Definição de áreas de dependência espacial em semivariogramas

Enio Júnior Seidel[1]

Marcelo Silva de Oliveira[2]

1 Introdução

O semivariograma é a principal ferramenta utilizada para estudar a dependência espacial em estudos geoestatísticos [5], possibilitando, através de uma representação gráfica, medir a magnitude e a forma de tal dependência espacial.

A partir do semivariograma é possível gerar algumas medidas descritivas que possibilitam medir o grau de dependência espacial, como, por exemplo, o índice apresentado por [1] e o índice dado em [2]. Em [3], também foram propostas algumas medidas, para a descrição da dependência espacial, geradas a partir do semivariograma.

Contudo, estas medidas parecem ser obtidas de forma empírica, sem estudo teórico ou de demonstração. Assim, tem-se como objetivo deste estudo apresentar um fundamento teórico de áreas de dependência espacial em semivariogramas e, a partir disto, construir uma medida que possibilita descrever o grau da dependência espacial.

2 Material e métodos

É proposta a definição de uma área, no semivariograma, que permite compreender ou quantificar a dependência espacial. Essa área, que caracteriza a dependência espacial, é calculada com base na geometria do semivariograma, sendo definida como a área de dependência espacial.

Então, no semivariograma, essa área está entre o patamar e o modelo teórico e entre a origem e o alcance prático (Figura 1). Ela permite interpretar a dependência espacial em termos de área, facilitando, dessa forma, por exemplo, a comparação de semivariogramas.

Com base, no conceito de área de dependência espacial, em um segundo momento, é proposta uma medida de dependência espacial que é gerada do estudo da geometria do semivariograma. A construção desta medida se dá pela relação entre uma área de dependência espacial observada no semivariograma e uma área de dependência espacial possível de ser atingida por um fenômeno no semivariograma.

[1] Departamento de Estatística – UFSM. e-mail: enioseidel@gmail.com
[2] DEX – UFLA.

3 Resultados e discussões

A área de dependência espacial, em um semivariograma com ajuste de modelo esférico, está representada na Figura 1.

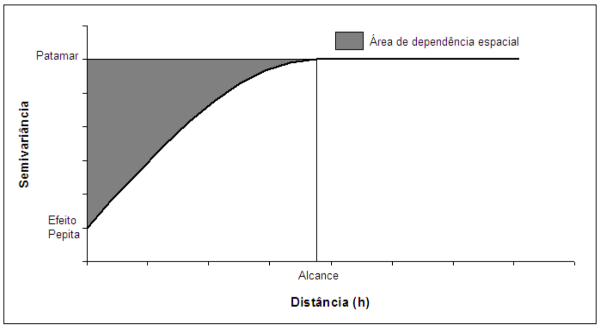

Figura 1 - Área de dependência espacial em um semivariograma com ajuste de modelo esférico.

Com base na área de dependência espacial, definida na Figura 1, é possível construir, por integração, uma medida que reflete a dependência espacial, pois ela é a própria área de dependência espacial. Sua denominação é "ADE", que é a abreviatura de "Área de Dependência Espacial". Para o modelo esférico, a medida ADE é dada por:

$$ADE_{esf} = \text{área de dependência} = \int_0^a \left(C - \gamma_{esf}(h)\right) dh = 0{,}375.\left(C_1.a\right), \qquad (1)$$

em que C_1 é a contribuição e a é o alcance prático.

Para o modelo exponencial, a medida ADE é dada por:

$$ADE_{\exp} = 0{,}317.\left(C_1.a\right). \qquad (2)$$

E, para o modelo gaussiano, a medida ADE é dada por:

$$ADE_{gaus} = 0{,}504.\left(C_1.a\right). \qquad (3)$$

É possível observar nas expressões 1, 2 e 3 que cada modelo apresenta uma constante em sua respectiva medida *ADE*. Essa constante, inerente a cada modelo, pode ser entendida como um fator de modelo que reflete a força da dependência espacial. Mais detalhes sobre o cálculo da medida *ADE* e sobre o fator de modelo podem ser obtidos em [4].

Na Figura 2(a) verifica-se a área de dependência espacial observada (ADE_{obs}). Já, na Figura 2(b), tem-se a definição de uma área de dependência espacial possível de ser atingida

($ADE_{possível}$), que seria a área de dependência espacial máxima, estando definida entre o patamar ($C = C_0 + C_1$) e um modelo esférico, aqui denominado de adaptado ($\gamma_{esf}(h)_{Adaptado}$). O modelo adaptado é um modelo obtido quando o parâmetro efeito pepita é nulo. Esse modelo é aquele que gera a máxima área de dependência espacial possível de ser atingida. O modelo esférico adaptado é dado por:

$$\gamma_{esf}(h)_{Adaptado} = C\left[1{,}5\left(\frac{h}{a}\right) - 0{,}5\left(\frac{h}{a}\right)^3\right],\ 0 < h < a, \tag{4}$$

em que C é o patamar, a é o alcance prático e h é a distância entre pontos.

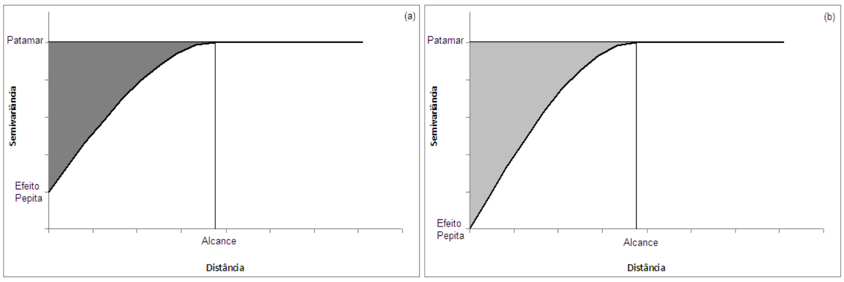

Figura 2 - Área de dependência espacial observada (a) e área de dependência espacial possível (b), para o modelo esférico.

É possível, a partir das medidas de área de dependência espacial, construir um índice IDE_{esf}, dado por:

$$IDE_{esf} = \frac{ADE_{obs}}{ADE_{possível}} = \frac{\int_0^a (C - \gamma_{esf}(h))dh}{\int_0^a (C - \gamma_{esf}(h)_{Adaptado})dh} = \frac{C_1}{C_0 + C_1}. \tag{5}$$

Assim, verifica-se que o IDE_{esf}, para semivariogramas com ajuste de modelo esférico, é:

$$IDE_{esf}(\%) = \left(\frac{C_1}{C_0 + C_1}\right).100, \tag{6}$$

em que C_0 é o efeito pepita e C_1 é a contribuição.

Pode-se observar que a expressão (6) é igual à expressão do índice dado em [1], ou seja, percebe-se que a expressão do índice, derivado das áreas de dependência espacial do semivariograma esférico, é idêntica ao índice *DE*, e, em consequência, complementar ao índice *RD* apresentado em [2].

Com base no resultado obtido para o modelo esférico, pode-se estender o índice para os modelos exponencial e gaussiano. Assim, o índice *IDE*, para o modelo exponencial, é:

$$IDE_{\exp}(\%) = \left(\frac{C_1}{C_0 + C_1}\right).100 \,. \tag{7}$$

E, para o modelo gaussiano, o índice IDE é:

$$IDE_{gaus}(\%) = \left(\frac{C_1}{C_0 + C_1}\right).100 \,. \tag{8}$$

O *IDE*, ao relacionar a área de dependência espacial observada (ADE_{obs}) com a área de dependência espacial possível de ser atingida ($ADE_{possível}$), cria uma razão que pode assumir valores no intervalo entre 0 e 100%. Assim, a interpretação do *IDE* se refere a quanto da área de dependência espacial possível se atingiu, no fenômeno em estudo, com a área de dependência espacial observada.

Além disso, verifica-se que a expressão do *IDE* é a mesma, independentemente do modelo de ajuste considerado (esférico, exponencial ou gaussiano). Ao se construir um índice para descrição da dependência espacial, nos mesmos moldes de um coeficiente de variação (CV), observa-se que apenas a contribuição (C_1) e o efeito pepita (C_0) compõem a expressão do índice.

No trabalho de [1], não há nenhuma indicação da forma como foi gerado o índice *DE*, apenas há a definição de que o *DE* entende-se como o percentual da variância espacial que é explicada pela dependência espacial. Os autores parecem, apenas, estudar a variabilidade gerada no eixo das semivariâncias no semivariograma, relacionando a variância estruturada (dada pela contribuição) com a variância total (dada pelo patamar).

4 Conclusões

O índice *IDE* mostra, por meio do estudo geométrico do semivariograma, envolvendo áreas de dependência espacial, que pode ser utilizado para descrever a dependência espacial de semivariogramas com ajuste de modelos esférico, exponencial e gaussiano, quando se admite o conceito de comparação de áreas de dependências observada e possível de ser atingida. Encontrou-se também, a partir da geometria do semivariograma, a demonstração matemática do índice dado em [1], dando-lhe um embasamento teórico. Contudo, deve-se observar que esses índices apresentam a fragilidade de só considerar os parâmetros contribuição e efeito pepita, e não o alcance e/ou o modelo ajustado.

5 Referências

[1] BIONDI, F.; MYERS, D. E.; AVERY, C. C. Geostatistically modeling stem size and increment in an old-growth forest. **Canadian Journal of Forest Research**, Ottawa, v. 24, n. 7, p. 1354-1368, July 1994.

[2] CAMBARDELLA, C. A. et al. Field-scale variability of soil properties in Central Iowa soils. **Soil Science Society America Journal**, Madison, v. 58, n. 5, p. 1501-1511, Sept./Oct. 1994.

[3] SEIDEL, E. J.; OLIVEIRA, M. S. **Descrição de dependência espacial em Geoestatística através da construção de dois índices**. In: 57ª RBRAS. Piracicaba, 2012.

[4] SEIDEL, E. J. **NOVAS CONTRIBUIÇÕES PARA AVALIAÇÃO E DESCRIÇÃO DA ESTRUTURA DE DEPENDÊNCIA ESPACIAL EM GEOESTATÍSTICA**. 2013. 146 p. Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária), Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2013.

[5] SEIDEL, E. J.; OLIVEIRA, M. S. Proposta de uma generalização para os modelos de semivariogramas exponencial e gaussiano. **Semina: Ciências Exatas e Tecnológicas**,v. 34, n. 1, p. 125-132, 2013.