

# Ajuste de diferentes distribuições à dados sobre velocidade do vento na cidade de Mossoró-RN

**Luiz Ricardo Nakamura**<sup>1</sup>

**Bruno Marçal de Almeida**<sup>2</sup>

**Rodrigo Rossetto Pescim**<sup>1</sup>

**Roseli Aparecida Leandro**<sup>3</sup>

**Cristian Villegas**<sup>3</sup>

## 1 Introdução

Informações precisas a respeito da característica da velocidade do vento são de grande importância para a agricultura devido sua influência nos processos evaporativos, no que diz respeito ao transporte de calor e vapor de água e, ainda, a influência quanto à necessidade hídrica dos cultivos.

Pensando nisso, diferentes trabalhos em diferentes regiões realizam ajustes de distribuições distintas à esses tipos de dados, como pode ser visto, por exemplo, em Rodriguez-Hernandez *et al.* (2013). Os autores ajustam cinco diferentes distribuições aos seus dados e concluem que a distribuição log-normal, denominada a distribuição “universal” da velocidade do vento, é a qual possui melhor ajuste.

Neste trabalho, realiza-se o ajuste das cinco distribuições utilizadas em Rodriguez-Hernandez *et al.* (2013) além de uma sexta, a distribuição Birnbaum-Saunders, como uma possível distribuição competitiva à log-normal neste tipo de conjunto de dados. Para isto, são utilizados os dados de uma estação experimental localizada em Mossoró, Rio Grande do Norte, Brasil.

## 2 Material e métodos

Os dados sobre a velocidade do vento foram obtidos em uma estação agrometeorológica instalada na fazenda experimental Rafael Fernandes, localizada em Alagoinha, Mossoró-RN, pertencente à Universidade Federal Rural do Semi-Árido (UFERSA), situada 5°03'37”S e 37°23'50”W, altitude de 72m.

O intervalo de coleta se dava em 10 segundos e suas médias eram armazenadas a cada 10 minutos, com o auxílio de um sistema de aquisição automática de dados (CR23X, Campbell

---

<sup>1</sup>Programa de Pós-Graduação em Estatística e Experimentação Agronômica - ESALQ/USP. E-mail: [lrnakamura@usp.br](mailto:lrnakamura@usp.br) / [rrpescim@gmail.com](mailto:rrpescim@gmail.com)

<sup>2</sup>Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Sistemas Agrícolas - ESALQ/USP. E-mail: [brunomarcal@usp.br](mailto:brunomarcal@usp.br)

<sup>3</sup>LCE - ESALQ/USP. E-mail: [rleandr@usp.br](mailto:rleandr@usp.br) / [clobos@usp.br](mailto:clobos@usp.br)

Scientific, Utah). A coleta foi feita durante todo o ciclo da cultura do milho no local, permitindo a obtenção de dados climáticos para a estimativa da evapotranspiração de referência (ET<sub>o</sub>) pelo método de Penman-Monteith, parametrizado pela FAO-56 (ALLEN *et al.*, 2006).

Para o ajuste dos modelos aos dados referentes à velocidade do vento na região, foram utilizadas as mesmas cinco distribuições de probabilidade consideradas por Rodriguez-Hernandez *et al.* (2013) em um estudo semelhante: normal (N), log-normal (LN), Rayleigh (Ry), gama (G) e Weibull (Wb), além da distribuição Birnbaum-Saunders (BS) que foi adicionada como uma possível proposta para o ajuste deste tipo de dado. As funções densidade de probabilidade das seis distribuições em estudo são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1: Funções densidade de probabilidade utilizadas para o ajuste dos dados

Nome	Função
Birnbaum-Saunders (BS)	$f(x \alpha, \beta) = \frac{x^{-\frac{3}{2}}(x+\beta)}{2\alpha\sqrt{2\pi\beta}} \exp\left\{-\frac{1}{2\alpha^2}\left(\frac{x}{\beta} + \frac{\beta}{x} - 2\right)\right\}, \alpha, \beta > 0$
Weibull (Wb)	$f(x \alpha, \beta) = \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left\{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha\right\}, \alpha, \beta > 0$
Log-Normal (LN)	$f(x \mu, \sigma) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(\log(x)-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$
Rayleigh (Ry)	$f(x \sigma) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left\{-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right\}, \sigma > 0$
Gama (G)	$f(x \alpha, \beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \beta^\alpha x^{\alpha-1} \exp\{-\beta x\}, \alpha, \beta > 0$
Normal (N)	$f(x \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}, -\infty < \mu < \infty, \sigma > 0$

Os ajustes dos modelos foram realizados por meio do método da máxima verossimilhança, todos realizados no software R (R, 2013) com auxílio da função `optim`.

Para a escolha do melhor modelo ajustado, foram utilizados as estatísticas de Cramér-Von Mises ( $W^*$ ) e de Anderson-Darling ( $A^*$ ) uma vez que os modelos à serem ajustados não são encaixados, impossibilitando a aplicação dos avaliadores de qualidade de ajuste usualmente utilizados, como o AIC, AICc e BIC. Para a obtenção dessas estatísticas, os seguintes procedimentos devem ser realizados:

Seja  $F(x; \hat{\theta})$  a função distribuição acumulada, em que  $F$  é conhecida, mas  $\hat{\theta}$  (um vetor  $k$ -dimensional de parâmetros) desconhecido.

- (i) Compute  $v_i = F(x_i; \hat{\theta})$ , em que as observações  $x_i$  estão ordenadas de forma crescente,  $y_i = \Phi^{-1}(v_i)$  é a função quantílica da distribuição normal padrão e  $u_i = \Phi\{(y_i - \bar{y})/s_y\}$ , em que  $\bar{y} = n^{-1} \sum_{i=1}^n y_i$  e  $s_y^2 = (n-1)^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$ ;

- (ii) Compute

$$W^2 = \sum_{i=1}^n \{u_i - (2i-1)/(2n)\}^2 + 1/(12n)$$

e

$$A^2 = -n - n^{-1} \sum_{i=1}^n \{(2i-1) \log(u_i) + (2n+1-2i) \log(1-u_i)\};$$

(iii) Modifique  $W^2$  para  $W^* = W^2(1 + 0.5/n)$  e  $A^*$  para  $A^* = A^2(1 + 0.75/n + 2.25/n^2)$ .

Quanto menor o valor da estatística, melhor ajustado o modelo ao conjunto de dados. Mais detalhes estão disponíveis em Chen e Balakrishnan (1995).

### 3 Resultados e discussões

Primeiramente, foram calculadas algumas medidas descritivas acerca da variável em estudo velocidade do vento (Tabela 2).

Tabela 2: Análise descritiva da variável velocidade do vento

Mínimo	Máximo	Média	Mediana	Desvio Padrão	Assimetria	Curtose
0,7025	3,2660	1,7920	1,6300	0,6517	0,5920	2,3522

Observa-se que o desvio padrão dos dados é numericamente elevado quando comparado à sua média (Tabela 2). Ainda, o coeficiente de assimetria observado não é considerado alto, bem como sua curtose. Entretanto, na literatura específica sobre o estudo da velocidade do vento em diferentes regiões, em geral, as distribuições assimétricas são as mais utilizadas, sendo a distribuição log-normal conhecida como a distribuição “universal” para dados desta natureza (RODRIGUEZ-HERNANDEZ *et al.*, 2013).

Em seguida, as seis distribuições anteriormente apresentadas foram ajustadas ao conjunto de dados sobre a velocidade do vento na cidade de Mossoró-RN. As estimativas dos parâmetros de cada uma das distribuições estão apresentadas na Tabela 3, bem como seus respectivos erros-padrão, apresentado em parênteses, e as estatísticas de qualidade de ajuste de Cramér-Von Mises e de Anderson-Darling.

Tabela 3: Estimativas dos parâmetros e seus respectivos erros-padrão (em parênteses), bem como as estatísticas de qualidade de ajuste para as distribuições de probabilidade ajustadas ao conjunto de dados em estudo

Distribuição	$\alpha$ ou $\mu$	$\beta$ ou $\sigma$	$W^*$	$A^*$
Birnbaum-Saunders (BS)	0,3677(0,0167)	1,6781(0,0390)	0,1729	1,2328
Weibull (Wb)	2,9663(0,1449)	2,0118(0,0462)	0,6677	4,0691
Log-Normal(LN)	0,5178(0,0233)	0,0368(0,0165)	0,1860	1,3136
Rayleigh (Ry)	-	1,3477(0,0433)	0,4753	2,9517
Gama (G)	7,8179(0,6961)	4,3637(0,4013)	0,3070	1,9769
Normal (N)	1,7916(0,0418)	0,6504(0,0296)	0,7768	4,7586

As estatísticas de qualidade de ajuste de Cramér-Von Mises e de Anderson-Darling das distribuições BS (0,1729 e 1,2328, respectivamente) e LN (0,1860 e 1,3136, respectivamente) são os menores dentre as distribuições testadas e são extremamente próximas, sendo a primeira distribuição considerada a melhor ajustada. Como salientado anteriormente, a distribuição LN é a mais utilizada para o ajuste de dados sobre velocidade do vento e, de fato, é a escolhida por Rodriguez-Hernandez *et al.* (2013). Entretanto, seguindo os resultados obtidos nesta pesquisa, a distribuição BS se torna uma ótima alternativa competitiva para o ajuste dos mesmos (Tabela 3). Esse fato se confirma na Figura 1, sendo possível observar que as curvas obtidas para ambas as distribuições são praticamente idênticas. Ainda, nota-se pela Tabela 3 e Figura 1 que a distribuição G ( $W^* = 0,3070$  e  $A^* = 1,9769$ ) também se ajustou razoavelmente bem aos dados, ao passo que as distribuições N ( $W^* = 0,7768$  e  $A^* = 4,77586$ ) e Wb ( $W^* = 0,6677$  e  $A^* = 4,0691$ ) apresentaram os piores (maiores) valores das estatísticas de qualidade de ajuste e, por fim, a distribuição Ry ( $W^* = 0,4753$  e  $A^* = 2,9517$ ) também apresentou ajuste abaixo do satisfatório.

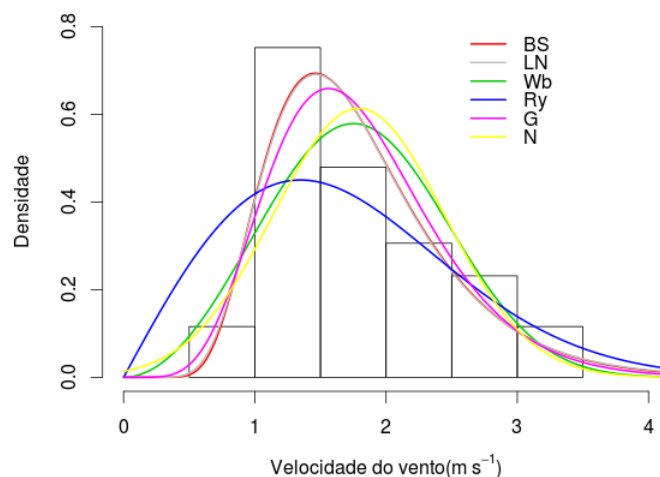


Figura 1: Ajuste das diferentes distribuições no conjunto de dados referente à velocidade do vento ( $m s^{-1}$ ) em Mossoró-RN, no ano de 2010

Escolhida a distribuição BS como a melhor ajustada aos dados, foi realizada a análise dos resíduos, com a construção dos resíduos quantílicos normalizados (Figura 2). Observa-se pela disposição dos resíduos que, possivelmente, uma distribuição com cauda mais pesada do que a distribuição BS e, conseqüentemente, que as demais ajustadas, seja utilizada no ajuste dos dados sobre a velocidade do vento, uma vez que os resíduos nesta região encontram-se distantes da reta.

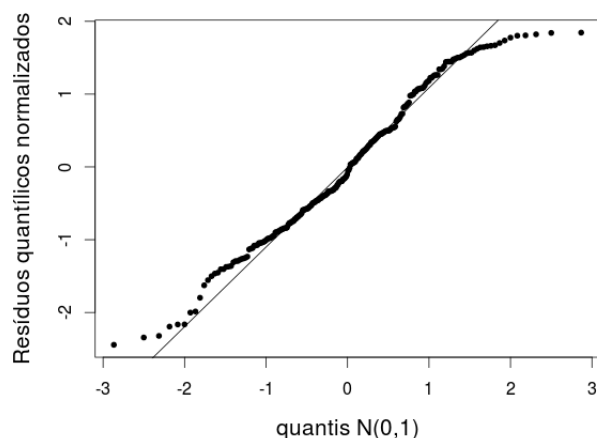


Figura 2: Gráfico referente aos resíduos quantílicos normalizados para o ajuste da distribuição Birnbaum-Saunders ao conjunto de dados referente à velocidade do vento ( $\text{m s}^{-1}$ ) em Mossoró-RN, no ano de 2010

## 4 Conclusões

Dentre as seis distribuições utilizadas para o ajuste dos dados referentes à velocidade do vento no município de Mossoró-RN, a distribuição Birnbaum-Saunders foi a que melhor se ajustou seguindo os critérios de qualidade de ajuste pré-estabelecidos neste trabalho, sendo uma ótima alternativa ante a distribuição log-normal, comumente utilizada nesta área. Entretanto, uma distribuição com caudas mais pesadas do que as distribuições utilizadas deveria ser avaliada uma vez que o gráfico de resíduos utilizado mostrou um déficit nesta área da distribuição.

## Referências

- [1] ALLEN, R. G.; PEREIRA, L. S.; RAES, D.; SMITH, M. **Evapotranspiración del cultivo**: Guías para la determinación de los requerimientos de agua de los cultivos. Roma: FAO, 2006, 298p.
- [2] CHEN, G.; BALAKRISHNAN, N. A general purpose approximate goodness-of-fit test. **Journal of Quality Technology**, v. 27, p. 154-161, 1995.
- [3] R Core Team. **R: A language and environment of statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Disponível em: <http://www.R-project.org/>, 2013.
- [4] RODRIGUEZ-HERNANDEZ, O.; JARAMILLO, O.A.; ANDAVERDE, J.A.; DEL RÍO, J.A. Analysis about sampling, uncertainties and selection of a reliable probabilistic model of wind speed data used on resource assessment. **Renewable Energy**, v. 50, p. 244-252, 2013.