

# COMPARAÇÃO DE MODELOS NÃO-LINEARES NO ESTUDO DAS CURVAS DE CRESCIMENTO DO CARANGUEJO DE ÁGUA DOCE

Tales Jesus Fernandes<sup>1,2</sup>, Adriele Aparecida Pereira<sup>1,2</sup>,  
Joel Augusto Muniz<sup>1,2</sup>

**Resumo:** *O estudo de curvas de crescimento utilizando modelos não-lineares é cada vez mais comum na literatura, pois estes modelos além de fornecer um bom ajuste, apresentam uma grande capacidade de resumir as informações contidas nos dados em apenas alguns parâmetros com interpretações práticas. Os modelos não-lineares mais utilizados na descrição de curvas de crescimento são: Brody, Gompertz, Logístico e von Bertalanffy. O objetivo deste trabalho foi comparar estes quatro modelos no ajuste do crescimento da Largura Cefalotorácica (LC) do caranguejo de água doce (Dilocarcinus Pagei Stimpson). Na comparação dos modelos foram utilizados dois avaliadores de qualidade de ajuste: o coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_a$ ) e o Critério de Informação de Akaike (AIC). O modelo que melhor descreveu as curvas de crescimento do caranguejo de água doce (Dilocarcinus Pagei Stimpson) e apresentou os melhores resultados perante os avaliadores de qualidade de ajuste foi o modelo Brody.*

**Palavras-chave:** *ajuste não-linear, análise de crescimento, nls, Dilocarcinus Pagei Stimpson.*

## 1 Introdução

Uma curva descrevendo uma sequência de medidas de determinada característica de alguma espécie ou indivíduo em função do tempo, geralmente peso, altura ou diâmetro, é chamada de curva de crescimento. O conhecimento das curvas de crescimento de uma espécie fornece informações muito úteis no cultivo e manejo de populações naturais, e têm grande importância biológica, pois possibilitam a viabilidade do cultivo de uma espécie pela avaliação da taxa de crescimento (LOBÃO et al., 1987).

Em geral, este tipo de curva apresenta aspecto de crescimento exponencial ou sigmoidal (formato de "S"), que é muito bem modelado pela regressão não-linear. Além disso, outra grande vantagem de utilizar modelos não-lineares no estudo de curvas de crescimento é o resumo das informações contidas nos dados, pois estes modelos conseguem resumir tais informações em apenas alguns parâmetros (FREITAS, 2005; MAZZINI et al., 2005).

Nesse sentido vários autores tem trabalhado com modelos não-lineares na descrição de curvas de crescimento. Oliveira et al. (2007) compararam os modelos Logístico, Gompertz e von Bertalanffy generalizado no ajuste de curvas de crescimento de suínos de corte. Estudando a curva de crescimento da ovelha-anã Gbangboche et al. (2008) ajustaram os modelos Brody, von Bertalanffy, Gompertz e Logístico. Mazzini et al. (2005) também utilizaram estes quatro modelos na descrição do crescimento de novilhos da raça Hereford e Nelore. Terra et al. (2010) descreveram o crescimento dos frutos da tamareira anã em comprimento e diâmetro utilizando os modelos Logístico e Gompertz.

<sup>1</sup>DEX-Universidade Federal de Lavras, talesuffla7@yahoo.com.br, adrieleapvga@yahoo.com.br, joamuniz@dex.ufla.br

<sup>2</sup>Agradecimento ao CNPq e à FAPEMIG pelo apoio financeiro.

O caranguejo de água doce *Dilocarcinus Pagei Stimpson* é muito encontrado na região central da América do Sul, sendo de grande importância na biota aquática, onde atuam no processamento da matéria orgânica de rios e lagos (MELLO, 2003). Também conhecido como caranguejo vermelho, ele é utilizado como isca viva principalmente na região noroeste do estado de São Paulo e no Pantanal (TADDEI & HERRERA, 2010).

## 2 Objetivo

O objetivo deste trabalho foi validar as hipóteses de que os modelos não-lineares fornecem bons ajustes no estudo de curvas de crescimento. Uma vez validada a hipótese os modelos foram comparados entre si com base nos avaliadores de qualidade de ajuste com o objetivo de eleger aquele que melhor descreve as curvas de crescimento do caranguejo de água doce.

## 3 Metodologia

Os dados analisados foram extraídos de (PINHEIRO & TADDEI, 2005), e correspondem a coletas feitas mensalmente acompanhando as coortes etárias de outubro de 1994 a setembro de 1996 na Represa Municipal de São José do Rio Preto-SP. Todos os exemplares tiveram a maior largura cefalotorácica (LC) medida com paquímetro (0,05mm), separando por sexo. Visando aumentar o número de exemplares nas análises para uma melhor estimativa das médias, optou-se por um agrupamento trimestral com distribuição em classes de 10mm.

Os modelos não-lineares Logístico, Gompertz, von Bertalanffy e Brody são os mais citados na literatura na descrição de curvas de crescimento. As equações destes modelos são apresentadas na tabela 1.

Tabela 1: Equações dos modelos não-lineares Gompertz, Logístico, Brody e von Bertalanffy.

Modelo	Equação
Gompertz (1825)	$Y_i = \alpha e^{-e^{(\gamma - kx_i)}} + \varepsilon_i$
Logístico (1838)	$Y_i = \frac{\alpha}{1 + e^{(\gamma - kx_i)}} + \varepsilon_i$
Brody (1945)	$Y_i = \alpha(1 - e^{-k(x_i - \gamma)}) + \varepsilon_i$
von Bertalanffy (1957)	$Y_i = \alpha(1 - e^{-k(x_i - \gamma)})^3 + \varepsilon_i$

em que,  $Y_i$  é a  $i$ -ésima observação da variável dependente, sendo  $i = 1, 2, \dots, n$ ;  $x_i$  é a  $i$ -ésima observação da variável independente;  $\alpha$  é a assíntota superior (peso adulto, tamanho máximo, etc);  $\gamma$  é um parâmetro de locação sem interpretação prática direta, mas importante para manter o formato do modelo;  $k$  está associado ao crescimento, este valor indica o índice de maturidade ou precocidade e quanto maior for o valor de  $k$  menos tempo será necessário para o indivíduo, planta ou fruto atingir o valor assintótico ( $\alpha$ );  $\varepsilon_i$  é o erro associado ao modelo (FREITAS, 2005).

Na comparação dos modelos, foram utilizados os seguintes avaliadores de qualidade de ajuste:

i) Coeficiente de determinação ajustado:  $R_a^2 = 1 - \left[ \frac{(1 - R^2)(n - i)}{n - p} \right]$

ii) Critério de Informação de Akaike:  $AIC = \ln(QME) + \frac{2p + 1}{n}$

em que  $R^2$  é o coeficiente de determinação,  $n$  é o número de medições,  $p$  é o número de parâmetros e  $i$  está relacionado com o intercepto da curva, sendo igual a 1 se houver intercepto e igual a 0 se não houver intercepto no modelo,  $\ln$  é logaritmo de base natural e  $QME$  é o quadrado médio de resíduos.

A estimação dos parâmetros foi feita utilizando a função “nls” do software estatístico R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2012).

## 4 Resultados e Discussões

Tabela 2: Estimativas dos parâmetros dos modelos com o respectivo erro-padrão.

		Machos		Fêmeas	
		estimativa	erro padrão	estimativa	erro padrão
Gompertz	$\alpha$	39,34	0,801	38,40	0,700
	$\gamma$	0,92	0,246	0,94	0,231
	k	0,67	0,106	0,73	0,106
Logístico	$\alpha$	39,02	0,887	38,17	0,768
	$\gamma$	2,49	0,834	2,53	0,772
	k	1,17	0,297	1,25	0,278
von Bertalanffy	$\alpha$	39,50	0,750	38,53	0,658
	$\gamma$	-0,99	0,362	-0,90	0,301
	k	0,55	0,074	0,60	0,076
Brody	$\alpha$	39,91	0,627	38,86	0,549
	$\gamma$	-0,18	0,107	-0,16	0,089
	k	0,37	0,038	0,41	0,041

A tabela 2 apresenta as estimativas obtidas para os parâmetros dos quatro modelos no ajuste das curvas de crescimento do caranguejo de água doce (*Dilocarcinus Pagei Stimpson*) e o erro padrão de cada estimativa. Os valores estimados para a assíntota superior (largura cefalotorácica máxima) estão de acordo com os valores observados por Pinheiro & Taddei (2005). Observando o erro padrão das estimativas, o modelo cujas estimativas apresentam menor erro padrão é o modelo Brody, este fato já é um indício de que este é o modelo que melhor se ajusta aos dados, mas para melhores conclusões foram calculados os avaliadores de qualidade de ajuste que são apresentados na tabela abaixo.

Tabela 3: Resultados dos avaliadores de qualidade de ajuste.

Modelo	Gênero	AIC	$R_a^2$
Gompertz	Macho	42,38	0,9705
	Fêmea	40,21	0,9753
Logístico	Macho	45,02	0,9605
	Fêmea	42,49	0,9683
von Bertalanffy	Macho	40,75	0,9755
	Fêmea	38,72	0,9791
Brody	Macho	36,15	0,9852
	Fêmea	34,30	0,9873

Com base nos resultados dos avaliadores de qualidade de ajuste, todos os modelos não-lineares estudados apresentam ajustes satisfatórios. Porém, o modelo Brody é o que apresenta os menores valores para o critério de informação de akaike e os melhores resultados (mais próximo de 1) do coeficiente de determinação ajustado, portanto este modelo é o mais indicado para a descrição das curvas de crescimento do caranguejo de água doce (*Dilocarcinus Pagei Stimpson*).

O modelo Brody é o único, dentre os quatro ajustados neste trabalho, que não possui ponto de inflexão, apresentando concavidade apenas voltada para baixo. Os resultados indicam portanto, que o caranguejo de água doce não apresenta padrão de crescimento sigmoidal e as taxas de crescimento para esta espécie são máximas no momento inicial, depois continuam decrescendo até estabilizar em zero.

Observando os resultados dos avaliadores de qualidade de ajuste apresentados na Tabela 3, é possível perceber que curiosamente os quatro modelos apresentaram melhores ajustes na descrição das curvas de crescimento dos caranguejos fêmeas.

## 5 Conclusões

Os modelos não-lineares estudados são indicados para os estudo de curvas de crescimento pois apresentam bons resultados perante os avaliadores de qualidade de ajuste utilizados.

Os melhores ajustes para as curvas de crescimento do caranguejo de água doce (*Dilocarcinus Pagei Stimson*) foram obtidos pelo modelo Brody, portanto este modelo é o mais indicado para estudar as curvas de crescimento desta espécie.

## Referências

- [1] FREITAS A. R., Curvas de Crescimento na Produção Animal. *Revista Brasileira de Zootecnia*, **34(3)**, 786-795, 2005.
- [2] GBANGBOCHE, A. B., GLELE-KAKAI, R., SALIFOU, S., ALBUQUERQUE, L. G., LEROY, P. L., Comparison of non-linear growth models to describe the growth curve in West African Dwarf sheep, *Animal*, **2(7)**, 1003-1012, 2008.
- [3] LOBÃO, V. L., MUSTO, M. R. Z. N., ROJAS, N. E. T., LACE, M., MAGALHÃES, M. F. S., Estudo populacional de Macrobrachium iheringi (Ortmann, 1897) do Rio Buava-SP, *Boletim do Instituto de Pesca*, São Paulo, **13(2)**, 37-43, 1987.
- [4] MAZZINI, A. R. DE A., MUNIZ, J. A., SILVA, F. F., AQUINO, L. H., Curva de crescimento de novilhos Hereford: heterocedasticidade e resíduos autoregressivos, *Ciência Rural*, **35(2)**, 422-427, 2005.
- [5] MELO, G. A. S., Manual de Identificação dos Crustacea Decapoda de Água Doce do Brasil, São Paulo, *Edições Loyola*, 2003.
- [6] OLIVEIRA, L., BRANDÃO, A. J. V., BASSANEZI, R. C., Modelo de von Bertalanffy generalizado aplicado ao crescimento de suínos de corte, *Revista Biomatemática*, **17**, 101-109, 2007.
- [7] PINHEIRO, M. A. A., TADDEI, F. G., Crescimento do caranguejo de água doce, *Dilocarcinus pagei Stimpson*, *Revista Brasileira de Zoologia*, **22(3)**, 522-528, 2005.
- [8] R DEVELOPMENT CORE TEAM. *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2012. Disponível em: <http://www.r-project.org>. Acesso em: 12 jun. 2012.
- [9] TADEI, F. G., HERRERA, D. R., Crescimento do caranguejo *Dilocarcinus pagei Stimpson*, 1861 (crustacea, brachyura, tridactylidae) na represa Barra Mansa, Mendonça-SP, *Boletim do Instituto de Pesca*, São Paulo, **36(2)**, 99-110, 2010.
- [10] TERRA, M. F., MUNIZ, J. A., SAVIAN, T. V. Ajuste dos modelos Logístico e Gompertz aos dados de crescimento de frutos da tamareira-anã (*Phoenix roebelenii* O'BRIEN), *Magistra*, Cruz das Almas, **22**, 1-7, 2010.