

Ajuste do modelo não linear de Von Bertalanffy ao comprimento do fruto da pereira asiática

Rick Anderson Freire Mangueira^{1 2}

Maria Cristina Martins¹

Erasnilson Vieira Camilo^{1 2}

Taciana Villela Savian¹

1 Introdução

Os modelos não lineares de crescimento são muito utilizados em estudos de crescimento ou produtividade animal e vegetal. Estes modelos também são utilizados para estudos de produção frutíferas, tendo como finalidade estabelecer as bases para definir o ponto mais adequado para colheita e estratégias para sua conservação.

Para Fernandes (2012), o estudo de curvas de crescimento de frutos possibilita o manejo mais adequado da cultura, como, por exemplo, conhecer as diferentes fases fenológicas envolvidas em seu desenvolvimento e conhecer a época de maior ganho de massa do fruto bem como a época adequada para a adubação, o controle de pragas e, principalmente, auxiliar na determinação do ponto ótimo de colheita que, geralmente, é determinado de forma subjetiva por meio da coloração externa e tamanho do fruto.

Segundo Pereira (2007), é de grande importância o conhecimento do crescimento de plantas e frutos, medido por meio da produção de biomassa, que começa o processo fotossintético, e se acumula ao longo do tempo.

Os estudos de curvas de crescimento são importantes uma vez que podem ser realizados em situações em que a informação contida numa sequência de pontos “tamanho-tempo”, do crescimento de uma espécie seja reduzida e sintetizada num conjunto de parâmetros que tenham interpretação prática e preditiva (PRADO, 2011).

Dentre os modelos não lineares que geralmente são utilizados para esta finalidade pode-se destacar os modelos: Logístico, Gompertz, Richards, Von Bertalanffy e Brody, sendo os três últimos mais utilizados na descrição de curvas de crescimento animal (MARTINS, 2013).

Este trabalho tem o objetivo de ajustar o modelo não linear de Von Bertalanffy aos dados de comprimento do fruto da pereira asiática.

¹LCE - ESALQ/USP. e-mail: *rick@usp.br*

²Agradecimento à CAPES pelo apoio financeiro.

2 Material e métodos

O modelo de regressão não linear caracteriza-se pela relação dos parâmetros com a variável resposta ser não linear, ajustando-se a uma curva que é característica destes modelos. A equação que representa a regressão não linear, de forma geral, pode ser escrita na forma:

$$Y = f(X, \beta) + \varepsilon$$

sendo Y a variável resposta, ε o termo do erro, e $f(X, \beta)$ descreve uma função de variáveis explicativas e um vetor de parâmetros β .

Por definição tem-se que uma função é considerada não linear em β se, e somente se, $\frac{\partial f(x_i, \beta)}{\partial \beta_p}$ (derivada parcial em relação aos parâmetros) resultar em uma função que dependa de algum dos parâmetros.

2.1 Modelo de Von Bertalanffy

Conforme citado por Brito et.al.(2007), Bertalanffy (1934, 1957) derivou seu modelo de estudos das então chamadas relações alométricas dos organismos. Porém, o modelo de Von Bertalanffy vem sendo usado para estudos de crescimento também no meio vegetal, como por exemplo em frutíferas.

O modelo de Von Bertalanffy é dado pela função:

$$y_i = \beta_1(1 - \beta_2 \exp(-\beta_3 x_i))^3 + \varepsilon_i$$

em que, y_i é a medida do fruto (comprimento); x_i é uma medida de tempo (dias, meses); β_1 representa a assíntota horizontal, ou seja, o ponto de estabilização do crescimento; β_3 a taxa de expansão ou velocidade de crescimento; e ε_i é o erro experimental. Com relação ao parâmetro β_2 , ele não apresenta uma interpretação biológica direta, sendo ele um parâmetro de locação e está relacionado ao intercepto da curva.

Os dados utilizados no trabalho são referentes ao comprimento do fruto da pereira asiática da cultivar *Shinsseiki*, no qual serão utilizados 20 frutos, totalizando 11 observações ao longo de 154 dias.

As análises estatísticas serão realizadas no software R versão 3.0.1 (R CORE TEAM, 2013).

3 Resultados e discussões

Ao iniciar o processo de estimação dos parâmetros não lineares, deve-se observar o modelo e ver se é possível linearizá-lo. Isto permite que o pesquisador possa encontrar valores iniciais para o modelo não linear.

Assim, o primeiro passo do estudo foi encontrar valores iniciais para a estimativa dos parâmetros por meio da linearização do modelo Von Bertalanffy, no qual obteve-se os valores iniciais de $\beta_1^o = 75.7100$, $\beta_2^o = 0.6378$ e $\beta_3^o = 0.0214$.

O modelo foi ajustado com a função *gnls* do pacote *nlme* (R TEAM) utilizando os valores iniciais obtidos na linearização do modelo. Obtendo assim, as seguintes estimativas para os parâmetros do modelo não linear de Von Bertalanffy, e seus respectivos erros:

Tabela 1: Estimativas dos parâmetros

Parâmetro	Estimativa	Erro padrão
$\hat{\beta}_1$	76,1376	1,0862
$\hat{\beta}_2$	0,6473	0,0165
$\hat{\beta}_3$	0,0210	0,0008

Após o ajuste do modelo, deve-se analisar os resíduos com a finalidade de validar o modelo em questão. Sendo assim, para dados medidos ao longo do tempo, espera-se que tenha uma autocorrelação residual, porém, ao verificar a inserção de um termo autoregressivo de ordens $AR(1)$ e $AR(2)$, notou-se que os mesmos não eram significativos.

Outra característica que as medidas ao longo do tempo podem herdar é a de heterogeneidade de variância dos erros. Então, foi realizado o teste de Bartlett, em que a hipótese nula é a igualdade de variâncias ao longo do tempo, logo constatou-se que não há heterogeneidade de variância, levando em consideração o nível descritivo de 0.5926.

Ao analisar a normalidade dos resíduos do modelo, observou-se que pelo teste de shapiro-wilk há evidências de normalidade dos resíduos levando em consideração o nível descritivo de 0.1214.

Outro meio de analisar a normalidade residual, dar-se pela análise gráfica, pelo envelope simulado, visto na Figura 1.

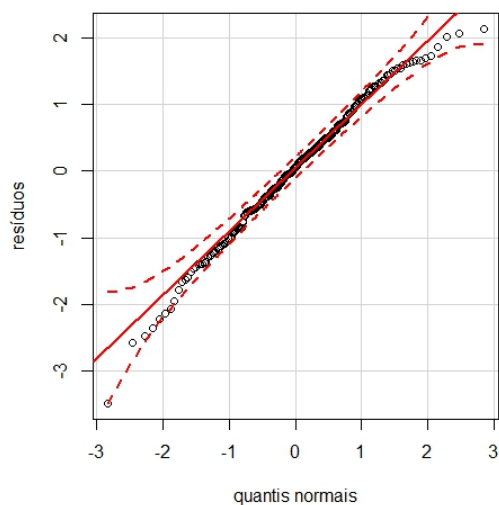


Figura 1: Envelope simulado com 95% de confiança

Finalmente, após a validação do modelo por meio do diagnóstico dos resíduos, foi possível ajustar a curva do modelo Von Bertalanffy aos dados de comprimento do fruto da pereira asiática, conforme a figura 2, modelo este, denotado por:

$$y_i = 76,1376(1 - 0,6473 * \exp(-0,0210 * x_i))^3 + \varepsilon_i$$

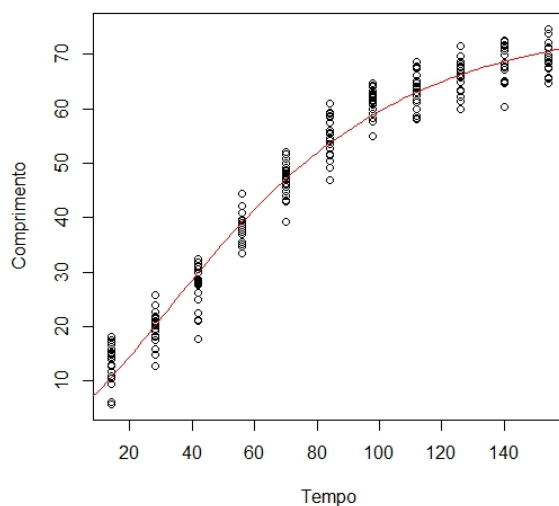


Figura 2: Envelope simulado com 95% de confiança

4 Conclusões

Neste trabalho, relatamos um pouco sobre os modelos não lineares, buscando desenvolver os passos necessários para validação do mesmo. Contudo, um modelo sugerido para trabalhar com dados de crescimento ao longo do tempo foi o modelo de Von Bertalanffy, no qual, ajustou-se bem aos dados, ou seja, para o intervalo de tempo estudado, o modelo proposto mostrou-se adequado para descrever o comportamento de crescimento do comprimento das peras da cultivar *Shinsseiki*.

Referências

- [1] BERTALANFFY, L. V. A quantitative theory of organic growth. **Human Biology**. Detroit. v. 10, p. 181-213, 1934.
- [2] BERTALANFFY, L. V. Quantitative laws for metabolism and growth. **Quarterly Review of Biology**. Stony Brook. v. 32, p. 217-231, 1957.
- [3] BRITO, C. C. R.; SILVA, J. A. A.; FERREIRA, R. L. C.; SANTOS, E. S.; FERRAZ, I. Modelos de crescimento resultantes da combinação e variação dos modelos de Chapman-Richards e Silva-Bailey aplicados em *Leucaena leucocephala* (Lam.) de Wit. **Ciência Florestal**. Santa Maria. v. 17, n. 2, p. 175-185, abr-jun, 2007.
- [4] FERNANDES, T. J. **Curva de crescimento do fruto do cafeeiro em diferentes alinhamentos de plantio utilizando modelos não lineares**. 2012. 81 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária), Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2012.
- [5] MARTINS, M. C. **Análise de resíduos projetados em modelos não-lineares de regressão: uma aplicação em crescimento de frutos**. 2013. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agrônômica), Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2013.
- [6] Pereira, A. R. **Meteorologia Agrícola**. Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Piracicaba-SP, 2007.
- [7] Prado, T. K. L. **Modelos não lineares no crescimento de frutos de coqueiro**. 2011. 93 p. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agropecuária), Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2011.
- [8] R Core Team. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria, 2013. ISBN 3-900051-07-0. Disponível em: <http://www.r-project.org>