Revista da Estatística UFOP, Vol V, 2016, ISSN 2237-8111

ESTIMATIVAS DO RATING E VANTAGEM DAS BRANCAS EM TORNEIOS ELITE DO XADREZ MUNDIAL

Danilo Machado Pires[1], **Júlio Sílvio de Sousa Bueno Filho**[2]

Resumo: *O objetivo deste trabalho é verificar se o lance inicial ("jogar de brancas") leva a vantagem significativas em partidas de xadrez que ocorrem em torneios de alto nível, e tentar estimar partidas futuras utilizando-se dessa nova informação. A entidade reguladora do xadrez adota o "sistema Elo de ratings"para avaliar o desempenho e prever resultados. Muitas sugestões de modificações têm sido feitas a este sistema. Em especial, têm ganhado destaque modelos com inclusão de parâmetros para modelar a vantagem do lance inicial. Utilizamos aqui a estimação de verossimilhança para o modelo de Bradley e Terry (1952) modificado para contemplar a ocorrência de empates e incluindo um parâmetro para a vantagem das brancas. Foram analisados seis torneios recentes da elite do xadrez mundial. Cinco utilizados para inferência dos parâmetros dos modelos propostos e um para validar as estimativas obtidas por meio de predições. Quatro destes torneios permitiam estimar a vantagem das brancas e em um isto não era possível. As estimativas obtidas foram utilizadas em uma estimativa combinada de todos os torneios e comparada a um modelo de Supertorneio (com todos os jogos dos demais torneios). Os resultados iniciais encontrados apontam para a irrelevância do parâmetro de vantagem das brancas, em acordo com resultados dos mesmos autores em torneios de partidas rápidas e ao contrário dos resultados recentes em grandes massas de dados para partidas "pensadas".*

Palavras-chave: *Dados categorizados, Delineamentos de torneio, Ratings, Xadrez.*

Abstract: *This study and verify the advantage of the initial bid in chess leads to significant differences in estimates of rating in chess elite. We have used the estimation of likelihood for the model of Bradley and Terry (1952) modified to include a parameter to the advantage of white.*

Keywords: *Categorized data, Delineations of tournament, Ratings, Chess.*

1 Introdução

Dentro e fora do xadrez, sistemas de ratings têm diversas utilizações práticas, um exemplo é a possibilidade de evitar que os jogadores considerados mais fortes se confrotem nas rodadas iniciais de um torneio. É também de grande interesse dos próprios jogadores quantificar sua força relativa para assim monitorar seu desempenho ao longo dos torneios disputados. Grandes federações esportivas usam sistemas de rating para medir a força relativa de jogadores e equipes, como exemplo a USCF (United States Chess Federation) que usa o sistema ELO desde a década de 60 e a FIDE (Fédération Internationale des Échecs) [7] que utilizada oficialmente o rating ELO desde da década de 70, e também a FIFA (Fédération Internationale des Footboll Association,

[1]Universidade Federal de Lavras, Departamento de Ciências Exatas e-mail: *dmachadopires@posgrad.ufla.br*
[2]Universidade Federal de Lavras, Departamento de Ciências Exatas e-mail: *jssbueno@dex.ufla.br*

órgão regulador do futebol) que se utiliza de um sistema de rating e há propostas de utilização de sistemas do tipo do desenvolvido pelo físico Arpad Elo [6, 8]. De uma forma geral os sistemas de rating servem para relacionar competidores, no somente no que diz respeito a jogadores e equipes esportivas, mas inclusive produtos comerciais, a partir do qual se estabele rankings relacionados a prefência pelo produto, dentre outros critérios.

O sistema Elo é baseado em uma ogiva normal adaptada a uma curva logística de base 10 para facilidade de cálculo. Há muitas críticas, no entanto, quanto à capacidade de predição de tal sistema e diversas alternativas têm sido propostas na literatura estatística desde então, em especial, valendo-se das novas ferramentas disponíveis para ajustar modelo mais flexíveis. Dentre as alterações está a proposta de ver o sistema Elo como um caso particular do modelo de preferência de Bradley e Terry (1952)[1] com empates. Talvez a modificação mais importante envolva a adoção de um parâmetro para modelar a vantagem do lance inicial (jogar ”de brancas”no xadrez, ou ”mando de campo”em esportes coletivos) [12].

Neste trabalho analisamos as partidas referentes a seis dos mais tradicionais torneios de xadrez do mundo. Onde todos os participantes são *Grandes Mestres*, ou seja, possuem um título vitalício concedido pela FIDE que os credenciam como pertencentes ao mais alto nível de jogadores de xadrez. Os torneios escolhidos ocorreram em 2011 e 2012 e foram: a 39°edição do torneio de Dortmund, a 5°edição do Kings Tournament, a 44°edição do torneio de Biel, a primeira etapa do 4°torneio Grand Prix de Bilbao (cuja primeira etapa, este ano, foi realizada em São Paulo), o Memorial Mikhail Tal 2011, e por fim o Tata Stell (grupo A) 2012. Com exceção do Memorial Tal que teve 10 e do Tata Steel que teve 14 jogadores todos os demais tiveram 6 participantes. Os torneios foram realizados no estilo round-robin duplo em que cada jogador têm que jogar dois jogos (partidas “pensadas”) contra cada um dos demais participantes, um jogo com as peças brancas e outro com as negras, com exeção novamente do Memorial Tal e do Tata Stell, que foram disputados no estilo round robin simples, em que cada jogador joga somente uma partida com cada um dos demais jogadores, sendo as cores das peças sorteiadas,

A hipótese que pretendemos testar observando tais delineamentos de torneio é a de que a vantagem de brancas não é relevante. Para tal analisaremos todos os torneios citados comparando modelos que levam em conta a vantagem das brancas aos que não o fazem.

2 Material e métodos

Cinco torneios (realizados em 2011) foram utilizados no processo de inferência sobre os ratings de seus jogadores e um torneio (Tata Steel grupo A,realizado em 2012) foi utilizado para testar se os ratings inferidos são acurados em relação a real força de cada jogador ao ponto de servirem como um razoável, tabela 1.

A descrição completa dos torneio (dados dos jogadores, resultados jogo a jogo, todas partidas completas etc.) pode ser encontrada em [3, 4, 5, 15]. Os torneios foram analisados individualmente e também através de forma conjunta, por meio de duas propostas.

A primeria prosposta consistiu em concatenar os dados dos cinco torneios de forma a obter um único torneio chamado aqui de *“Supertorneio”*. Este Supertorneio foi analisado como os demais. Pois o fato da presença de alguns jogadores em comum nesses torneios, levou a pensar que talvez o Supertorneio fosse uma boa opção de analise, já que assim teriamos mais jogos de cada jogador. Deste modo o Supertorneio é um torneio composto por 22 jogadores. As variâncias de covariâncias do Supertorneio são apresentadas na tabela 4 da seção 3.

A segunda proposta consistiu na utilização das matrizes de variância e covariâncias e os ratings estimados dos modelos escolhidos como os mais coerentes, na criação de um sistema de equações normais correspondentes ao modelo liner generalizado de Gauss-Markov [14], cujo delinamento resultante é aqui chamado de torneio *“Combinado”*(1).

$$Y = X\beta + \varepsilon;\ \varepsilon \sim N(\phi, \Omega\sigma^2) \tag{1}$$

Em que, uma vez selecionados os melhores modelos para cada torneio, Y corresponde as estimativas de ratings de todos os torneios combinadas em um único vetor. $\Omega\sigma^2$ corresponde

Tabela 1: Torneios utilizados no trabalho, seus participantes e respectivas coloções ao fim de cada torneio.

		Dortmund	Kings	Biel	Bilbao	Memorial Tal	Tata Steel
1	Alexander Morozevich	-	-	2°	-	-	-
2	Alexei Shirov	-	-	4°	-	-	-
3	Anish Giri	4°	-	-	-	-	13°
4	Boris Gelfand	-	-	-	-	8°	11°
5	David Navara	-	-	-	-	-	14°
6	Fabiano Caruana	-	-	5°	-	-	3°
7	Francisco Vallejo Pons	-	-	-	6°	-	-
8	Gata Kamsky	-	-	-	-	-	7°
9	Georg Meier	6°	-	-	-	-	-
10	Hikaru Nakamura	5°	3°	-	3°	10°	6°
11	Ian Nepomniachtchi	-	-	-	-	4°	-
12	Le Quang Liem	2°	-	-	-	-	-
13	Levon Aronian	-	-		4°	2°	1°
14	Liviu-Dieter Nissipeanu	-	6°	-	-	-	-
15	Loek Van Wely	-	-	-	-	-	9°
16	Magnus Carlsen	-	1°	1°	1°	1°	2°
17	Maxime Vachier-Lagrave	-	-	3°	-	-	-
18	Peter Svidler	-	-	-	-	6°	-
19	Rusian Ponomariov	3°	-	-	-	-	-
20	Sergey Karjakin	-	2°	-	-	3°	8°
21	Teimour Radjabov	-	4°	-	-	-	4°
22	Vassily Ivanchuck	-	5°	-	2°	5°	5°
23	Veselin Topalov	-	-	-	-	-	12°
24	Viswanathan Anand	-	-	-	5°	7°	-
25	Vladimir Kramnik	1°	-	-	-	9°	-
26	Vulgar Gashimov	-	-	-	-	-	10°
27	Yannick Pelletier	-	-	6°	-	-	-

a matriz de variância e covariância obtida pela soma direta das matrizes de variâncias e covariâncias dos referidos torneios (ver Tabela 5). X é a matriz de delinamento e β corresponde as estimativas de ratings γ obtido por meio de :

$$\beta^{\circ} = (X'\Omega^{-1}X)^{-}X'\Omega^{-1}Y \qquad (2)$$

supondo Ω matriz positiva definida.

Tendo em mãos as estimativas de ratings do supertoneio e do torneio Combinado, utilizou os mesmos como parâmetros do modelo preditor dos resultados do torneio Tata Steel [15]. Para os jogadores deste que não estavam presentes em nenhum dos cinco torneios utilizados para inferência dos ratings, foi necessário uma modificação na escala do seu rating FIDE de maneira a ficar em conformidade com os demais ratings utilizados, pois seu sistema de ratings é determinado pelo sistema de ratings Elo, que provém de uma normal adpatada a uma curva logística de base 10, e este sistema estabele uma escala própria, que considera 2000 como o valor de rating intermediário, dado a jogadores considerados "amadores, fortes".

Para a modificação na escala foi feita uma normalização dos ratings em relação a média e o desvio padrão do torneio, conseguindo assim uma aproximação dos valores obtidos pelo modelo utilizado neste trabalho.

O modelo de análise assume que a probabilidade do jogador i vencer o jogador j é o modelo de Bradley-Terry [1] dado por:

$$\pi_{ij} = Pr(i\ vencer\ j) = \frac{\pi_i}{\pi_i + \pi_j} = \frac{1}{1+e^{-\nu}}, \qquad (3)$$

em que os parâmetros γ_i e γ_j representam a força relativa de cada jogador. Note que o modelo é linear no preditor $\nu = -\gamma_j + \gamma_i + \delta$ que relaciona a diferença entre as forças dos jogadores e a vantagem das brancas, δ.

Os resultados possíveis são: $y_{ij} = 0$ (vitória das negras), $y_{ij} = 1$ e $y_{ij} = 0.5$ (empate). Isto modifica ligeiramente o modelo beta-binomial (4). O modelo adotado, permite modificações no preditor linear para acomodar efeitos fixos de data de realização do torneio e outras possíveis extensões. Para o caso deste trabalho como já mencionado anteriormente analisou-se os torneios citados comparando modelos que levam em conta no preditor linear um parâmetro que contemple a vantagem das brancas em relação a modelos que não considerem este parâmetro.

Construiu-se a verossimilhança binomial (modificada para multinomial) para o modelo Bradley-Terry modificado (3), de forma a permitir representar os empates.

$$L(\pi, \gamma, \delta \mid y) \propto \Pi_{k=1, i\neq j}^{n} \frac{\Gamma(2)}{\Gamma(y_{ijk}+1)\Gamma(2-y_{ijk+1})} \pi_{ijk}^{y_{ijk}} (1-\pi_{ijk})^{1-y_{ijk}}, \tag{4}$$

O log da verossimilhança binomial obtido a partir do modelo (4) é dado por :

$$l(\pi, \gamma, \delta \mid y) \propto \sum_{k=1}^{n} c(k) + \sum_{k=1}^{n} [y_{ijk} log(\pi_{ijk}) + (1-y_{ijk}) log(1-\pi_{ijk})], \tag{5}$$

Como os modelos de verossimilhança são complexos, os pontos de máximo não apresentam solução analítica explícita. Os estimadores de máxima verossimilhança podem ser obtidos por optimização numérica (simplex) usando a função optimize() [10] do R .

Um passo do algoritmo Newton-Raphson foi utilizado para calcular as estimativas da matriz de covariância das estimativas [13]. Expressões para o erro associado a estas estimativas foram também desenvolvidas.

As derivadas parciais e a obtenção da matriz Hessiana são, apresentados a seguir.

A derivada de π_{ij} em relação ao rating γ_i é dado por:

$$\frac{\partial \pi_{ij}}{\partial_{\gamma_i}} = \pi_{ij}(1-\pi_{ij}); \tag{6}$$

A derivada de π_{ij} em relação ao rating δ é dado por:

$$\frac{\partial \pi_{ij}}{\partial_{\delta}} = \pi_{ij}(1-\pi_{ij}); \tag{7}$$

a partir do qual obtemos as derivadas primeiras do log da verosimilhança (5) em relação aos seus parâmetros, dadas por:

$$\frac{\partial l(\pi, \gamma, \delta \mid y_{ijk})}{\partial_{\gamma_i}} = \sum_{k=1}^{n} [y_{ijk} - \pi_{ijk}] \tag{8}$$

$$\frac{\partial l(\pi, \gamma, \delta \mid y_{ijk})}{\partial_{\delta}} = \sum_{k=1}^{n} [y_{ijk} - \pi_{ijk}] \tag{9}$$

As derivadas segundas em relação aos parâmetros são dadas por:

$$\frac{\partial^2 l(\pi, \gamma, \delta \mid y)}{\partial {\gamma_i}^2} = -\sum_{k=1}^{n} [\pi_{ijk}(1-\pi_{ijk})] \tag{10}$$

$$\frac{\partial^2 l(\pi, \gamma, \delta \mid y)}{\partial \gamma_i \partial \delta} = -\sum_{k=1}^{n} [\pi_{ijk}(1-\pi_{ijk})] \ e \tag{11}$$

$$\frac{\partial^2 l(\pi, \gamma, \delta \mid y)}{\partial \delta^2} = -\sum_{k=1}^{n} (\pi_{ijk}[1-\pi_{ijk})]. \tag{12}$$

As estimativas para a estatística $\Lambda = 2 \times |(l(\pi, \gamma, \delta \mid y) - l(\pi, \gamma \mid y))|)$ foram calculadas para testar a hipótese de que a vantagem das brancas é irrelevante (comparar os dois modelos). Calculadas no ponto correspondente ao estimador de máxima verossimilhança em cada torneio. Tais estatísticas seguem distribuição aproximada qui-quadrado com 1 grau deliberdade.

3 Resultados e discussões

As estimativas da vantagem de brancas (δ) em cada torneio , e valores e probabilidades de significância da estastítica Λ são dados na tabela 2.

Tabela 2: Estimativas de δ, (vantagem das brancas), Λ e o respectivo valor P.

Torneio	δ	Λ	Valor P	Torneio	δ	Λ	Valor P
Dortmund	0,3737	0,9271	0,3356	Bilbao	0,5716	2,2526	0,1334
Kings	0,5977	2,3540	0,1250	Memorial Tal	-0,0779	0,0633	0,8014
Biel	-0,0797	0,0039	0,8489	Supertorneio	0,2645	2,3098	1,1285

Como o memorial Tal é um torneio round-robin simples, é o pior delineamento para estimar a vantagem das brancas já que se o jogador 'A' jogou com as peças brancas contra o jogador 'B', eles não irão jogar novamente com as cores invertidas. A decisão sobre a importância do parâmetro foi feita com um teste de razão de verossimilhanças (Λ) e pela correlação entre as estimativas de rating nos modelos com e sem vantagem para as brancas.

Tais resultados são indicativos que tanto em torneios indivídualmente analisados como analisados em conjunto, a vantagem das bracas não foi relevante. É certo que esta relevância variou com os torneios e torneios maiores apresentaram maior tendência a revelar efeito da vantagem das brancas. É apresentado na tabela 3 as estimativas de ratings obtidas para os jogadores de cada um dos cinco torneios disputados em 2011, juntamento com o supertorneio e o torneio combinado. Todos utilizados no processo de inferência por meio do modelo sem o parâmetro de vantagem de brancas.

Tabela 3: Estimativas de rating (γ_s) obtidas nos diferentes torneios estudados incluindo o Supertorneio e o torneio Combinado.

	Dortmund	Kings	Biel	Bilbao	Memorial Tal	Supertorneio	Combinado
ANAND	-	-	-	0,0189	0,0886	0,0409	0,0406
ARONIAN	-	-	-	0,0197	0,5003	0,3630	0,2467
CARLSEN	-	0,4776	0,7871	0,3615	0,4979	0,6143	0,5156
CARUANA	-	-	-0,1389	-	-	0,0602	-0,1133
GELFAND	-	-	-	-	-0,3331	-0,0750	-0,3785
GIRI	0,0505	-	-	-	-	-0,1203	0,1303
IVANCHUK	-	-0,4002	-	0,1901	0,2922	0,0636	0,0083
KARJAKIN	-	0,4774	-	-	0,2885	0,4498	0,3452
KRAMNIK	0,7735	-	-	-	-0,3415	-0,0252	0,2059
MEIER	-0,6721	-	-	-	-	-0,6438	-0,6174
MOROZEVICH	-	-	0,4058	-	-	0,3636	0,4442
NAKAMURA	-0,1237	-0,2248	-	0,0188	-0,5548	-0,1738	-0,2192
NEPOMNIACHTCHI	-	-	-	-	0,2927	0,4246	0,2696
NISIPEANU	-	-0,4000	-	-	-	-0,3671	-0,4603
PELLETIER	-	-	-1,1525	-	-	-0,9021	-1,1416
PONOMARIOV	0,0506	-	-	-	-	-0,1325	0,1303
QUANGLE	0,2250	-	-	-	-	-0,0393	0,3134
RADJABOV	-	-0,2255	-	-	-	-0,2658	-0,2817
SHIROV	-	-	0,2229	-	-	0,2990	0,2565
SVIDLER	-	-	-	-	0,0841	-0,0508	0,0540
VACHIER	-	-	0,0427	-	-	0,1450	0,0721
VALLEJO	-	-	-	-0,5003	-	-0,4835	-0,4952

Uma comparação direta destes valores com a escala original de rating fica prejudicada, mas pode-se corrigir as estimativas de forma a obter uma boa estimativa em relação a escala original do rating adotada pela FIDE (ou apenas para efeito de comparação, pode-se simplesmente calcular as correlações de Pearson entre as estimativas FIDE e as estimativas por nós obtidas). Em geral as estimativas de rating apresentaram correlações acima de 98% com o modelo usual (Elo, sem vantagem das brancas) e são reflexos da falta de relevância do parâmetro adicional.

Tabela 4: Variâncias e covariâncias das estimativas de rating obtidas para os diferentes jogadores estimados no Supertorneio. Sigla: AN:Anand; AR:Aronian; CL:Carlsen; CA:Caruana; GE: Gelfand; GI:Giri; IV:Ivanchuk; KAR:Karjakin; KRA:Kramnik; ME: Meier; MOR:Morozevich;NA: Nakamura; NEP:Nepomniachtchi; NI:Nisipeanu; PE:Pelletier; PON: Ponomariov; QUA:Quang; RAD:Radjabov;SHI:Shirov;SVI:Svidler; VAC:Vachier; VAL:Vallejo

	AN	AR	CL	CA	GE	GI	IV	KAR	KRA	ME	MOR	NA	NEP	NI	PE	PON	QUA	RAD	SHI	SVI	VAC	VAL
AN	**0,2334**	-0,0254	-0,0107	0,0012	-0,0154	0,0022	-0,0149	-0,0038	-0,0065	0,0021	0,0014	-0,0107	-0,0145	0,0065	0,0007	0,0022	0,0022	0,0066	0,0013	-0,0154	0,0012	-0,0371
AR	-0,0254	**0,2363**	-0,0127	0,0014	-0,0143	0,002	-0,0147	-0,0044	-0,0062	0,002	0,0016	-0,0097	-0,016	0,0067	0,0009	0,002	0,002	0,0068	0,0016	-0,0144	0,0015	-0,0321
CL	-0,0107	-0,0127	**0,126**	-0,0138	-0,005	0,0012	-0,0124	-0,0131	-0,002	0,0012	-0,0162	-0,0078	-0,0067	-0,0123	-0,0085	0,0012	0,0012	-0,013	-0,0156	-0,0051	-0,0144	-0,0124
CA	0,0012	0,0014	-0,0138	**0,48**	0,0005	-0,0001	0,0014	0,0014	0,0002	-0,0001	-0,0617	0,0008	0,0007	0,0013	-0,068	-0,0001	-0,0001	0,0014	-0,0618	0,0006	-0,0621	0,0013
GE	-0,0154	-0,0143	-0,005	0,0005	**0,4776**	0,0031	-0,0083	-0,0161	-0,0189	0,003	0,0006	-0,0058	-0,0379	0,0056	0,0003	0,0031	0,0032	0,0057	0,0006	-0,0412	0,0006	0,0098
GI	0,0022	0,002	0,0012	-0,0001	0,0031	**0,4495**	0,0019	0,0021	-0,0285	-0,0583	-0,0002	-0,0138	0,0028	0,0016	-0,0001	-0,0594	-0,0599	0,0016	-0,0002	0,0031	-0,0001	0,0016
IV	-0,0149	-0,0147	-0,0124	0,0014	-0,0083	0,0019	**0,1566**	-0,0144	-0,0031	0,0019	0,0016	-0,0121	-0,0076	-0,0207	0,0008	0,0019	0,0019	-0,0207	0,0015	-0,0082	0,0014	-0,0221
KAR	-0,0038	-0,0044	-0,0131	0,0014	-0,0161	0,0021	-0,0144	**0,2397**	-0,0071	0,002	0,0017	-0,0092	-0,0183	-0,0304	0,0009	0,0021	0,0021	-0,0315	0,0016	-0,0162	0,0015	0,0089
KRA	-0,0065	-0,0062	-0,002	0,0002	-0,0189	-0,0285	-0,0031	-0,0071	**0,2333**	-0,0265	0,0003	-0,0098	-0,0176	0,0036	0,0001	-0,0285	-0,029	0,0036	0,0002	-0,0188	0,0002	0,0057
ME	0,0021	0,002	0,0012	-0,0001	0,003	-0,0583	0,0019	0,002	-0,0265	**0,4735**	-0,0002	-0,014	0,0027	0,0017	-0,0001	-0,0586	-0,0562	0,0016	-0,0002	0,003	-0,0001	0,0016
MOR	0,0014	0,0016	-0,0162	-0,0617	0,0006	-0,0002	0,0016	0,0017	0,0003	-0,0002	**0,483**	0,001	0,0009	0,0016	-0,0498	-0,0002	-0,0002	0,0017	-0,066	0,0007	-0,0631	0,0016
NA	-0,0107	-0,0097	-0,0078	0,0008	-0,0058	-0,0138	-0,0121	-0,0092	-0,0098	-0,014	0,001	**0,1184**	-0,0046	-0,0165	0,0005	-0,0138	-0,0138	-0,0161	0,001	-0,0058	0,0009	-0,0182
NEP	-0,0145	-0,016	-0,0067	0,0007	-0,0379	0,0028	-0,0076	-0,0183	-0,0176	0,0027	0,0009	-0,0046	**0,479**	0,0058	0,0005	0,0028	0,0029	0,006	0,0008	-0,038	0,0008	0,0098
NI	0,0065	0,0067	-0,0123	0,0013	0,0056	0,0016	-0,0207	-0,0304	0,0036	0,0017	0,0016	-0,0165	0,0058	**0,4701**	0,0008	0,0016	0,0016	-0,0845	0,0015	0,0056	0,0014	0,0074
PE	0,0007	0,0009	-0,0085	-0,068	0,0003	-0,0001	0,0008	0,0009	0,0001	-0,0001	-0,0498	0,0005	0,0005	0,0008	**0,6127**	-0,0001	-0,0001	0,0009	-0,0533	0,0003	-0,0624	0,0008
PON	0,0022	0,002	0,0012	-0,0001	0,0031	-0,0594	0,0019	0,0021	-0,0285	-0,0586	-0,0002	-0,0138	0,0028	0,0016	-0,0001	**0,4494**	-0,0598	0,0016	-0,0002	0,0031	-0,0001	0,0016
QUA	0,0022	0,002	0,0012	-0,0001	0,0032	-0,0599	0,0019	0,0021	-0,029	-0,0562	-0,0002	-0,0138	0,0029	0,0016	-0,0001	-0,0598	**0,4512**	0,0016	-0,0002	0,0032	-0,0001	0,0016
RAD	0,0066	0,0068	-0,013	0,0014	0,0057	0,0016	-0,0207	-0,0315	0,0036	0,0016	0,0017	-0,0161	0,006	-0,0845	0,0009	0,0016	0,0016	**0,4614**	0,0016	0,0057	0,0015	0,0074
SHI	0,0013	0,0016	-0,0156	-0,0618	0,0006	-0,0002	0,0015	0,0016	0,0002	-0,0002	-0,066	0,001	0,0008	0,0015	-0,0533	-0,0002	-0,0002	0,0016	**0,4806**	0,0006	-0,0629	0,0015
SVI	-0,0154	-0,0144	-0,0051	0,0006	-0,0412	0,0031	-0,0082	-0,0162	-0,0188	0,003	0,0007	-0,0058	-0,038	0,0056	0,0003	0,0031	0,0032	0,0057	0,0006	**0,4763**	0,0006	0,0098
VAC	0,0012	0,0015	-0,0144	-0,0621	0,0006	-0,0001	0,0014	0,0015	0,0002	-0,0001	-0,0631	0,0009	0,0008	0,0014	-0,0624	-0,0001	-0,0001	0,0015	-0,0629	0,0006	**0,4787**	0,0014
VAL	-0,0371	-0,0321	-0,0124	0,0013	0,0098	0,0016	-0,0221	0,0089	0,0057	0,0016	0,0016	-0,0182	0,0098	0,0074	0,0008	0,0016	0,0016	0,0074	0,0015	0,0098	0,0014	**0,4761**

Tabela 5: Coeficientes de variância e covariância das estimativas de rating obtidas para os diferentes jogadores estimados em cada torneio analisado neste trabalho e combinados em uma única matriz. Sigla: AN:Anand; AR:Aronian; CL:Carlsen; CA:Caruana; GE:Gelfand; GI:Giri; IV:Ivanchuk; KAR:Karjakin; KRA:Kramnik; ME:Meier; MOR:Morozevich; NA:Nakamura; NEP:Nepomniachtchi; NI:Nisipeanu; PE:Pelletier; PON:Ponomariov; QUA:Quang; RAD:Radjabov;SHI:Shirov;SVI:Svidler; VAC:Vachier; VAL:Vallejo

	Biel	Biel	Biel	Biel	Biel	Biel	Bilbao	Bilbao	Bilbao	Bilbao	Bilbao	Bilbao	Dortmund	Dortmund	Dortmund	Dortmund	Dortmund	Dortmund	Kings	Kings	Kings	Kings	Kings	Kings	M.Tal	M.Tal	M.Tal	M.Tal	M.Tal	M.Tal	M.Tal	M.Tal	M.Tal	M.Tal
	CL	CA	MOR	PE	SHI	VAC	AN	AR	CL	IV	NA	VAL	GI	KRA	ME	NA	PON	QUA	CL	IV	KAR	NA	NI	RAD	AN	AR	CL	GE	IV	KAR	KRA	NA	NEP	SVI
CL	**0,5594**	-0,0527	-0,0791	-0,0227	-0,0692	-0,0606	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CA	-0,0527	**0,5087**	-0,0575	-0,0818	-0,0601	-0,0628	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MOR	-0,0791	-0,0575	**0,5143**	-0,0413	-0,0650	-0,0612	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PE	-0,0227	-0,0818	-0,0413	**0,6909**	-0,0528	-0,0660	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SHI	-0,0692	-0,0601	-0,0650	-0,0528	**0,5048**	-0,0617	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
VAC	-0,0606	-0,0628	-0,0612	-0,0660	-0,0617	**0,5030**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AN	0	0	0	0	0	0	**0,4608**	-0,0521	-0,0526	-0,0522	-0,0521	-0,0536	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AR	0	0	0	0	0	0	-0,0521	**0,4608**	-0,0526	-0,0522	-0,0521	-0,0536	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CL	0	0	0	0	0	0	-0,0526	-0,0526	**0,4737**	-0,0565	-0,0526	-0,0436	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
IV	0	0	0	0	0	0	-0,0522	-0,0522	-0,0565	**0,4639**	-0,0522	-0,0483	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NA	0	0	0	0	0	0	-0,0521	-0,0521	-0,0526	-0,0522	**0,4608**	-0,0536	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
VAL	0	0	0	0	0	0	-0,0536	-0,0536	-0,0436	-0,0483	-0,0536	**0,4921**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
GI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0,4781**	-0,0576	-0,0576	-0,0560	-0,0560	-0,0560	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
KRA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0576	**0,5385**	-0,0315	-0,0500	-0,0576	-0,0661	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
ME	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0576	-0,0315	**0,5385**	-0,0661	-0,0576	-0,0500	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0560	-0,0500	-0,0661	**0,4815**	-0,0560	-0,0542	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PON	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0560	-0,0576	-0,0576	-0,0560	**0,4781**	-0,0560	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
QUA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0560	-0,0661	-0,0500	-0,0542	-0,0560	**0,4815**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0,5058**	-0,0453	-0,0770	-0,0504	-0,0453	-0,0504	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
IV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0453	**0,4856**	-0,0453	-0,0589	-0,0632	-0,0589	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
KAR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0770	-0,0453	**0,5058**	-0,0504	-0,0453	-0,0504	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0504	-0,0589	-0,0504	**0,4757**	-0,0589	-0,0567	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0453	-0,0632	-0,0453	-0,0589	**0,4856**	-0,0589	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
RAD	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0504	-0,0589	-0,0504	-0,0567	-0,0589	**0,4757**	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
AN	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**0,4895**	-0,0299	-0,0299	-0,0299	-0,0298	-0,0298	-0,0299	-0,0300	-0,0298	-0,0298
AR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0299	**0,5096**	-0,0355	-0,0249	-0,0326	-0,0325	-0,0248	-0,0227	-0,0326	-0,0298
CL	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0299	-0,0355	**0,5094**	-0,0249	-0,0326	-0,0325	-0,0249	-0,0227	-0,0326	-0,0298
GE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0299	-0,0249	-0,0249	**0,5108**	-0,0273	-0,0274	-0,0359	-0,0393	-0,0273	-0,0299
IV	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0298	-0,0326	-0,0326	-0,0273	**0,4943**	-0,0311	-0,0273	-0,0262	-0,0312	-0,0298
KAR	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0298	-0,0325	-0,0325	-0,0274	-0,0311	**0,4942**	-0,0273	-0,0262	-0,0311	-0,0298
KRA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0299	-0,0248	-0,0249	-0,0359	-0,0273	-0,0273	**0,5116**	-0,0395	-0,0273	-0,0299
NA	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0300	-0,0227	-0,0227	-0,0393	-0,0262	-0,0262	-0,0395	**0,5400**	-0,0262	-0,0301
NEP	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0298	-0,0326	-0,0326	-0,0273	-0,0312	-0,0311	-0,0273	-0,0262	**0,4944**	-0,0298
SVI	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-0,0298	-0,0298	-0,0298	-0,0299	-0,0298	-0,0298	-0,0299	-0,0301	-0,0298	**0,4895**

As variâncias de covariâncias do Supertorneio são apresentadas na tabela 4. A tabela 5 apresenta a matriz de variância e covariâncias do torneio Combinado (soma direta das matrizes dos cinco torneios analisados até então).

Verifica-se que estimativas dos torneio Combinado e do Supertorneio apresentaram uma correlação $0,9092286$, indicando uma grande conformidade entre ambos os modelos.

As estimativas de ratings (γ_s) desses dois modelos são utilizadas na tentativa de predizer os resultados do torneio TATA STEEL (grupo A) [15], realizado em janeiro de 2012. Esse torneio envolveu 14 dos melhores jogadores da atualidade, onde se confrontaram ao longo de 91 partidas.

A tabela 6 mostra os jogadores participantes do torneio Tata Steel série A com seus respectivos ratings FIDE na escala original , normalizados pela média e os ratings estimados pelo modelo Combinado e Supertorneio. Para os participantes do torneio que não tiveram seus ratings estimados (em negrito) pelo modelo combinado e Supertorneio, foi mantido o seu rating FIDE normalizado uma vez que este se mantém na mesma escala dos ratings estimados por ambos os modelos.

Tabela 6: Estimativas de rating (γ_s) obtidas no Supertorneio no torneio Combinado e o Rating FIDE em escala original e normalizado.

Jogadores	FIDE	FIDE *normalizado*	Combinado	Supertorneio
ARONIAN	2805	1,3401	0,2467	0,3630
CARLSEN	2835	2,1363	0,5156	0,6143
CARUANA	2736	-0,4909	-0,1133	0,0602
GASHIMOV	2761	0,1725	0,1725	0,1725
GELFAND	2736	-0,4113	-0,3785	-0,0750
GIRI	2714	-1,0748	0,1303	-0,1203
IVANCHUK	2766	0,3052	0,0083	0,0636
KAMSKY	2732	-0,5971	-0,5971	-0,5971
KARJAKIN	2769	0,3848	0,3452	0,4498
NAKAMURA	2759	0,1194	-0,2192	-0,1738
NAVARA	2712	-1,1278	-1,1278	-1,1278
RADJABOV	2773	0,4909	-0,2817	-0,2658
TOPALOV	2770	0,4113	0,4113	0,4113
WELY	2692	-1,6586	-1,6586	-1,6586

A partir dessas estimativas tentamos predizer o resultado das partidas que ocorreram no torneio por meio do modelo de Bradley-Terry.

As predições obtidas para o resultado de cada partida, são dadas em probabilidade. Considera que $0,5$ seria a probabilidade de ocorrer empate, $1,0$ de ocorrer vitória para o jogador de brancas, e $0,0$ é a vitória para o jogador de pretas, como já mencionado anteriormente. Na tabela 7 mostramos as predições encontradas através dos ratings obtidos do torneio Combinado e do Supertorneio, e o resultado observado no torneio.

Mediante os resultados observados o log da verossimilhança para o torneio Combinado foi de $-67,27291$ com o erro associado de $0,6134171$, enquanto que para o Supertorneio foi de $-66,8468$ com o erro associado de $0,6160217$.

4 Conclusões

Notamos um indício de que o as estimativas obtidas através do Supertorneio apresetam melhor conformidade com a força relativa real de cada jogador, uma vez que o erro das estimativas é ligeiramente menor no modelo Combinado não compromete o indício verificado através do log da verosimilhança. Resultados mais conclusivos leva a necessidade analises em torneios maiores. O conjunto das evidências levantadas pelos torneios de partidas pensadas é ainda vago, mas a

Tabela 7: Probabilidade de vitória das brancas predito através das estimativas de rating do modelo Combinado e do Supertorneio, e o resultado observado.

	Jogador(Branca)	jogador(Negra)	Probabilide(Combinado)	Probabilidade(Supertorneio)	Resultado(Observado)
1	NAVARA	TOPALOV	0,1766544	0,17665436	0,5
2	GELFAND	GIRI	0,3754805	0,51132809	0,0
3	RADJABOV	CARUANA	0,4579880	0,41920181	0,5
4	KARJAKIN	ARONIAN	0,5246063	0,52168702	0,0
5	NAKAMURA	IVANCHUK	0,4433701	0,44092803	0,5
6	CARLSEN	GASHIMOV	0,5849421	0,60870078	1,0
7	KAMSKY	WELY	0,7429779	0,74297789	0,5
8	TOPALOV	WELY	0,8879463	0,88794631	0,5
9	GASHIMOV	KAMSKY	0,6834323	0,68343231	0,5
10	IVANCHUK	CARLSEN	0,3758267	0,36568560	0,5
11	ARONIAN	NAKAMURA	0,6144046	0,63106479	1,0
12	CARUANA	KARJAKIN	0,3873546	0,40382606	1,0
13	GIRI	RADJABOV	0,6015677	0,53631752	0,5
14	NAVARA	GELFAND	0,3209637	0,25867496	0,5
15	GELFAND	TOPALOV	0,3122042	0,38076225	0,5
16	RADJABOV	NAVARA	0,6997528	0,70308261	1,0
17	KARJAKIN	GIRI	0,5535166	0,63877996	1,0
18	NAKAMURA	CARUANA	0,4735436	0,44175517	0,5
19	CARLSEN	ARONIAN	0,5668303	0,56251610	1,0
20	KAMSKY	IVANCHUK	0,3531125	0,34058823	0,5
21	WELY	GASHIMOV	0,1381079	0,13810792	0,5
22	TOPALOV	GASHIMOV	0,5594274	0,55942738	0,5
23	IVANCHUK	WELY	0,8411607	0,84840918	0,5
24	ARONIAN	KAMSKY	0,6992555	0,72313481	1,0
25	CARUANA	CARLSEN	0,3477666	0,36490778	0,5
26	GIRI	NAKAMURA	0,5864916	0,51337613	0,5
27	NAVARA	KARJAKIN	0,1864852	0,17113288	0,0
28	GELFAND	RADJABOV	0,4758252	0,54756733	0,5
29	RADJABOV	TOPALOV	0,3333527	0,33689532	0,5
30	KARJAKIN	GELFAND	0,6734136	0,62825842	0,0
31	NAKAMURA	NAVARA	0,7127222	0,72192482	1,0
32	CARLSEN	GIRI	0,5951544	0,67582486	0,5
33	KAMSKY	CARUANA	0,3813518	0,34134206	0,5
34	WELY	ARONIAN	0,1295144	0,11695684	0,5
35	GASHIMOV	IVANCHUK	0,5409592	0,52720225	0,0
36	TOPALOV	IVANCHUK	0,5994186	0,58607306	0,5
37	ARONIAN	GASHIMOV	0,5185326	0,54747516	1,0
38	CARUANA	WELY	0,8242365	0,84797722	0,5
39	GIRI	KAMSKY	0,6742280	0,61699071	1,0
40	NAVARA	CARLSEN	0,1619979	0,14903411	0,5
41	GELFAND	NAKAMURA	0,4602602	0,52468925	0,0
42	RADJABOV	KARJAKIN	0,3482159	0,32836282	1,0
43	KARJAKIN	TOPALOV	0,4834638	0,50960845	1,0
44	NAKAMURA	RADJABOV	0,5156251	0,52298606	0,5
45	CARLSEN	GELFAND	0,7097336	0,66581785	1,0
46	KAMSKY	NAVARA	0,6296585	0,62965851	1,0
47	WELY	GIRI	0,1432108	0,17678270	0,5
48	GASHIMOV	CARUANA	0,5709618	0,52803837	0,5
49	IVANCHUK	ARONIAN	0,4406882	0,42570638	0,5
50	TOPALOV	ARONIAN	0,5410757	0,51208865	0,5
51	CARUANA	IVANCHUK	0,4696446	0,49916132	0,5
52	GIRI	GASHIMOV	0,4894466	0,42731955	0,0
53	NAVARA	WELY	0,6296585	0,62965851	0,5
54	GELFAND	KAMSKY	0,5544321	0,62764215	0,5
55	RADJABOV	CARLSEN	0,3105999	0,29314122	0,5
56	KARJAKIN	NAKAMURA	0,6374631	0,65103460	0,5
57	NAKAMURA	TOPALOV	0,3473883	0,35774809	0,5
58	CARLSEN	KARJAKIN	0,5425035	0,54105171	0,0
59	KAMSKY	RADJABOV	0,4218048	0,41793205	0,5
60	WELY	GELFAND	0,2175334	0,17028356	0,5
61	GASHIMOV	NAVARA	0,7858926	0,78589264	0,5
62	IVANCHUK	GIRI	0,4695415	0,54584072	1,0
63	ARONIAN	CARUANA	0,5890261	0,57511359	1,0
64	TOPALOV	CARUANA	0,6282262	0,58688666	0,0
65	GIRI	ARONIAN	0,4709366	0,38148021	0,0
66	NAVARA	IVANCHUK	0,2430302	0,23300398	0,0
67	GELFAND	GASHIMOV	0,3656334	0,43844492	0,5
68	RADJABOV	WELY	0,7984884	0,80103449	0,5
69	KARJAKIN	KAMSKY	0,7195559	0,74017291	0,0
70	NAKAMURA	CARLSEN	0,3241433	0,31256231	0,5
71	CARLSEN	TOPALOV	0,5260405	0,55058035	1,0
72	KAMSKY	NAKAMURA	0,4066359	0,39573276	0,5
73	WELY	KARJAKIN	0,1188083	0,10828580	0,0
74	GASHIMOV	RADJABOV	0,6116425	0,60785916	0,0
75	IVANCHUK	GELFAND	0,5955100	0,53458447	0,0
76	ARONIAN	NAVARA	0,7981074	0,81620087	0,0
77	CARUANA	GIRI	0,4394102	0,54500896	1,0
78	TOPALOV	GIRI	0,5698057	0,62986419	1,0
79	NAVARA	CARUANA	0,2660872	0,23360406	0,5
80	GELFAND	ARONIAN	0,3486087	0,39222953	0,0
81	RADJABOV	IVANCHUK	0,4279998	0,41838525	0,5
82	KARJAKIN	GASHIMOV	0,5430604	0,56887851	0,5
83	NAKAMURA	WELY	0,8083608	0,81529373	1,0
84	CARLSEN	KAMSKY	0,7526294	0,77055449	0,5
85	KAMSKY	TOPALOV	0,2672874	0,26728742	1,0
86	WELY	CARLSEN	0,1020923	0,09338823	0,5
87	GASHIMOV	NAKAMURA	0,5966920	0,58572323	0,5
88	IVANCHUK	KARJAKIN	0,4165689	0,40463398	0,5
89	ARONIAN	RADJABOV	0,6291066	0,65221654	0,5
90	CARUANA	GELFAND	0,5659190	0,53374971	1,0
91	GIRI	NAVARA	0,7787027	0,73253978	0,5

vantagem das brancas parece ser maior que em torneios de partidas rápidas como os analisados pelos autores em 2011 (Pires e Bueno Filho, 2011).

Referências

[1] BRADLEY, R. A.; TERRY, M.E. **The rank analysis of incomplete block designs**. Biometrika, v.39 p.324-345. 1952.

[2] CHESSBASE, Disponível em: <http://www.chessbase.com/newsdetail.asp?newsid=6619>.Acessado em: 5 Abr. 2013.

[3] CHESSBASE, Disponível em: <http://www.chessbase.com/newsdetail.asp?newsid=6136>.Acessado em: 5 Abr. 2013.

[4] CHESSGAMES, t Disponível em: <http://www.chessgames.com/perl/chess.pl?tid=75295>.Acessado em: 5 Abr. 2013.

[5] CHESSRESULTS, Disponível em: <http://chess-results.com>.Acessado em: 5 Abr. 201.

[6] ELO, A.E.,**The rating of chess players past and present**. Arco Publishing, New York, 1978.

[7] FIDE. Disponível em :<http://www.fide.com>. Acessado em: 5 Abr. 2013.

[8] FIFA. Disponível em:<http://www.eloratings.net>. Acessado em: 5 Abr. 2013.

[9] NELDER, J.A.;MEAD, R. **A simplex method for function minimization.** Comput. J. 7:308-13, 1965.

[10] OPTIMIZE. Disponível em :<http://stat.ethz.ch/R-manual/R-patched/library/stats/html/00Index.html>. Acessado em: 6 de Abr. 2013

[11] GLICKMAN, M. E.; JONES, A. C. **Rating the chess rating system**. Chance,v.12, n. 2 p. 21-28,1999.

[12] KAGGLE. Diponível em :<http://www.kaggle.com>. Acessado em 22 fev. 2012.

[13] R DEVELOPMENT CORE TEAM.**R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing,** Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, 2010.

[14] SEARLE,S.R.**Linear Models**.New York: J.Wiley, 1971. 532p.

[15] TATA STELL. disponível em :<http://www.tatasteelchess.com/>. Acessada em: 6 Abr. 2013.