USO DE NÚCLEOS ESTIMADORES NA CONSTRUÇÃO DE GRÁFICOS DE CONTROLE DE SHEWHART PARA MEDIDAS INDIVIDUAIS

Lupércio França Bessegato[1], Alan de Paiva Loures[2], Fernando Luiz Pereira de Oliveira[3]

Resumo: *Das ferramentas de controle estatístico do processo, o gráfico de controle de Shewhart é, provavelmente, a mais utilizada. A operação dos gráficos de controle consiste na coleta periódica de itens produzidos, analisando-os de acordo a alguma característica de interesse. Há muitas situações em que a amostra consiste de uma única amostra individual, como, por exemplo, quando medidas repetidas do processo diferem unicamente devido a erros de medida. Quando o gráfico não é robusto a erros de especificação do modelo podem ser usadas técnicas não paramétricas para estimar a região de controle. Nesse trabalho, é considerada a situação não paramétrica para medidas individuais em que a função de distribuição subjacente é unimodal. Analisa-se o desempenho de gráficos de controle para medidas individuais, baseados em núcleo estimador da função de distribuição. São apresentados os resultados de estudo de simulação Monte Carlo, baseado em vários tamanhos de amostras e várias distribuições com características distintas de assimetria e curtose. São utilizadas três diferentes metodologias para obtenção do parâmetro de suavidade das estimativas por núcleo.*

Palavras-chave: *controle estatístico de processo, núcleo estimador, escolha da janela ótima, gráfico de controle para medidas individuais.*

Abstract: *The in-control performance of non-parametric individuals control charts based on kernel estimators are studied by simulation. Three different procedures are adopted for kernel estimator bandwidth selection. It turns out that the alternative control charts are robust against deviations from symmetry and perform reasonably well under normality of the observations.*

Keywords: *controle estatístico de processo, núcleo estimador, escolha da janela ótima, gráfico de controle para medidas individuais.*

1 Introdução

Em geral, espera-se que um processo de produção seja estável ou replicável, ou seja, que ele tenha capacidade de operar com pequena variabilidade em torno de dimensões-alvo das características de qualidade do produto. O controle estatístico do processo (CEP) é uma

[1] DE/ICE – UFJF. e-mail: lupercio.bessegato@ufjf.edu.br
[2] DE/ICE – UFJF.
[3] DEEST – UFOP.

poderosa coleção de ferramentas de resolução de problemas que são importantes para se alcançar a estabilidade do processo e a melhoria de sua capacidade, através da redução de variabilidade. O CEP constrói um ambiente para a implementação da melhoria contínua na qualidade e na produtividade de um sistema de produção. Assim, a aplicação rotineira das ferramentas do CEP direciona a organização para a obtenção de seus objetivos de melhoria de qualidade.

Das ferramentas de CEP, o gráfico de controle de Shewhart é, provavelmente, a mais utilizada. A operação dos gráficos de controle consiste na coleta periódica de itens produzidos, analisando-os de acordo com alguma característica de interesse. Um gráfico de controle típico é uma representação gráfica de uma característica de qualidade, medida ou calculada a partir de uma amostra versus o número da amostra ou o tempo. A característica de qualidade pode ser um atributo ou uma variável. O gráfico contém uma linha central (LC), representando o valor médio da característica de qualidade, e duas outras linhas horizontais, chamadas limite superior de controle (LSC) e limite inferior de controle (LIC). Escolhe-se a amplitude do intervalo entre LSC e LIC de maneira que, quando o processo estiver operando sob controle, praticamente todos os pontos amostrais estejam em seu interior. Enquanto os pontos amostrais estiverem dentro dos limites de controle, considera-se que o processo esteja sob controle, não sendo necessária nenhuma ação. Entretanto, a ocorrência de um ponto fora desses limites é interpretada como evidência de que o processo está fora de controle, exigindo a descoberta e a eliminação da causa ou causas atribuíveis responsáveis por essa ocorrência. Em essência, o gráfico de controle pode ser entendido como um teste da hipótese de que o processo está sob controle estatístico.

Os gráficos de controle podem ser classificados em dois tipos. Se a característica da qualidade pode ser expressa numericamente em alguma escala contínua de medida, os gráficos de controle são chamados de gráficos de controle para variáveis. Os gráficos de controle para variáveis mais usuais são o gráfico de controle para a média amostral ($\overline{X}$) e para amplitude amostral (R). Muitas características de qualidade não são medidas em uma escala contínua ou mesmo em uma escala quantitativa. Nesses casos, se ela possuir ou não certos atributos, julga-se cada unidade do produto como conforme ou não conforme. Os gráficos de controle para tais características de qualidade são denominados gráficos de controle para atributos.

Há muitas situações em que a amostra consiste de uma única amostra individual, como, por exemplo, quando medidas repetidas do processo diferem unicamente devido a erros de medida [maiores detalhes sobre exemplos dessas situações em Montgomery (2004)]. Em tais situações, é útil o gráfico de controle para unidades individuais.

No caso de gráficos de controle de $\overline{X}$, em geral, a precisão dos cálculos pode ser significativamente afetada quando as amostragens são feitas de população não Gaussiana. Dentre outros efeitos na integridade dos resultados, certos desvios da normalidade podem afetar as probabilidades associadas com os limites de controle calculados através da teoria normal. Em situações de não normalidade fraca, a aproximação normal pode ser uma escolha útil (como em gráficos de controle de Shewhart). Entretanto, assimetrias, de moderadas a fortes, exigem abordagens alternativas. Shore (2004) discute as propriedades necessárias a tais abordagens. Quando o gráfico não é robusto a erros de especificação do modelo, usam-se ou um modelo paramétrico mais flexível ou técnicas não paramétricas para estimar a região de controle.

Roes, Does e Schurink (1993) e Reynolds e Stoumbos (2001a, 2001b) estudaram os aspectos estatísticos dos gráficos de controle para observações individuais. Em geral, para avaliação do desempenho estatístico desse tipo de gráfico, assume-se que a função de distribuição subjacente é normal, embora haja sempre alguma preocupação com essa hipótese. Ela é sempre arriscada, especialmente no caso em que são usadas medidas individuais. Assim, há situações práticas que requerem procedimentos alternativos para construção desse tipo de gráficos de controle, tendo esse problema recebido uma atenção extensiva na literatura. Stoumbos e Reynolds (2000) estudam os efeitos da não normalidade e da autocorrelação no desempenho de vários gráficos de controle de medidas individuais. Por outro lado, Woodall e Montgomery (1999) apontam que o aumento da disponibilidade de dados levaria a um papel cada vez maior de métodos não paramétricos na construção de gráficos de controle. Vermaat et. al (2004) promovem uma ampla comparação de metodologias para planejamento de gráficos de controle para observações individuais, incluindo abordagem por núcleos estimadores. Polanski (2005) propõe gráfico de controle não paramétrico que utiliza núcleo estimador e bootstrap para estimar a densidade da estatística amostral. Albers e Kallenberg (2004) estudam o comportamento de gráficos de controle não paramétricos e analisam quando e como eles podem ser usados de uma maneira apropriada. Dentre outros, Chakraborti, Laan e Wiel (2004), Qiu (2008), Balakrishnan, Triantafyllou e Koutras (2010), Mercado, Conerly e Perry (2011) propõem e analisam modelos não paramétricos de gráfico de controle de Shewhart de variável para uso sob condições em que a característica monitorada do processo é marcadamente não normal. Salienta-se que a capacidade computacional crescente leva à utilização cada vez mais frequente de técnicas não paramétricas, em geral, computacionalmente.

No presente estudo é considerada a situação não paramétrica para medidas individuais em que a função de distribuição subjacente, denotada por F, embora desconhecida, é unimodal. Verifica-se em Ion e Klaasen (2005) que qualquer gráfico de controle de Shewhart para medidas individuais é inadequado para densidades com mais de uma moda. É analisado o desempenho de gráficos de controle por medidas individuais construídas por intermédio de núcleos estimadores da função de distribuição. São utilizadas três diferentes metodologias para obtenção do parâmetro de suavidade das estimativas por núcleo. A determinação dos limites de controle baseia-se em observações obtidas na denominada Fase I, na qual são coletados os dados da característica de qualidade de interesse, para a estimação dos parâmetros do processo de produção. Vermaat et al. (2003) observam que o gráfico de controle baseado em amplitude móvel média é sub-ótimo comparado com o gráfico de controle alternativo baseado em núcleo estimador, exceto para variáveis aleatórias independentes e normalmente distribuídas. Entretanto, esses autores salientam que, mesmo em condições de normalidade, os gráficos de controle não paramétricos têm bom desempenho, especialmente quando há uma grande quantidade de dados disponíveis.

A estrutura deste trabalho está organizada da seguinte maneira. Na próxima seção definimos os gráficos de controle em estudo. A seguir, são apresentados os resultados de um estudo Monte Carlo extensivo baseado em 10.000 simulações para vários tamanhos de amostra Fase I e para quatro distribuições, incluídos dois dos conjuntos de misturas de normais propostos por Marron e Wand (1992). Finalmente, apresentamos nossas conclusões e indicamos sugestões para a continuidade dessa pesquisa.

2 Metodologia

Consideraremos os gráficos de controle usuais, com um limite inferior de controle (LIC) e um limite superior de controle (LSC). Dessa maneira, o processo é considerado fora de controle se o valor medido, X, é menor que LIC ou maior que LSC.

Gráfico de controle tradicional para medidas individuais

Assume-se que a função de distribuição F é normal com média μ e desvio-padrão σ. Então o gráfico de controle tradicional para medidas individuais tem limites definidos por:

$$\mathrm{LSC} = \mu + \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\sigma \tag{1}$$

e

$$\mathrm{LIC} = \mu + \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\sigma, \tag{2}$$

onde Φ^{-1} é a função quantil da distribuição normal padrão e α é a taxa de falso alarme. Embora μ e σ sejam geralmente desconhecidos, eles podem ser estimados a partir de uma amostra Fase 1, X_1, X_2, ..., X_k, de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas. O estimador clássico de μ é:

$$\bar{X}_k = \frac{\sum_{i=1}^{k} X_i}{k}. \tag{3}$$

Os limites de controle do gráfico de medidas individuais baseados na amplitude móvel (AM) são definidos em Duncan (1965) por:

$$\mathrm{LSC}_{AM} = \overline{X}_k + \Phi^{-1}\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)\frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\overline{AM}_k \tag{4}$$

e

$$\mathrm{LSC}_{AM} = \overline{X}_k + \Phi^{-1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)\frac{\sqrt{\pi}}{2}\,\overline{AM}_k, \tag{5}$$

onde $\overline{AM}_k = \frac{1}{k-1}\sum_{i=2}^{k}|X_i - X_{i-1}|$ é a média das amplitudes móveis das k observações amostrais.

Esse gráfico de controle tende a ter um desempenho razoável para tamanhos moderados de amostra Fase I (Wheeler, 1995).

Gráfico de controle para medidas individuais baseado em núcleo estimador

Define-se o núcleo estimador de F, avaliado no ponto x, por:

$$\hat{F}(x) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} W\left(\frac{x - X_i}{h}\right), \tag{6}$$

onde W é uma função de distribuição de probabilidade acumulada e h é a largura da janela. Por outro lado, uma alternativa para a função quantil amostral convencional é definida por:

$$\hat{F}^{-1}(q) = \inf\left\{x;\ \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} W\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \geq q\right\},\ 0 \leq q \leq 1, \tag{7}$$

Assim, os limites de controle do gráfico de medidas individuais, baseados em núcleo estimador são:

$$\mathrm{LSC}_{NG} = \inf\left\{x;\ \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} W\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \geq 1 - \alpha/2\right\} \tag{8}$$

e

$$\mathrm{LIC}_{NG} = \sup\left\{x;\ \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} W\left(\frac{x - X_i}{h}\right) \leq \alpha/2\right\}. \tag{9}$$

Escolha do parâmetro de suavidade

A escolha da janela h é mais importante que a escolha do núcleo W. Pode-se verificar que quando o parâmetro de suavidade for muito pequeno, o resultado da estimativa da função de distribuição tende a produzir estruturas que apresentam curvas muito irregulares. Já quando é escolhido um valor grande para *h*, o resultado da estimativa da função de distribuição tende a suavizar *F* em excesso.

Neste trabalho utilizaremos o núcleo Gaussiano, ou seja, *W* é a função de distribuição acumulada da normal padrão.

Azzalini (1981) estabelece que a escolha da janela ótima é da forma $h_0 = Ck^{-1/3}$, em que *C* é uma constante que depende de σ, o desvio-padrão de *F*.

Método 'plug-in' em dois estágios

Uma aproximação comum na seleção automática da janela é obter *h* por meio da minimização do erro quadrático médio integrado de $\hat{F}$, cuja expressão é:

$$\mathrm{MISE}(\hat{F}) = \mathrm{E}\left[\int_{\mathbb{R}}\left(\hat{F}(x) - F(x)\right)^2\right]\,\mathrm{d}x. \tag{10}$$

O método 'plug-in' é uma das abordagens possíveis na escolha da janela ótima. Os vários procedimentos disponíveis estimam o valor $\int_{\mathbb{R}}[F''(x)]^2\,\mathrm{d}x$. Essa é a única quantidade desconhecida na expressão do erro quadrático médio integrado assintótico, já que ela depende da função de distribuição que se quer estimar. O método 'plug-in' tem a aparente vantagem de, em seu cálculo, não necessitar de rotina de uma otimização. Polansky e Baker (2000) propõem estimador tipo 'plug-in' em dois estágios para a janela ótima, demonstrando que ele possui boas propriedades assintóticas em relação aos demais estimadores disponíveis.

Janela de referência normal

A janela de referência normal é um estimador simples do parâmetro de suavidade *h*. No caso de núcleo estimador Gaussiano, sua estimativa é:

$$\hat{h}_{RN} = \left(\sqrt[3]{4}\,\hat{\sigma}\right)\,k^{-1/3}. \tag{11}$$

Silverman (1992) sugere adotar $\hat{\sigma} = \min\left\{S,\ \frac{DIQ}{1{,}349}\right\}$, onde *S* é o desvio-padrão da amostra Fase I e *DIQ* é sua distância interquartílica. Polansky e Baker (2000) salientam que as estimativas de $\hat{h}_{RN}$ serão em geral bem maiores que as verdadeiras no caso em que *F* não seja aproximadamente normal.

Janela robusta de referência normal

No caso da estimação da função de densidade, Zhang e Wang (2009) propõem uma janela de referência normal, robusta a *outliers* e que se adapta a diferentes tipos de distribuição. No caso do núcleo Gaussiano, o estimador de referência normal robusto da janela *h* é dado por:

$$\hat{h}_{RN}(p) = \left(\sqrt[3]{4}\, \hat{Q}_p \right) k^{-1/3}. \tag{12}$$

$\hat{Q}_p$ é o p-ésimo quantil de:

$$\widehat{RQR}_i = \frac{X_{(\underline{i+m})} - X_{(\underline{i-m})}}{\Phi^{-1}(q_i) - \Phi^{-1}(p_i)},\ i = 1, 2, \ldots, k, \tag{13}$$

onde $q_i = \frac{i+m-0{,}5}{k}$, $p_i = \frac{i-m-0{,}5}{k}$ e $m = [n^{1/2}]$, com [x] sendo o maior inteiro menor ou igual a x. Além disso, na expressão (13), define-se $\underline{x} = x$ se $1 \leq x \leq k$ ou 1, se $x < 1$ ou k, se $x > k$.

$h_{NR}(p)$ torna-se a janela ótima h_o se F é normal, mas, se F não é normal, ela é muito mais próxima de h_o do que a h_{NR} clássica.

3 Resultados e discussões

Neste trabalho discutimos três metodologias para a escolha do parâmetro de suavização das estimativas dos limites de controle baseadas em núcleo estimador. São simuladas amostras de Fase I da distribuição normal padrão, da distribuição t de *student* com quatro graus de liberdade e das misturas de normais “assimétrica unimodal” e “fortemente assimétrica”, estabelecidas por Marron e Wand (1992) [parâmetros das densidades na Tabela 1]. Para cada uma dessas distribuições foi estudado o desempenho dos gráficos de controle na situação em que o processo de produção opera sob controle. A taxa de alarmes falsos considerada foi $\alpha = 0{,}027$, correspondendo a um número esperado de amostras até um alarme falso (comprimento médio de sequência – *CMS*) de 370,4. Para essa condição, a cobertura do gráfico de controle é $CBT = \mathrm{P}\{LIC \leq \mathrm{X} \leq LSC\} = 1 - \alpha = 0{,}9973$.

Tabela 1 - Parâmetros para as densidades das misturas de normais.

Densidade	$w_1\mathrm{N}(\mu_1, \sigma_1^2) + \cdots + w_m\mathrm{N}(\mu_m, \sigma_m^2)$
Assimétrica unimodal	$\frac{1}{5}\mathrm{N}(0,1) + \frac{1}{5}\mathrm{N}\left(\frac{1}{2}, \left(\frac{2}{3}\right)^2\right) + \frac{3}{5}\mathrm{N}\left(\frac{13}{2}, \left(\frac{5}{9}\right)^2\right)$
Fortemente assimétrica	$\sum_{j=0}^{7} \frac{1}{8}\mathrm{N}\left(3\left\{\left(\frac{2}{3}\right)^j - 1\right\}, \left(\frac{2}{3}\right)^{2j}\right)$

Utilizamos o software estatístico R (R Core Team, 2013) para o estudo de Monte Carlo. Essa análise baseou-se em 10.000 simulações das distribuições supracitadas, com tamanhos amostrais k = 25, 50, 300 e 500. Em cada caso, foram calculados o limite superior de controle médio (LSC_m), limite inferior de controle médio (LIC_m) e a taxa média de cobertura (CBT_m), por meio das expressões $LSC_m = \frac{1}{10.000}\sum_{i=1}^{10.000} LSC_{NG_i}$, $LIC_m = \frac{1}{10.000}\sum_{i=1}^{10.000} LIC_{NG_i}$ e $CBT_m = \frac{1}{10.000}\sum_{i=1}^{10.000} CBT_i$, respectivamente. A estimativa correta do comprimento médio da sequência, com o processo sob controle, foi obtida por: $CMS_m = \frac{1}{10.000}\sum_{i=1}^{10.000}\frac{1}{1-CBT_i}$. O procedimento foi repetido para os três critérios de seleção da janela discutidos na Seção 2. Utilizamos a biblioteca *kerdiest* (Del Rio e Perez, 2012) para a estimação ‘plug-in’ da janela ótima por meio do procedimento em dois estágios, proposto por Polansky e Baker (2000). Foi desenvolvida função em R para a determinação da estimativa do quantil por núcleo estimador.

Os resultados das estimativas encontradas do erro quadrático médio (*EQM*), relacionados com os limites de controle das distribuições simétricas e assimétricas estão apresentados respectivamente nas Tabela 2 e Tabela 3. Verifica-se que as estimativas do *EQM* diminuem quando o tamanho da amostra aumenta. Para as distribuições assimétricas, os *EQM* relacionados com as maiores amostras aproximam-se daqueles obtidas com a distribuição normal. A distribuição *t* apresentou *EQM*’s bastante elevados em comparação com as demais distribuições, embora estejam bastante próximos entre si. No caso das distribuições assimétricas, os menores EQM referentes ao limite superior de controle são atingidos pelas estimativas por núcleo com janela de referência robusta. Por outro lado, quando considerado o limite inferior de controle, os menores EQM’s são obtidos pelas estimativas por núcleo com janela de referência normal, no caso das distribuições assimétricas.

Tabela 2: Estimativas do erro quadrático médio dos limites de controle – Distribuições simétricas.

Distribuição		N(0, 1)				t_4			
k		25	50	300	500	25	50	300	500
LSC_m	h_{PB}	0,330	0,212	0,123	0,107	8,718	7,737	8,584	11,296
	h_{RN}	0,372	0,255	0,129	0,111	9,201	7,952	8,585	11,293
	$h_{RN}(p)$	0,323	0,219	0,125	0,108	9,072	7,850	8,583	11,293
LIC_m	h_{PB}	0,340	0,218	0,122	0,106	8,642	7,532	7,081	10,651
	h_{RN}	0,381	0,260	0,128	0,110	9,134	7,742	7,083	10,649
	$h_{RN}(p)$	0,332	0,224	0,124	0,107	8,988	7,648	7,081	10,648

Tabela 3: Estimativas do erro quadrático médio dos limites de controle – Distribuições assimétricas.

Distribuição		Assimétrica unimodal				Fortemente assimétrica			
k		25	50	300	500	25	50	300	500
LSC_m	h_{PB}	0,161	0,092	0,064	0,063	1,531	0,927	0,255	0,201
	h_{RN}	0,157	0,102	0,066	0,064	1,867	1,058	0,255	0,200
	$h_{RN}(p)$	0,144	0,088	0,063	0,062	1,259	0,689	0,223	0,178
LIC_m	h_{PB}	0,750	0,527	0,197	0,161	0,512	0,204	0,025	0,021
	h_{RN}	0,874	0,591	0,201	0,163	0,214	0,105	0,025	0,023
	$h_{RN}(p)$	0,805	0,543	0,196	0,160	1,120	0,685	0,164	0,107

Na maioria dos casos, os gráficos de controle para medidas individuais baseados em núcleo estimador têm valores de *CMS* comparáveis aos valores desejados quando os limites de controle são estimados a partir de amostras distribuídas normalmente (Tabela 4). Quando a amostra provém das outras distribuições, o CMS_m mostra-se sensível ao tamanho amostral, embora seus valores estejam mais próximos do valor desejado no caso das distribuições assimétricas (Tabela 5). Para todas as distribuições estudadas, verifica-se que, quando o tamanho amostral aumenta, resultados amostrais se aproximam um dos outros. Os gráficos de controle por núcleo estimador construídos com a janela de referência normal robusta têm um desempenho bastante razoável.

4 Conclusões

Os resultados desse estudo por simulação indicam que os gráficos de controle para medidas individuais não paramétricos discutidos têm bom desempenho ao estimar as caudas de distribuições assimétricas. As estimativas obtidas são próximas, em média, dos verdadeiros valores dos quantis.

Tabela 4: Medidas médias de desempenho com processo sob controle – Distribuições simétricas.

Distribuição		N(0, 1)				t_4			
k		25	50	300	500	25	50	300	500
CBT_m (0,9973)	h_{PB}	0,9972	0,9968	0,9974	0,9977	0,9863	0,9897	0,9971	0,9981
	h_{RN}	0,9952	0,9954	0,9972	0,9976	0,9855	0,9895	0,9971	0,9981
	$h_{RN}(p)$	0,9964	0,9964	0,9973	0,9977	0,9855	0,9896	0,9971	0,9981
CMS_m (370,4)	h_{PB}	360,5	313,3	380,7	430,3	72,7	97,5	347,8	536,6
	h_{RN}	210,1	219,5	356,9	418,4	68,8	95,0	347,8	536,5
	$h_{RN}(p)$	279,3	275,4	375,3	427,9	68,9	95,9	347,9	536,5

Em continuidade a nossa pesquisa, recomenda-se a verificação da variabilidade dessas estimativas, para avaliação do desempenho quanto à previsibilidade do *CMS* do processo de produção sob controle. É importante também avaliar o comportamento desses gráficos no monitoramento de processos de produção fora de controle.

Tabela 5: Medidas médias de desempenho com processo sob controle – Distribuições assimétricas.

Distribuição		Assimétrica unimodal				Fortemente assimétrica			
k		25	50	300	500	25	50	300	500
CBT_m (0,9973)	h_{PB}	0,9938	0,9947	0,9972	0,9977	0,9905	0,9934	0,9977	0,9983
	h_{RN}	0,9918	0,9936	0,9971	0,9976	0,9863	0,9920	0,9977	0,9983
	$h_{RN}(p)$	0,9932	0,9946	0,9972	0,9977	0,9941	0,9960	0,9983	0,9986
CMS_m (370,4)	h_{PB}	160,4	189,2	352,8	426,1	104,9	151,5	443,6	584,3
	h_{RN}	121,5	156,0	339,2	419,5	73,1	124,7	442,6	592,7
	$h_{RN}(p)$	146,6	186,2	358,1	429,3	170,0	253,1	590,0	721,1

Em geral, as estimativas por núcleo estimador são bastante sensíveis ao se estimar quantis localizados nas extremidades das distribuições. Por esse motivo, ao invés dos critérios globais para seleção do parâmetro de suavidade sutilizados neste trabalho, pode-se mostrar mais eficiente adotar um critério de escolha local da janela, em direção ao proposto por Mercado, Conerly e Perry (2011).

Agradecimentos

Os autores agradecem à PROPESQ/UFJF, que financiou a bolsa de iniciação científica de Alan de Paiva, no âmbito do XXVI Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica BIC/UFJF – 2013/2014.

Bibliografia

[1] ALBERS, W. e KALLENBERG, W. C. M. Empirical non-parametric control charts: estimation effects and corrections. *Journal of Applied Statistics*. v. 31, n. 3, p. 345-360, 2004.

[2] AZZALINI, A. A note on the estimation of a distribution function and quantiles by a kernel method. *Biometrika*. v. 68, p. 326-328, 1981.

[3] BALAKRISHNAN, N.; TRIANTAFYLLOU, I. S. e KOUTRAS, M. V. A distribution-free control charts based on order statistics. *Communications in Statistics – Theory and Methods*. v. 39, n 20, p. 3652-3677, 2010.

[4] CHAKRABORTI, S.; LAAN, P. e WIEL, M. A. A class of distribution-free control charts. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*. v. 53, n. 3, p. 443-462, 2004.

[5] DEL RIO, A. Q.; PEREZ, G. E. Nonparametric kernel distribution function estimation with kerdiest: an R package for bandwidth choice and applications. *Journal of Statistical Software*. v. 50, n.8, p. 1-21, 2012.

[6] DUNCAN, A. J. *Quality control and industrial statistics*. Homewood: Irwin. 1986. 1123 p.

[7] ION, R. A. E KLAASSEN, C. A. J. Non-parametric Shewhart control charts. *Nonparametrics Statistics*. v. 17, n. 8, p. 971-988, 2005.

[8] MARRON, J. S. e WAND, M. P. Exact mean integrated squared error. *The Annals of Statistics*. v. 20, p. 712-736, 1992.

[9] MERCADO, G. R.; CONERLY, M. D.; PERRY, M. B. Phase I control charts based on kernel estimator of the quantile function. *Quality and Reliability Engineering International*. Wiley. v. 27, n. 8, p. 1131-1144, 2011.

[10] MONTGOMERY, D. C. *Introdução ao controle estatístico da qualidade*, 4ª. ed. Rio de Janeiro: LTC. 2004. 513 p.

[11] POLANSKY, A. M. (2005). A general framework for constructing control charts. *Quality and Reliability Engineering International*. v. 21, n. 6, p. 633-653, 2005.

[12] POLANSKY, A. M. e BAKER, E. R. Multistage plug-in bandwidth selection for kernel distribution function estimates. *Journal of Statistical Computation and Simulation*. v. 65, p. 63-80, 2000.

[13] QIU, P. Distribution-free multivariate process control based on log-linear modeling. *IIE Transactions*. v. 40, n. 7, p. 664-677, 2008.

[14] REYNOLDS, M. R. Jr. e STOUMBOS, Z. G. Monitoring the process mean and variance using individual observations and variable sampling intervals. *Journal of Quality Technology*. v. 33, p. 181-205, 2001a.

[15] REYNOLDS, M. R. Jr. e STOUMBOS, Z. G. Individual control schemes for monitoring mean and variance of process subject to drifts. *Stochastic Analysis and Applications*. v. 19, p. 863-892, 2001b.

[16] R DEVELOPMENT CORE TEAM. *R: a language and environment for statistical computing*. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2014.

[17] ROES, K. C. B.; DOES, R. J. M. M. e SCHURINK, Y. Shewhart-type control charts for individual observations. *Journal of Quality Technology*. v. 25: 188-198, 1993.

[18] SILVERMAN, B. W. *Density estimation for statistic and data analysis*. London: Chapman & Hall. 1992. 175 p.

[19] SHORE, H. Non-normal populations in quality applications: a revisited perspective. *Quality and Reliability Engineering International*. v. 20, n. 4, p. 375–382, 2004.

[20] STOUMBOS, Z. G. e REYNOLDS, M. R. Jr. Robustness to non-normality and autocorrelation of individuals control charts. *Journal of Statistical Computation and Simulation*. v. 66, p. 145-187, 2000.

[21] VERMAAT, M. B.; ION, R. A.; DOES, R. J. M. M. e KLAASSEN, C. A. J. A Comparison of Shewhart individuals control charts based on normal, non-parametric, and extreme-value theory. *Quality and Reliability Engineering International*. v. 19, p. 337-353, 2003.

[22] WHEELER, D. J. *Advanced topics in statistical process control*. Knoxville: SPC Press. 2004. 470 p.

[23] WOODALL, W. H. e MONTGOMERY, D. C. Research issues and ideas in statistical process control. *Journal of Quality Technology*. v. 31, p. 376-386, 1999.

[24] ZHANG, J. e WANG, X. Robust normal reference bandwidth for kernel density estimation. *Statistica Neerlandica*. v. 63, n. 1, p. 13-23, 2009.