

PREVISÃO DE ARRECADAÇÃO TRIBUTÁRIA NA CRISE: ALISAMENTO EXPONENCIAL DE HOLT-WINTERS E SARIMA

Thiago Rafael Corrêa de Almeida¹

Resumo: *Este trabalho tem como objetivo a construção de modelos estatísticos para acompanhamento e previsão da série mensal de arrecadação do Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Serviços (ICMS) do Estado de Minas Gerais no período 2002-2017. Como metodologia, utilizou-se modelos univariados de Alisamento Exponencial de Holt-Winters e modelos Autorregressivos Integrados de Médias móveis Sazonal (SARIMA). Três modelos foram considerados satisfatórios: o modelo de Alisamento Exponencial Aditivo ($\alpha = 0,35$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$), o modelo de Alisamento Exponencial Multiplicativo ($\alpha = 0,34$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$) e o modelo SARIMA $(0, 1, 1)$ $(0, 1, 1)_{12}$. O primeiro modelo foi o que apresentou melhor capacidade preditiva e o segundo o que melhor captou o comportamento da série no período amostral. Como era de se esperar, em virtude da crise econômica vigente, os modelos previram um baixo nível arrecadatório para 2016 e 2017.*

Palavras-chave: ICMS, Economia de Minas Gerais, Alisamento Exponencial de Holt-Winters, Modelo SARIMA.

Abstract: *This paper aims to build statistical models to monitor and forecast the monthly series of ICMS of the State of Minas Gerais in the period 2002-2017. The methodology we used univariate models Exponential Smoothing Holt-Winters and Autoregressive Integrated models moving averages Seasonal (SARIMA). Three models were considered satisfactory: the model of exponential smoothing additive ($\alpha = 0.35$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$), the model of Exponential Smoothing Multiplicative ($\alpha = 0.34$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$) and SARIMA $(0, 1, 1)$ $(0, 1, 1)_{12}$ model. The first model showed the best predictive capacity and the second which best captured the behavior of the series in the sample period. As was to be expected, given the current economic crisis, the models recorded a low revenue collection level for 2016 and 2017.*

Keywords: ICMS, Economy of Minas Gerais, Exponential Smoothing Holt-Winters, Model SARIMA .

1. Introdução

A ciência econômica possui interesse particular na realização de previsões razoáveis e acuradas em relação ao comportamento de uma série de variáveis que auxiliem os *stakeholders* interessados na tomada de decisão. O governo e os administradores públicos, por exemplo, necessitam de estimativas e prognósticos críveis de uma série de indicadores que os propiciem o planejamento e execução de políticas públicas (PESSOA; CORONEL, 2012).

¹ Fundação João Pinheiro e-mail: thiago.almeida@fjp.mg.gov.br

O interesse governamental é ainda maior quando a variável de análise diz respeito à arrecadação tributária, a partir da qual o governo pode planejar e realizar seus gastos na prestação de serviços para a população (como os serviços de saúde, educação e segurança pública). Além disso, como destacado por Marques e Uchôa (2006), a Lei de Responsabilidade Fiscal (LRF) exige por parte dos poderes municipal, estadual e federal alguma capacidade de prognóstico arrecadatório e de previsão de receitas. Essa preocupação com o nível de arrecadação fica ainda mais evidente com o atual cenário de crise econômica ², uma vez que a receita tributária cai consideravelmente com a inflexão do nível de atividade produtiva.

Visando preencher esta lacuna de capacidade preditiva, este trabalho tem por objetivo modelar a série de ICMS do Estado de Minas Gerais utilizando modelos univariados de Alisamento Exponencial de Holt-Winters e modelos Autorregressivos Integrados de Médias móveis Sazonal (SARIMA). A modelagem tem o propósito de identificar o melhor modelo para acompanhar a série “dentro” da amostra e identificar aquele com melhor capacidade preditiva (análise “fora” da amostra).³

2. O ICMS e os modelos de Previsão

O imposto sobre as Operações relativas à Circulação de Mercadorias e sobre prestações de Serviços de transporte interestadual, intermunicipal e de comunicação, o ICMS, é um imposto de competência dos Estados e do Distrito Federal. As normas gerais que orientam a regulamentação do ICMS estão contidas na Lei Complementar 87/1996, conhecida como Lei Kandir, alterada posteriormente pelas Leis Complementares 92/97, 99/99 e 102/2000 (PORTAL TRIBUTÁRIO, 2016). Em Minas Gerais, vigoram também a Lei 6.793/1975 e o Regulamento do ICMS (RICMS), aprovado pelo Decreto 43.080/2002.

Por determinação constitucional o ICMS é um imposto não-cumulativo, onde se compensa o que for devido em cada operação relativa à circulação de mercadorias ou prestação de serviços de transporte e comunicação com o montante cobrado nas etapas anteriores pelo próprio ente federativo ou por outro Estado, ou seja, “do imposto devido em cada operação é abatido o valor pago na operação anterior” (BOTH; WBATUBA; SALLA, 2012, p. 3).

² De acordo com os dados preliminares divulgados pela Fundação João Pinheiro, a taxa de variação real do PIB de Minas Gerais vai para o segundo ano consecutivo de retração: queda de -0,8% em 2014 e de -4,9% em 2015 (FUNDAÇÃO JOÃO PINHEIRO, 2015); e as expectativas para 2016 não são positivas.

³ A análise “dentro” da amostra se refere ao conjunto de observações utilizadas para estimar os modelos, ou seja, corresponde a construção no período amostral. A análise “fora” da amostra refere-se à utilização do modelo para fazer previsões e também é conhecida como análise no período de validação.

Em relação à ocorrência da cobrança do imposto, podem-se identificar as seguintes situações de incidência:

“I – operações relativas à circulação de mercadorias, inclusive o fornecimento de alimentação e bebidas em bares, restaurantes e estabelecimentos similares; II – prestações de serviços de transporte interestadual e intermunicipal, por qualquer via, de pessoas, bens, mercadorias ou valores; III – prestações onerosas de serviços de comunicação, por qualquer meio, inclusive a geração, a emissão, a recepção, a transmissão, a retransmissão, a repetição e a ampliação de comunicação de qualquer natureza; IV – fornecimento de mercadorias com prestação de serviços não compreendidos na competência tributária dos Municípios; V – fornecimento de mercadorias com prestação de serviços sujeitos ao imposto sobre serviços, de competência dos Municípios, quando a lei complementar aplicável expressamente o sujeitar à incidência do imposto estadual; VI – a entrada de mercadoria importada do exterior, por pessoa física ou jurídica, ainda quando se tratar de bem destinado a consumo ou ativo permanente do estabelecimento; VII – o serviço prestado no exterior ou cuja prestação se tenha iniciado no exterior; VIII – a entrada, no território do Estado destinatário, de petróleo, inclusive lubrificantes e combustíveis líquidos e gasosos dele derivados, e de energia elétrica, quando não destinados à comercialização ou à industrialização, decorrentes de operações interestaduais, cabendo o imposto ao Estado onde estiver localizado o adquirente” (PORTAL TRIBUTÁRIO, 2016, p. 1).

Não apenas na análise dos mecanismos de incidência percebe-se o alto grau de complexidade do imposto. Tendo em vista o fato de o ICMS ser de competência estadual isto implica em legislação específica em cada Estado para o tributo. As alíquotas incidentes sobre o ICMS também são diferenciadas e variam entre os entes estaduais da federação (BOTH; WBATUBA; SALLA, 2012). Disso decorrem dois problemas: 1) as mercadorias circulam não apenas dentro de um único Estado e 2) os Estados de origem e de destino possuem alíquotas e obrigações acessórias diferentes. Daí resulta o alto nível de complexidade envolvido na operacionalização desse imposto (REZENDE; PEREIRA; ALENCAR, 2010). Além disso, existe toda uma discussão em torno dos problemas oriundos da concessão de benefícios fiscais por parte dos Estados que ocasiona a competição desigual entre os entes federados na atração de investimentos: a chamada “Guerra Fiscal”⁴ (RODRIGUES, 2014).

A complexidade envolvida na tributação do ICMS, a problemática que advém da concessão de benefícios fiscais e a própria crise econômica que resulta na inflexão da arrecadação tributária, são alguns dos motivos que justificam a realização deste estudo: que é o de construção de modelos satisfatórios de previsão para a série do ICMS. Outra parte da explicação está no fato de que os impostos sobre as Operações relativas à Circulação de Mercadorias e prestações de Serviços de transporte e comunicação terem um peso considerável na composição da receita tributária do Estado. De fato, na análise

⁴ “[...] muitos Estados passaram a conceder benefícios unilaterais, ou seja, incentivos fiscais para a instalação de indústrias que proporcionam o desenvolvimento local, com o fomento ao trabalho e distribuição de renda. Entretanto, o excesso de concessão de benefícios culminou em uma política exacerbada, chamada “Guerra Fiscal”, verdadeiro leilão de incentivos fiscais para o estabelecimento de empreendimentos no solo estatal, em que os atrativos aumentam à medida que a guerra acirra-se” (RODRIGUES, 2014, p. 1).

dos impostos indiretos líquidos de subsídios que incidem sobre os bens e serviços, estima-se que o ICMS represente em torno de 60% da arrecadação deste tipo de tributo na economia mineira ⁵, seguido de longe pela COFINS ⁶ (18%), pelo IPI ⁷ (9%), por impostos como a CIDE ⁸ e a CPMF ⁹ e outros incidentes sobre os bens e serviços (5%), pelo ISS ¹⁰ (4%), pela IOF ¹¹ (2%) e pelo imposto sobre importação (1%) (RECEITA FEDERAL, 2016).

Diante da importância do ICMS, vários estudos surgiram no intuito de prever a arrecadação do imposto. Um destes estudos foi o trabalho de Santos e Costa (2008) onde os autores utilizaram um modelo de Alisamento Exponencial Sazonal aditivo de Holt-Winters para prever o recolhimento do imposto no Maranhão. Marques e Uchôa (2006) e Passos e Ramos (2005) utilizaram modelos autorregressivos de séries temporais para previsão de arrecadação do ICMS, respectivamente, na Bahia e no Pará. Salomão (2010) fez um estudo interessante para a previsão do tributo no Estado do Espírito Santo comparando modelos univariados (autorregressivos) com modelos multivariados em que o autor identifica variáveis com alto grau de correlação com o nível arrecadatório do imposto. Scheffer, Souza e Zanini (2014) utilizaram um modelo Autorregressivo Integrado de Médias Móveis Sazonal (SARIMA) para projetar o comportamento do ICMS no Estado do Rio Grande do Sul. Azevedo, Silva e Gatsios (2015) realizaram o estudo de previsão de arrecadação do ICMS para seis Estados brasileiros (São Paulo, Minas Gerais, Rio de Janeiro, Rio Grande do Sul, Paraná e Bahia) utilizando os tradicionais modelos Autorregressivos Integrados de Médias Móveis (ARIMA).

No que se refere à previsão de arrecadação do ICMS no Estado de Minas Gerais, pode-se destacar o trabalho de Pessoa e Coronel (2012) como o pioneiro na ênfase da importância na projeção do imposto para a economia mineira. Os autores realizaram o prognóstico de receita com o ICMS comparando os modelos ARIMA, mencionado no parágrafo anterior, com modelos Autorregressivos Fracionalmente Integrados de Médias Móveis (ARFIMA) e verificando o desempenho em termos de capacidade preditiva de cada um deles.

Como o trabalho desses autores para a economia mineira é de 2012 e o contexto de crise econômica vigente exige uma atualização da série de dados e de modelos para o

⁵ Na mesma linha de raciocínio, a Secretaria da Fazenda de Minas Gerais informou que o ICMS representou aproximadamente 80% de toda a receita tributária arrecadada pelo Estado (SEFAZ-MG, 2011 *apud* PESSOA; CORONEL, 2012).

⁶ Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social.

⁷ Imposto sobre Produtos Industrializados.

⁸ Contribuição de Intervenção no Domínio Econômico.

⁹ Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira.

¹⁰ Imposto sobre Serviços de qualquer Natureza.

¹¹ Imposto sobre Operações de Crédito, Câmbio e Seguros.

ICMS para que o Estado e seus atores possam se prevenir com a queda na arrecadação tributária, este estudo visa contribuir nessa atualização realizando projeções da série de ICMS de Minas Gerais e comparando a modelagem SARIMA com os modelos de Alisamento Exponencial de Holt-Winters.

3. Metodologia

A metodologia utilizada para alcançar o objetivo do trabalho consiste na compreensão da técnica de alisamento exponencial de Holt-Winters e dos modelos SARIMA (*Seasonal AutoRegressive Integrated Moving Average*). Existem duas formas de aplicação da técnica de alisamento exponencial de Holt-Winters: o alisamento com sazonalidade aditiva e o com sazonalidade multiplicativa. O método de alisamento multiplicativo é recomendado quando as amplitudes sazonais variam com o tempo ao passo que o método aditivo deve ser utilizado quando as amplitudes sazonais apresentam padrão mais “estável” (ALMEIDA, 2013).

A Figura 1 abaixo exemplifica o modelo de alisamento recomendado de acordo com as características iniciais da série de interesse. Em alguns casos, mesmo por meio de uma análise gráfica, identificar se a sazonalidade da série apresenta características mais próximas de uma sazonalidade multiplicativa que aditiva não é trivial. Por isso, nesses casos aconselha-se a construção e comparação dos dois tipos de modelo.


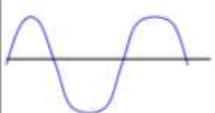
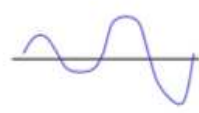


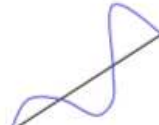
	<i>Sem Sazonalidade</i>	<i>Sazonalidade Aditiva</i>	<i>Sazonalidade Multiplicativa</i>
<i>Nível Constante</i>	 Alisamento Exponencial Simples	 Alisamento Exponencial Winter	
<i>Tendência Linear</i>	 Alisamento Exponencial Duplo Holt		

Figura 1 – Características da série em relação à sazonalidade, nível e tendência e o método de alisamento exponencial apropriado. Fonte: TOSCANO (2012).

A utilização da técnica de alisamento exponencial está alicerçada em três equações que associam a cada uma das componentes da série (nível, tendência e sazonalidade) uma constante de alisamento específica (respectivamente α , γ , δ)

(MORETTIN; TOLOI, 1987). As fórmulas adiante representam as três equações que sintetizam os modelos multiplicativo e aditivo. Assim, tem-se que L_t representa o alisamento do nível até o final do instante t e α corresponde a constante (peso) de alisamento do nível; T_t simboliza o alisamento da tendência até o final do instante t , sendo γ o peso (constante) de alisamento da tendência; S_t representa o alisamento do fator sazonal até o instante t e δ é a constante (peso) da componente sazonal; Y_t corresponde ao valor da série no instante t ; \hat{Y}_t representa a equação de previsão da série e p representa o período sazonal.

Método Multiplicativo

$$L_t = \alpha (Y_t / S_{t-p}) + (1-\alpha) [L_{t-1} + T_{t-1}]$$

$$T_t = \gamma [L_t - L_{t-1}] + (1 - \gamma)T_{t-1}$$

$$S_t = \delta (Y_t / L_t) + (1 - \delta) S_{t-p}$$

$$\hat{Y}_t = (L_{t-1} + T_{t-1}) S_{t-p}$$

Método Aditivo

$$L_t = \alpha (Y_t - S_{t-p}) + (1 - \alpha) [L_{t-1} + T_{t-1}]$$

$$T_t = \gamma [L_t - L_{t-1}] + (1 - \gamma)T_{t-1}$$

$$S_t = \delta (Y_t - L_t) + (1 - \delta) S_{t-p}$$

$$\hat{Y}_t = L_{t-1} + T_{t-1} + S_{t-p}$$

Embora seja uma técnica de fácil compreensão algumas considerações a respeito da utilização da ferramenta devem ser pontuadas.¹² Existem algumas restrições em relação aos valores atribuídos às constantes (pesos) de alisamento. Isto acontece por que, dependendo do valor assumido por cada uma das constantes de alisamento, a série alisada poderá ficar instável ou “fora de controle”. Por isso, adota-se normalmente o intervalo de $[0,1]$ para cada um dos pesos (α , γ , δ) de modo a evitar o problema com a instabilidade do modelo. De maneira geral, os *softwares* estatísticos restringem ainda mais os valores das constantes para que estes permaneçam em intervalos ainda menores (0,1 e 0,3). Assim, quando α , por exemplo, tem valor bem próximo de “1” isto é um indicativo de que as informações do passado do nível da série estão sendo descontadas rapidamente pelo modelo. Se α possui valor maior do que “1” o efeito de uma previsão errada poderá crescer com o decorrer do tempo, evidenciando o problema da instabilidade da série (ALMEIDA, 2013).

Todavia, apesar dessas considerações, as constantes de alisamento podem exceder o valor da unidade sem que isso necessariamente implique na instabilidade do processo. Neste caso, outros tipos de análise exploratória dos dados e das características da série devem ser realizados. Ainda assim, muitos autores defendem o argumento de que os valores das constantes de alisamento sejam extraídos dos próprios dados de

¹² Toscano (2012) recomenda a utilização da técnica de alisamento exponencial nos seguintes casos quando: “1) não existe um padrão definido do passado da série; 2) os modelos não se ajustam bem ao passado da série; 3) a série não apresenta um comportamento padrão; 4) os modelos que se ajustam bem ao passado da série, podem não ajustar bem para prever os valores futuros da série; 5) quando não se quer depender de suposições fortes de outros métodos” (TOSCANO, 2012, p.1-2).

forma a minimizar os erros no período amostral: o Erro Médio Absoluto (MAD), o Erro Percentual Médio Absoluto (MAPE) e o Erro Quadrático Médio (MSD) (GARDNER, 1985 *apud* TOSCANO, 2012). De toda forma, neste artigo será despendido um esforço de extrair os valores das constantes através dos próprios dados, mas adotando o intervalo [0,1] como referência para evitar o problema de instabilidade da série.

Um aspecto desfavorável no que se refere ao uso da técnica de alisamento exponencial é que a mesma não faz nenhuma suposição em relação à distribuição dos dados. Com isso, não se pode ter garantia de que o modelo encontrado é o mais apropriado tendo em vista também que só é possível a construção de intervalos de confiança aproximados para as previsões. Mesmo assim, não se faz tão necessária a realização de testes, já que permanecem evidências significativas de que os métodos de alisamento exponencial são incrivelmente robustos (MAKRIDAKIS; HIBON, 1989 *apud* TOSCANO, 2012).

Antes de apresentar o formato dos modelos SARIMA convém inicialmente entender os modelos ARIMA (*AutoRegressive Integrated Moving Average*), que na prática corresponde a uma simplificação dos modelos SARIMA ao não considerar a questão sazonal no âmbito de análise. Os modelos ARIMA, formulados por Box e Jenkins (1976), “baseiam-se na ideia de que uma série temporal não estacionária pode ser modelada a partir de d diferenciações e da inclusão de um componente autorregressivo e de um componente de média móvel” (PESSOA; CORONEL, 2012, p. 3).

Assim, uma série não estacionária Y_t integrada segue um modelo autorregressivo integrado de médias móveis de ordem (p, d, q) ou modelo ARIMA (p, d, q) se estiver de acordo com a equação abaixo, onde p e q são as ordens dos polinômios $\phi(L)$ e $\theta(L)$ dos componentes autorregressivo (AR) e de média móvel (MA), respectivamente; ε_t é um processo de ruído branco¹³ e d corresponde a ordem de diferenciação da série para torná-la estacionária.

$$\begin{aligned} \Delta^d Y_t &= (1-L)^d Y_t = y_t = \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \theta_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q} \\ \Delta^d Y_t &= (1-L)^d Y_t = y_t = (\phi_1 L + \phi_2 L^2 + \dots + \phi_p L^p) y_t + (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t \\ (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) y_t &= (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t \\ (1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \dots - \phi_p L^p) (1-L)^d Y_t &= (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \dots - \theta_q L^q) \varepsilon_t \\ \phi(L) \Delta^d Y_t &= \theta(L) \varepsilon_t \end{aligned}$$

¹³ O termo ruído branco (ε_t) refere-se a um processo com média zero, $E(\varepsilon_t) = 0$, variância constante, $var(\varepsilon_t) = \sigma^2$ e não correlacionados. Na prática, um ruído branco é um processo estacionário com Função de Autocorrelação (FAC) e Função de Autocorrelação Parcial (FACP) igual a “0” para $K \neq 0$ e igual a “1” para $K=0$, onde K representa as autocorrelações (ALMEIDA, 2013).

A estratégia de construção e identificação do modelo ARIMA (p, d, q) postulante a um modelo classificado como satisfatório baseia-se em um ciclo iterativo em que a escolha dos valores de p, d e q é direcionada pelas características da série. A Figura 2 abaixo ilustra o ciclo iterativo sugerido por Box e Jenkins e resumido por Morettin e Toloi (1987):

“a) uma classe geral de modelos é considerada para a análise (especificação); b) há a identificação de um modelo, com base nas características da série (análise exploratória, da Função de Autocorrelação (FAC), da Função de Autocorrelação Parcial (FACP)¹⁴ e de outros critérios); c) a seguir, vem a fase de estimação, na qual os parâmetros do modelo identificado são estimados; d) finalmente, há a verificação do modelo ajustado, através de uma análise de resíduos, para se saber se este é adequado para os fins em vista” (MORETTIN; TOLOI, 1987, p. 154).

O modelo ARIMA mostrado anteriormente é, na verdade, uma simplificação do modelo SARIMA (p, d, q)(P, D, Q)_s quando este passa a considerar a sazonalidade (s) da série no processo de análise. A simbologia (P, D, Q)_s informa, exatamente, a ocorrência de um processo autorregressivo sazonal (P), a aplicação de diferenças sazonais na série (D) e a ocorrência de um processo de média móvel sazonal (Q).

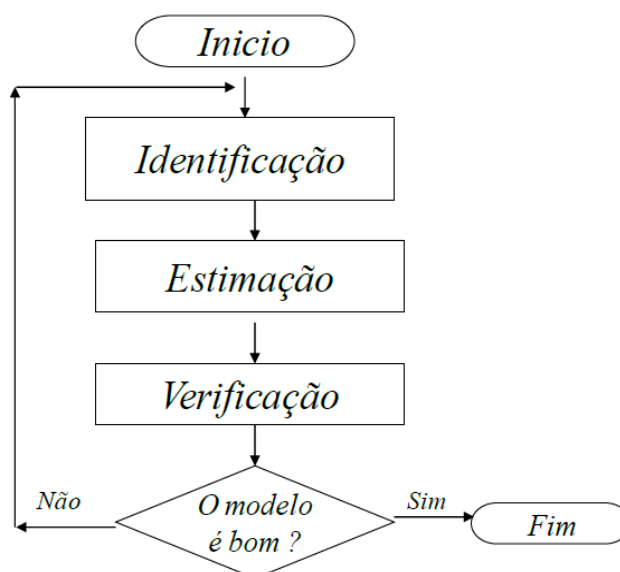


Figura 2: Ciclo Iterativo sugerido por Box-Jenkins para identificação e escolha do modelo ARIMA (p, d, q) apropriado. Fonte: TOSCANO (2012).

De maneira intuitiva, não existe nenhuma dificuldade adicional para a construção dos modelos sazonais (SARIMA) em comparação aos tradicionais modelos ARIMA. Além disso, o ciclo iterativo proposto por Box e Jenkins para identificação do

¹⁴A Função de Autocorrelação (FAC) e a Função de Autocorrelação Parcial (FACP) são instrumentos fundamentais para identificação do tipo de processo estacionário que descreve uma série temporal.

modelo estatístico apropriado continua sendo válido na modelagem SARIMA. A principal diferença é que na etapa de análise das características da série para identificação do modelo será necessário inspecionar também os aspectos sazonais da série. Assim, em um modelo SARIMA deve-se diferenciar a série em relação a ela mesma $(1-L)^d$ e considerar também a diferença sazonal $(1-L)^S$ para produzir estacionariedade e assim encontrar os valores respectivos de d e D (ALMEIDA, 2013).

A partir da série estacionária, basta analisar a Função de Autocorrelação (FAC) e a Função de Autocorrelação Parcial (FACP) amostrais da série nos “lags” 1, 2, 3, ... para obter os valores iniciais de p e q ; e nos “lags” $s, 2s, 3s, \dots$ para obter os valores de P e Q iniciais. Tem-se, portanto, a formulação de um primeiro modelo SARIMA para descrever a série e que deve ser submetido ao ciclo iterativo de Box e Jenkins (MORETTIN; TOLOI, 1987).

Por fim, para avaliar a *performance* dos modelos estimados ou, em outras palavras, a qualidade da modelagem dentro e fora da amostra de maneira a considerar o grau de precisão dos valores ajustados e das previsões, adotou-se três medidas de avaliação mencionadas anteriormente e que podem ser consideradas como “funções-perda” (MARTÍNEZ; ZAMPROGNO, 2003). Estas medidas, representadas no Quadro 1 abaixo, são: o Erro Médio Absoluto (MAD), o Erro Percentual Médio Absoluto (MAPE) e o Erro Quadrático Médio (MSD). Com relação a esses indicadores de desempenho tem-se que Y_t representa o valor real (atual) da observação no instante t , \hat{Y}_t corresponde ao valor ajustado ou de previsão no instante t e n representa o número de observações na análise. Como critério de avaliação da *performance* é importante salientar que quanto menor o valor dos indicadores (MAD, MAPE e MSD) melhor será o desempenho do modelo estimado.

Critério	Notação	Expressão
Erro Médio Absoluto	MAD	$\frac{\sum_{t=1}^n y_t - \hat{y}_t }{n}$
Erro Percentual Médio Absoluto	MAPE	$\frac{\sum y_t - \hat{y}_t / y_t}{n} \times 100 \quad (y_t \neq 0)$
Erro Quadrático Médio	MSD	$\frac{\sum_{t=1}^n y_t - \hat{y}_t ^2}{n}$

Quadro 1: Critérios de desempenho dos modelos através dos erros associados MAD, MAPE e MSD. Fonte: Elaboração Própria com base em MARTÍNEZ e ZAMPROGNO (2003).

4. A série de ICMS de Minas Gerais e a origem dos dados

Para a realização do trabalho, a série mensal de arrecadação do ICMS de Minas Gerais foi obtida no Conselho Nacional de Política Fazendária do Ministério da Fazenda por meio do acesso aos valores correntes de arrecadação (em R\$ 1.000) do Boletim do ICMS (CONFAZ, 2016). Os dados foram coletados a partir de janeiro de 2002 até março de 2016 totalizando 171 observações. Para a construção dos modelos estatísticos (de Alisamento Exponencial e SARIMA) foi utilizado 162 observações (de janeiro de 2002 até junho de 2015) configurando a análise no período amostral. As últimas 9 observações (julho de 2015 até março de 2016) foram utilizadas para validação dos modelos, isto é, foram comparadas com os valores previstos na modelagem de forma a se detectar o modelo com melhor capacidade preditiva.

O Gráfico abaixo (figura 3) apresenta a série de ICMS de Minas Gerais no período de janeiro de 2002 até março de 2016. Analisando o mesmo percebe-se um comportamento ascendente da série até dezembro de 2013 e, a partir de então, a arrecadação de ICMS parece apresentar um comportamento mais “estacionário”, indicativo de como a crise político-econômica vigente culminou na paralisação arrecadatória do Estado.

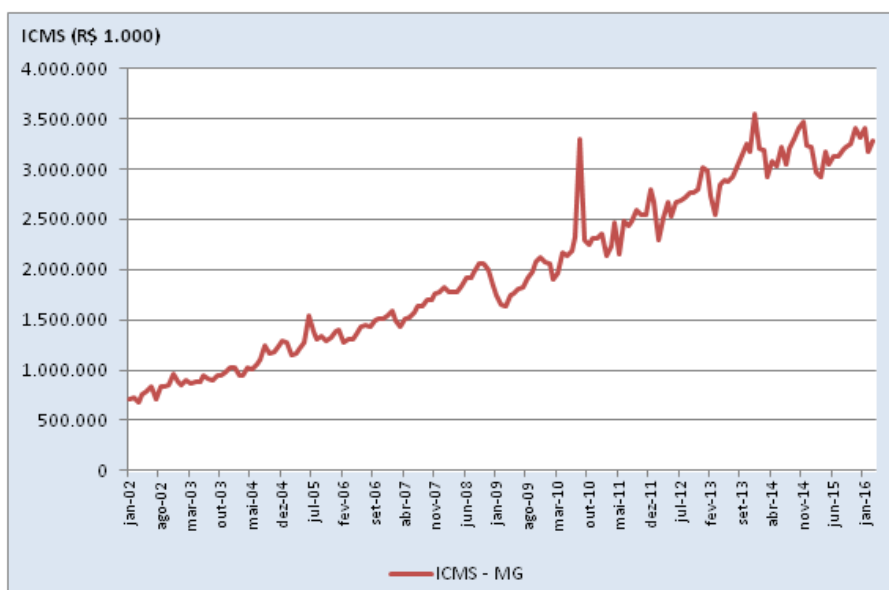


Figura 3: Evolução da receita tributária corrente com ICMS do Estado de Minas Gerais (em R\$ 1.000) – Janeiro de 2002-Março de 2016. Fonte: Elaboração própria com base nos dados do CONFAZ (2016).

Além disso, até meados de 2008 a série apresenta um padrão de volatilidade mais estável. No entanto, no período seguinte (2008-2016) esse padrão de volatilidade se modifica e a série fica mais “nervosa”, atingindo um ápice em agosto de 2010 e outro em dezembro de 2013. Este comportamento mais oscilante da série a partir de 2008 pode estar relacionado a dois fatores: 1) a crise norte-americana deflagrada no final de

2008 e o efeito de “contágio” que ocorreu sobre a economia mineira nos anos seguintes; 2) a crise política e econômica que se instaurou no Brasil e se intensificou a partir de 2014. Essa alteração da volatilidade da série, de mais estável para mais oscilante, é que justifica a construção dos modelos de alisamento, tanto o aditivo quanto o multiplicativo.

Quanto ao comportamento da sazonalidade da série, há evidências de uma leve variação sazonal mensal, uma vez que a mediana foi diferente para cada um dos meses do ano. Percebe-se que a mediana tende a ser levemente mais alta nos meses do segundo semestre do ano (com exceção de dezembro – mês 12) e um pouco mais baixa nos meses que compõem o primeiro semestre do ano. O Boxplot apresentado a seguir evidencia essa constatação.

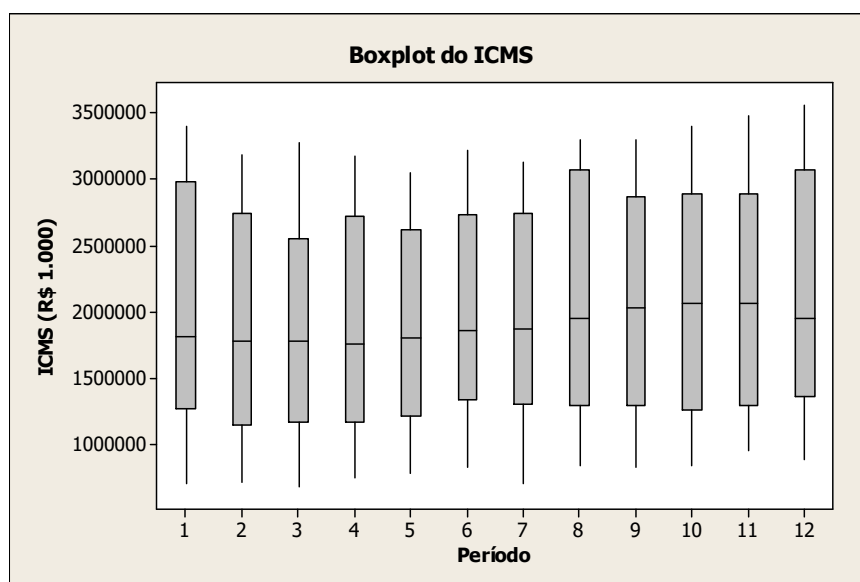


Figura 4: Boxplot dos dados mensais da arrecadação de ICMS do Estado de Minas Gerais – Janeiro de 2002-Março de 2016. Fonte: Elaboração própria com base nos dados do CONFAZ (2016).

5. Análise e discussão dos modelos

A partir de cada uma das técnicas apresentadas na seção metodológica, três modelos foram construídos de forma a captar o comportamento da série de ICMS em Minas Gerais. Os modelos considerados satisfatórios e que melhor representaram o comportamento da série foram: o modelo SARIMA $(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$; o modelo de Alisamento Exponencial de Holt-Winters aditivo ($\alpha = 0,35, \gamma = 0, \delta = 0$) e o modelo de Alisamento Exponencial de Holt-Winters multiplicativo ($\alpha = 0,34, \gamma = 0, \delta = 0$). Os resultados dos parâmetros estimados e de outras características e informações dos modelos, utilizando as 162 observações do período amostral (análise dentro da amostra), são mostrados no Quadro 2:

Quadro 2: Resultados dos parâmetros estimados e características dos modelos no período amostral

SARIMA (0, 1, 1)(0, 1, 1) ₁₂						Alisamento Exponencial de Holt-Winters aditivo ($\alpha = 0,35, \gamma = 0, \delta = 0$)			Alisamento Exponencial de Holt-Winters multiplicativo ($\alpha = 0,34, \gamma = 0, \delta = 0$)		
Type	Coef	SE Coef	T	P-Value		Additive Method			Multiplicative Method		
MA 1	0,6560	0,0629	10,42	0,000		Data	ICMS		Data	ICMS	
SMA 12	0,8715	0,0598	14,57	0,000		Length	162		Length	162	
Differencing: 1 regular, 1 seasonal of order 12						Smoothing Constants			Smoothing Constants		
Number of observations:Original series 162, after differencing 149						Alpha (level)	0,35		Alpha (level)	0,34	
Residuals:SS = 2668173749759 (backforecasts excluded)						Gamma (trend)	0,00		Gamma (trend)	0,00	
MS = 18150841835 DF = 147						Delta (seasonal)	0,00		Delta (seasonal)	0,00	
Accuracy Measures						Accuracy Measures			Accuracy Measures		
MAPE 4,02001E+00						MAPE	4,35502E+00		MAPE	4,04104E+00	
MAD 8,31025E+04						MAD	7,92173E+04		MAD	7,83149E+04	
MSD 1,79072E+10						MSD	1,53817E+10		MSD	1,46527E+10	
Modified Box-Pierce (Ljung-Box) Chi-Square statistic											
Lag	12	24	36	48							
Chi-Square	5,6	20,6	30,5	49,6							
DF	10	22	34	46							
P-Value	0,848	0,546	0,640	0,332							

Fonte: Elaboração própria com base nos resultados da pesquisa.

Do ponto de vista da comparabilidade da *performance* dos modelos estimados, pode-se dizer que o modelo de Alisamento Exponencial de Holt-Winters Multiplicativo ($\alpha = 0,34$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$) foi aquele que melhor capturou o comportamento da série no período amostral, uma vez que dos três indicadores de desempenho analisados, o modelo apresentou os valores mais baixos em dois deles (MAD e MSD). No caso do Erro Percentual Médio Absoluto (MAPE), o modelo SARIMA (0, 1, 1)(0, 1, 1)₁₂ foi o que apresentou o valor mais reduzido para essa informação (Tabela 1).

Tabela 1: Comparação do desempenho dos modelos no período amostral através dos erros associados – MAD, MAPE e MSD

Critério	SARIMA (0, 1, 1)(0, 1, 1) ₁₂	Alisamento Exponencial de Holt-Winters aditivo ($\alpha = 0,35$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$)	Alisamento Exponencial de Holt-Winters multiplicativo ($\alpha = 0,34$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$)
Erro médio absoluto (MAD)	83102,53868	79217,27817	78314,93868
Erro percentual médio absoluto (MAPE)	4,02001	4,35502	4,04104
Erro quadrático médio (MSD)	17907206374	15381685031	14652746620

Fonte: Elaboração própria com base nos resultados da pesquisa.

Os três modelos estimados apresentaram os valores ajustados (FITS1) aderentes aos valores originais da série de ICMS na amostra. A Figura 5 abaixo ilustra essa constatação trazendo o gráfico de cada um dos modelos ajustados com a série original do imposto no Estado.

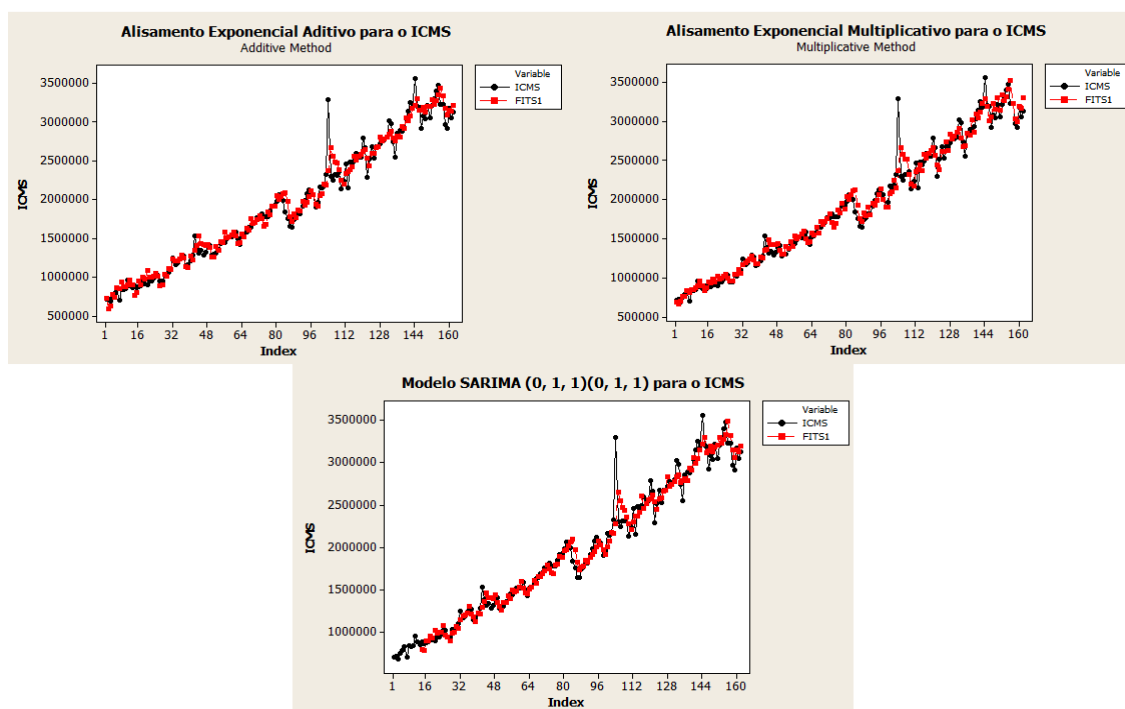


Figura 5: Série de arrecadação de ICMS em Minas Gerais e Valores ajustados pelos modelos na amostra (FITS1). Fonte: Elaboração própria com base nos resultados da pesquisa.

O principal inconveniente encontrado na modelagem da série do ICMS em Minas Gerais, no período amostral, foi o valor ajustado para agosto de 2010. Conforme a análise exploratória efetuada na seção 4, ficou constatado que nesse mês foi quando a série de ICMS atingiu um dos seus ápices e, portanto, não haveria como os modelos construídos com base no passado da série captarem uma mudança tão brusca na arrecadação do imposto.

O valor atípico ajustado para agosto de 2010 culminou na presença de um ponto *outlier* no vetor de resíduos dos três modelos elaborados, o que pode ser constatado pela análise da Figura 6. Além disso, inspecionando o gráfico dos resíduos versus os valores ajustados (*Versus Fits*) ou o gráfico dos resíduos versus a sequência de observações (*Versus Order*) dos três modelos construídos, fica nítido a mudança observada no padrão de volatilidade da série: mais “estável” até agosto de 2008 (observação 80) e mais “nervosa” a partir de setembro daquele ano (observação 81).

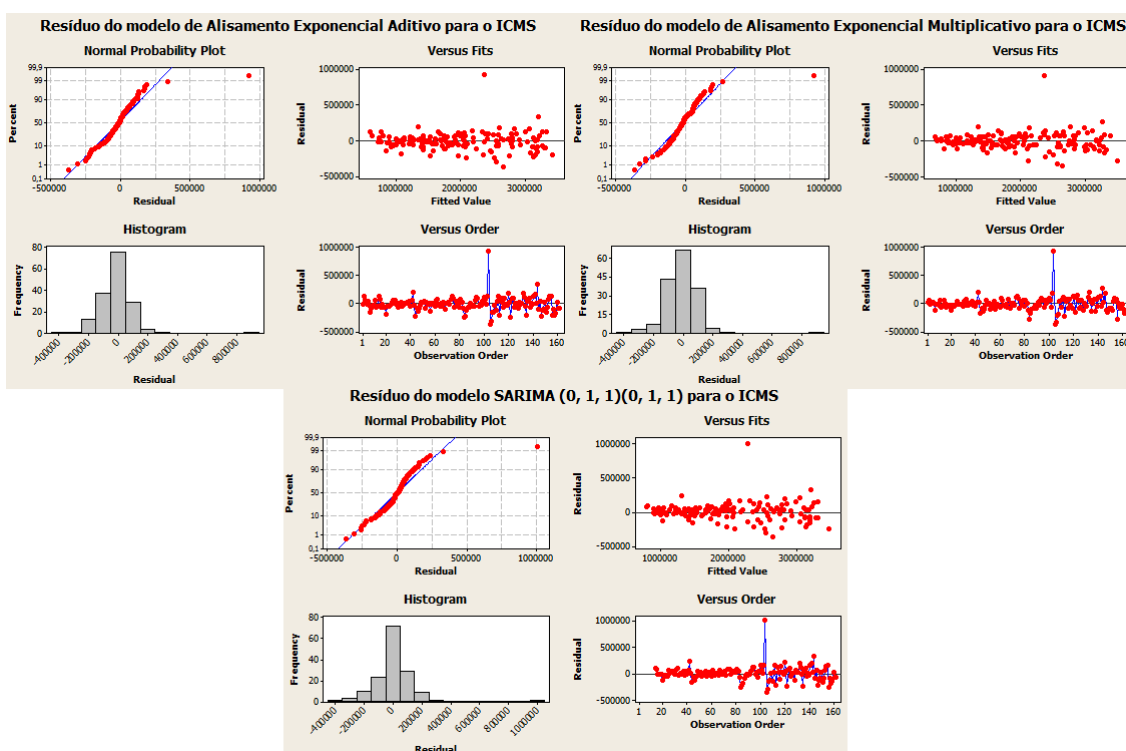


Figura 6: Resultados da simulação dos modelos para o comportamento do vetor de resíduos para a série de arrecadação de ICMS em Minas Gerais. Fonte: Elaboração própria com base nos resultados da pesquisa.

O resultado do vetor de resíduos foi bastante similar nos três modelos construídos e apresentou as características desejadas neste tipo de análise estatística: comportamento oscilante em torno de zero (média próxima de zero), variância aproximadamente constante, independência e ausência de correlação serial (que pode

ser confirmada pela inexistência de autocorrelações significativas na Função de Autocorrelação (FAC) e na Função de Autocorrelação Parcial (FACP) ao nível de significância de 5%) típicas de um processo de ruído branco (Figura 7).

Ademais, na análise do modelo SARIMA $(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$ a própria estatística de Ljung e Box (Box e Pierce modificada) confirma os indícios de um processo de ruído branco no vetor de resíduos do modelo conforme constatado pela Função de Autocorrelação (FAC) e Função de Autocorrelação Parcial (FACP). A estatística de Ljung e Box testa a hipótese conjunta de que todos os coeficientes de autocorrelação até certa defasagem são simultaneamente iguais à zero (GUJARATI, 2006 *apud* ALMEIDA, 2013). Assim, quando o p-valor obtido for maior que um determinado α que traduz o nível de significância (neste artigo adotou-se $\alpha = 5\%$), não se rejeita a hipótese nula de que todos os coeficientes de autocorrelação são simultaneamente iguais a zero e, portanto, confirmam-se os indícios de ocorrência de um processo de ruído branco no vetor de resíduos. Este foi justamente o caso para o comportamento dos resíduos no modelo SARIMA $(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$: os p-valores encontrados para as defasagens 12, 24, 36 e 48 foram todos maiores do que o nível de significância ($\alpha = 5\% = 0,05$), respectivamente, 0,848, 0,546, 0,640 e 0,332.

Além disso, os coeficientes encontrados na modelagem SARIMA $(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$, tanto para o componente de média móvel ($MA1 = 0,6560$) quanto para o termo de média móvel sazonal ($SMA12 = 0,8715$) foram significativos. A hipótese nula de que esses coeficientes são iguais à zero foi rejeitada ao nível de significância de 5% (p-valores encontrados $< \alpha = 5\% = 0,05$).

Com relação à capacidade de previsão dos modelos (análise no período de validação), pode-se dizer que o modelo de Alisamento Exponencial de Holt-Winters Aditivo ($\alpha = 0,35$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$) foi aquele que apresentou a melhor *performance* preditiva pois apresentou os menores valores para as três medidas de desempenho (MAD, MAPE e MSD). A Tabela 2 mostra os indicadores de desempenho associado aos erros e as previsões para cada um dos modelos no período de validação (julho de 2015-março de 2016).

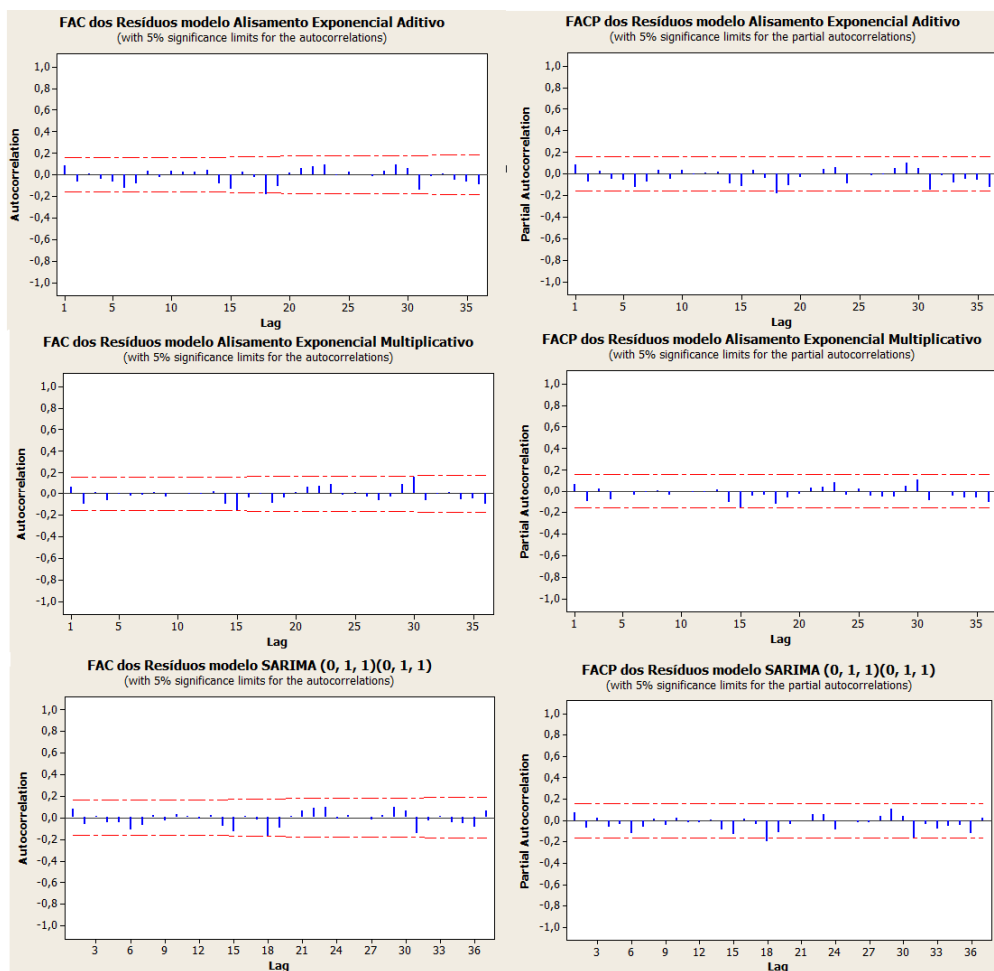


Figura 7: Função de Autocorrelação (FAC) e Função de Autocorrelação Parcial (FACP) do vetor de resíduos dos modelos estimados. Fonte: Elaboração própria com base nos resultados da pesquisa.

Tabela 2 – Valores Reais, previstos pelos modelos e comparação do desempenho no período de validação através dos erros associados – MAD, MAPE e MSD

Período	Valor Real	SARIMA (0, 1, 1)(0, 1, 1) ₁₂	Alisamento Exponencial de Holt-Winters aditivo ($\alpha = 0,35, \gamma = 0, \delta = 0$)	Alisamento Exponencial de Holt-Winters multiplicativo ($\alpha = 0,34, \gamma = 0, \delta = 0$)
jul/15	3.127.672	3.161.436	3.179.145	3.118.861
ago/15	3.183.676	3.305.023	3.310.958	3.348.209
set/15	3.215.730	3.281.895	3.282.948	3.311.528
out/15	3.253.704	3.311.155	3.303.820	3.355.556
nov/15	3.407.215	3.330.848	3.334.658	3.421.346
dez/15	3.306.513	3.393.396	3.377.526	3.502.527
jan/16	3.400.936	3.323.097	3.346.636	3.307.190
fev/16	3.164.360	3.174.522	3.222.960	3.105.109
mar/16	3.277.201	3.138.512	3.209.486	3.091.436
Erro médio absoluto (MAD)		74296,2179	68919,38539	102211,2044
Erro percentual médio absoluto (MAPE)		2,26945	2,11846	3,13326
Erro quadrático médio (MSD)		6924537563	5239471801	14680954163

Fonte: Elaboração própria com base nos resultados da pesquisa.

A partir dos modelos estatísticos podem-se realizar previsões para além do último dado disponível quando da elaboração deste artigo (março de 2016). Utilizando

os três modelos construídos (SARIMA, Alisamento Aditivo e Alisamento Multiplicativo) realizou-se previsões dos valores correntes da série de ICMS de Minas Gerais até dezembro de 2017. Isto possibilitou uma estimativa de qual seria os valores correntes anuais arrecadados pelo Estado para 2016 e 2017. A Tabela 3 mostra os valores nominais encontrados para os três modelos.

Estima-se uma projeção para a variação corrente de arrecadação de ICMS em 2016 (em relação a 2015) entre 8 e 10% e em 2017 (comparativamente a 2016) entre 5 e 7%. Considerando o prognóstico de inflação para o período com base no Boletim Focus do Banco Central, que prevê uma variação no IPCA¹⁵ de 7,13% em 2016 e de 5,67% em 2017 (BCB, 2016), pode-se calcular uma estimativa de variação real para a arrecadação de ICMS em 2016 e 2017. Os três modelos evidenciaram uma variação real ligeiramente melhor na arrecadação do imposto em 2016 do que em 2017. O modelo SARIMA (0, 1, 1)(0, 1, 1)₁₂ inclusive estimou uma variação real negativa para 2017 (de -0,6%). O modelo de Alisamento Exponencial de Holt-Winters Aditivo ($\alpha = 0,35$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$), que foi aquele que apresentou melhor capacidade preditiva de acordo com a análise no período de validação, indicou uma variação real na arrecadação do ICMS de 1,3% para 2016 e de 1,1% em 2017 (Tabela 3). De qualquer forma, registra-se uma previsão extremamente baixa para a variação real na arrecadação do ICMS em Minas Gerais no curto prazo. De fato, independentemente do modelo estatístico utilizado, os resultados dos valores estimados confirmam o atual cenário de crise econômica.

Tabela 3: Variáveis estimadas para o comportamento do ICMS em Minas Gerais em 2016 e 2017 com base nos três modelos elaborados

Variáveis	SARIMA (0, 1, 1)(0, 1, 1) ₁₂	Alisamento Exponencial de Holt-Winters aditivo ($\alpha = 0,35$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$)	Alisamento Exponencial de Holt-Winters multiplicativo ($\alpha = 0,34$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$)
Arrecadação anual corrente do ICMS estimada para 2016 (R\$ 1.000)	40.976.898	41.180.675	41.599.492
Arrecadação anual corrente do ICMS estimada para 2017 (R\$ 1.000)	43.042.384	43.987.720	44.311.210
Varição anual corrente 2016/2015 estimada (%)	8,0	8,5	9,6
Varição anual corrente 2017/2016 estimada (%)	5,0	6,8	6,5
Varição anual real 2016/2015 estimada (%) (*)	0,8	1,3	2,3
Varição anual real 2017/2016 estimada (%) (*)	-0,6	1,1	0,8

Fonte: Elaboração própria com base nos resultados da pesquisa.

(*) Nota: a variação anual real foi calculada com base na estimativa do Boletim Focus do Banco Central (relatório de maio de 2016) para o IPCA em 2016 (7,13%) e em 2017 (5,67%).

¹⁵ Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo.

6. Conclusões e considerações finais

Este artigo procurou preencher uma lacuna no que tange a construção de modelos satisfatórios e com dados atualizados para acompanhamento e previsão da série de arrecadação do ICMS de Minas Gerais. Três modelos foram elaborados para atingir o objetivo proposto pelo trabalho: o modelo SARIMA $(0, 1, 1)(0, 1, 1)_{12}$, o modelo de Alisamento Exponencial de Holt-Winters Aditivo ($\alpha = 0,35, \gamma = 0, \delta = 0$) e o modelo de Alisamento Exponencial de Holt-Winters Multiplicativo ($\alpha = 0,34, \gamma = 0, \delta = 0$).

Do ponto de vista de uma análise relacionada ao uso das observações do período amostral, para acompanhamento da série de arrecadação do ICMS em Minas Gerais, pode-se dizer que o modelo de Alisamento Exponencial Multiplicativo de Holt-Winters ($\alpha = 0,34, \gamma = 0, \delta = 0$) foi aquele que melhor capturou o comportamento da série, pois apresentou valores mais baixos para alguns dos erros associados (MAD e MSD). Todavia, esse modelo não foi o que se mostrou ter a melhor capacidade preditiva. De fato, ao se utilizar os modelos para realização de previsões e compará-las com os valores efetivamente divulgados pelo CONFAZ, concluiu-se que o modelo de Alisamento Exponencial Aditivo de Holt-Winters ($\alpha = 0,35, \gamma = 0, \delta = 0$) foi o que apresentou melhor desempenho tendo em vista que minimizou as estatísticas de erros associados (MAD, MAPE e MSD). É importante salientar também que, na etapa de verificação e certificação, os vetores de resíduos dos três modelos construídos apresentaram comportamento aceitável, com ausência de correlação serial. O principal problema encontrado nas modelagens foi a presença do ponto *outlier* relativo ao ápice da série em agosto de 2010.

Do ponto de vista de uma análise voltada para a gestão estratégica e que possa contribuir para estudos tributários mais genéricos, o artigo fornece um caminho para o governo e os agentes da administração pública (analistas fazendários e de planejamento) interessados em uma gestão satisfatória das finanças públicas, tanto no que diz respeito à construção de modelos estatísticos para acompanhamento das séries quanto no que se refere à projeção arrecadatória de curto prazo (em termos reais e nominais), auxiliando no cumprimento das exigências da Lei de Responsabilidade Fiscal (LRF), sobretudo a de realização de um prognóstico arrecadatório aceitável por parte dos entes federados.

Como ideia para estudos futuros, sugere-se a construção de modelos para acompanhamento e previsão de séries tributárias utilizando outras variáveis intervenientes e explicativas (modelos multivariados) que podem afetar o nível de

arrecadação e, com isso, antecipar mudanças bruscas da série em razão do ciclo econômico e, talvez, captar melhor o comportamento de pontos atípicos da série (*outliers*).

Referências

- [1] ALMEIDA, Thiago Rafael Corrêa de. **Modelos para previsão do Índice de Volume Trimestral do PIB do Estado de Minas Gerais**. Monografia (Especialização em Estatística com Ênfase em Indústria e Mercado). Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2013.
- [2] AZEVEDO, Ricardo Rocha de; SILVA, José Marcos da; GATSIOS, Rafael Confetti. **Comparação de Modelos de Previsão de Série Temporal com Base no ICMS Estadual**. In: XV Congresso USP Contabilidade e Controladoria no Século XXI, 2015.
- [3] BCB. **Boletim Focus Relatório de Mercado**. Banco Central do Brasil (BCB): Gerin (Relatório de 27 de maio), 2016.
- [4] BOTH, Fernanda Klein; WBATUBA, Berenice; SALLA, Neusa Gonçalves. **O impacto da substituição Tributária do ICMS nas empresas do Simples Nacional: Custos X Preço de Venda**. In: IX CONVIBRA Administração – Congresso Virtual Brasileiro de Administração, 2012.
- [5] BOX, G. E. P; JENKINS, G. M. **Time series analysis: forecasting and control**. Revised Edition. San Francisco: Holden-Day, 1976.
- [6] CONFAZ. **Boletim do ICMS – Valores correntes**, 2016. Disponível em: <<https://www.confaz.fazenda.gov.br/legislacao/boletim-do-icms>>. Acesso em: mai. 2016.
- [7] FUNDAÇÃO JOÃO PINHEIRO. **Monitor FJP Produto Interno Bruto**. Belo Horizonte: Fundação João Pinheiro – Centro de Estatística e Informações, 4º Trimestre, 2015.
- [8] MARQUES, C. A. G; UCHÔA, C. F. A. **Estimação e previsão do ICMS na Bahia**. Revista Desenhahia, v.3, p. 195-211, 2006.
- [9] MARTÍNEZ, Raydonal Ospina; ZAMPROGNO, Bartolomeu. **Comparação de algumas técnicas de previsão em análises de séries temporais**. Revista Colombiana de Estadística, 2003.
- [10] MORETTIN, Pedro Alberto; TOLOI, Clélia Maria de Castro. **Previsão de Séries Temporais**. São Paulo: Ed. Atual, 2ª edição, 1987.
- [11] PASSOS, J. J; RAMOS, E. M. L. S. **Modelagem estatística para previsão de arrecadação de ICMS do Estado do Pará**. In: XI Reunion de Trabajo em Procesamiento de la Informacion y Control. Rio Cuarto: Universidad Nacional de Rio Cuarto, v. 01, p. 248-253, 2005.

- [12] PESSOA, Filipe de Moraes Cangussu; CORONEL, Daniel Arruda. **Previsão de Arrecadação de ICMS para o Estado de Minas Gerais: Uma comparação entre modelos ARIMA e ARFIMA**. Salvador: Encontro de Administração Pública e Governo da ANPAD (EnAPG), 2012.
- [13] PORTAL TRIBUTÁRIO. **ICMS – Imposto sobre Circulação de Mercadorias e Prestação de Serviços**, 2016. Disponível em: <www.portaltributario.com.br/tributos/icms.html>. Acesso em: abr. 2016.
- [14] RECEITA FEDERAL. **Informações e estatísticas econômico-tributárias e aduaneiras produzidas pela Receita Federal – Receita Data**. Secretaria da Receita Federal do Brasil – Ministério da Fazenda, 2016.
- [15] REZENDE, Amaury José; PEREIRA, Carlos Alberto; ALENCAR, Roberta Carvalho de. **Contabilidade Tributária: Entendendo a lógica dos tributos e seus reflexos sobre os resultados das empresas**. São Paulo: Atlas, 2010.
- [16] RODRIGUES, Matheus Aragão. **A problemática da Guerra Fiscal e o ICMS**. In: Direito Net, 2014. Disponível em : <www.direitonet.com.br/artigos/exibir/8835/A-problematica-da-guerra-fiscal-e-o-icms>. Acesso em: abr. 2016.
- [17] SALOMÃO, M. F. **A arrecadação de ICMS no Estado do Espírito Santo: análise da evolução recente e modelos econométricos para previsão de receita**. In: I Encontro de Economia do Espírito Santo. Vitória: Anais do I Encontro de Economia do Espírito Santo, 2010.
- [18] SANTOS, A. V.; COSTA, J. H. F. **Análise de Séries Temporais para a previsão mensal do ICMS do Estado do Maranhão para o Ano de 2008**. Maranhão: Instituto Maranhense de Estudos Socioeconômicos e Cartográficos – Cadernos IMESC, 2008.
- [19] SCHEFFER, Deise; SOUZA, Adriano Mendonça; ZANINI, Roselaine Ruviano. **Utilização de modelos ARIMA para a previsão da Arrecadação de ICMS do Estado do Rio Grande do Sul**. In: Anais do XVIII Simpósio de Pesquisa Operacional e Logística da Marinha, p. 734-745, 2014.
- [20] TOSCANO, Ela Mercedes Medrano de. **Alisamento Exponencial**. Belo Horizonte: Apostila do Curso de Especialização em Estatística da UFMG, 2012.