitamos H_0 para um nível de significância de 0,05, o que mostra que não há diferença entre turno (dia ou noite) para o tempo de queima. Por fim, a análise de marcas mostra como valor- P algo menor que 0,000, indicando que se deve rejeitar H_0 . Ou seja, há diferença entre marcas para os tempos de queima. Um detalhe importante é que a análise de dia de realização do experimento, que em nosso estudo é considerado bloco, mostrou um valor- P menor que 0,000, indicando a rejeição $H_0 : \sigma_\delta^2 = 0$, isto é, o dia de realização do experimento influencia o tempo de queima, conforme esperado.

Discussões

Comparações Múltiplas

Para identificar onde estão diferenças entre marcas, foi utilizado o teste de comparações múltiplas de Tukey [4], a fim de descobrir quais são diferentes, já que esse fator foi significativo.

A comparação múltipla, vista na Figura 12, indica que não existe diferença significativa entre as marcas 1 e 2. Também é possível observar que não há diferença significativa entre as marcas 3 e 4. Isto é, existe diferença entre as marcas 1 e 3, 1 e 4, 2 e 3 e, por fim, entre as marcas 2 e 4, concluindo que as marcas 1 e 2 possuem os maiores tempos de queima.

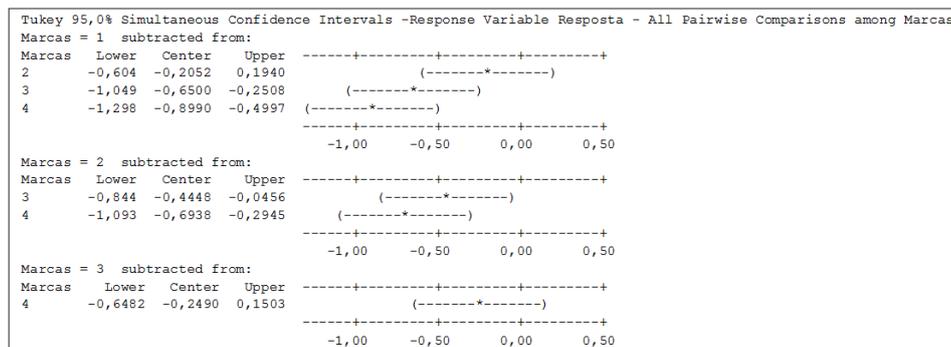


Figura 12: Comparações múltiplas pelo método de Tukey.

Conclusões

Com este estudo, a prefeitura foi orientada sobre qual vela comprar, isto é, o município deve comprar as marcas 1 ou 2, a de menor preço. A menos indicada é a marca 4, que possui os

menores tempos tanto no dia quanto à noite. Foi mostrado também que não há diferença por turno, ou seja, os tempos de queima são os mesmos para dia e noite.

Como se suspeitava, o dia de realização do experimento influencia os tempos de queima devido a variações de temperaturas e umidade. Como esse dia é bloco, inicialmente, não nos interessa esse resultado. O teste de comparações múltiplas de Duncan [4] foi usado e obteve as mesmas conclusões.

Referências

- [1] MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P., Noções de Estatística e Probabilidade, 4^a ed., São Paulo: EdUSP, 2002.
- [2] MONTGOMERY, D., Design and Analysis of Experiments; 6 ed., New York, Wiley & Sons, 2004.
- [3] TRIOLA, M. F., Introdução à Estatística: 10^a ed., Rio de Janeiro: LTC, 2008.
- [4] WERKEMA, B.; AGUIAR, S., Planejamento e Análise de Experimentos, Vol. 8, Série Ferramentas da Qualidade, FCO, 1996.