

Distribuição Gumbel na determinação dos níveis de retorno de temperatura mínima para o planejamento hortícola

Guido Gustavo Humada-González^{1 7}

Gilberto Rodrigues Liska^{2 7}

Augusto Ramalho de Moraes^{3 7}

Márcio Cláudio Mercês Brito^{4 7}

Líder Ayala Aguilera^{5 7}

Jose Maria González Balbuena^{6 7}

1 Introdução

A temperatura do ar é de extrema importância para o crescimento, desenvolvimento e produtividade das culturas. Para qualquer espécie vegetal, o conhecimento da variação da temperatura ao longo do ano, no local em que a cultura é cultivada, mostra-se imprescindível para o sucesso de uma actividade agrícola, visto que a planta depende dela em todas as suas fases fenológicas.

O tomate é uma cultura de clima quente, bastante sensível a temperaturas extremas. A temperatura do ar influí na distribuição de assimilados. Durante a fase de crescimento vegetativo uma temperatura baixa (15°C) limita o crescimento foliar, a expansão do ápice e temperaturas inferiores a 10°C provoca sérios prejuízos à cultura ([4]; [2]).

O tomateiro requer, durante o ciclo, temperaturas superiores a 10 °C e inferiores a 35 °C, e ainda para cada fase do desenvolvimento requer uma faixa ótima de temperatura, ou seja: germinação de 16 a 29 °C, floração de 18 a 24 °C e pegamento de frutos de 13 a 24 °C, intervalo ideal para a formação do licopeno, substância responsável pela pigmentação vermelha dos frutos ([9]; [1]; [2]).

A teoria de valores extremos (TVE) desempenha papel fundamental em estudos relacionados a medições físicas, em que é aplicada com a finalidade de descrever o comportamento de eventos raros. Constituída em duas metodologias: uma, a série de dados é dividida em vários blocos nos quais são extraídos os valores máximos ou mínimos de cada bloco e posteriormente aplica-se uma distribuição de valores extremos, que pode ser do tipo Weibull, Gumbel

¹DEX - Universidade Federal de Lavras. Email: gustavohumad@hotmail.com

²DEX - Universidade Federal de Lavras. Email: gilbertoliska@hotmail.com

³DEX - Universidade Federal de Lavras. Email: armorais@dex.ufla.br

⁴IFBAIANO - Instituto Federal Baiano Email: marcio.brito@si.ifbaiano.edu.br

⁵FCA-UNA - Universidad Nacional de Asunción . Email: semillas@agr.una.py

⁶CHORTITZER KOOMITE . Email: gonzalezbalbuena497@hotmail.com

⁷Agradecimento à FAPEMIG e ao CNPq pelo apoio financeiro e a bolsa concedida.

ou Fréchet; e na o outra, são considerados todos os valores acima de um certo patamar, conhecida como metodologia POT (“Peaks Over Threshold”) ([12]).

O enfoque deste trabalho foi o estudo via teoria de valores extremos na análise de dados de temperatura mínima do ar e fornecer os níveis de retorno em diversos períodos de retorno, e, como se tratam de valores mínimos, será utilizada a distribuição Gumbel, que tem apresentado bons resultados em situações como a do tipo.

2 Material e Métodos

Os dados de temperatura mínima utilizados na pesquisa foram obtidos da Estação Meteorológica Automática da Faculdade de Politecnica do Campus Universitário da Universidade Nacional de Assunção, San Lorenzo, Paraguai (latitude 25° 21’00”S, longitude 57° 21’00”W e altitude 125m do nível do mar), compreendendo um período de 9 anos, de janeiro de 2003 a dezembro de 2011. O clima da região é tropical, a quantidade de precipitação varia de alta a moderada, principalmente no verão, com inverno geralmente seco [8]. As séries de dados foram arranjadas retirando-se os mínimos quinzenais de cada mês em cada ano. Obtendo-se então um vetor de mínimos quinzenais.

A distribuição generalizada de valores extremos (GVE) foi desenvolvida por [10] e apresenta como casos particulares os três tipos de distribuições de valores extremos, as distribuições Weibull, Gumbel e Fréchet. A distribuição Gumbel é obtida tomando-se o limite da função densidade de probabilidade da distribuição GVE quando seu parâmetro de forma tende a zero. Sua função densidade de probabilidade é

$$f(x; \beta, \alpha) = \frac{1}{\alpha} \exp \left\{ \left(\frac{x - \beta}{\alpha} \right) - \exp \left[\left(\frac{x - \beta}{\alpha} \right) \right] \right\} \quad (1)$$

em que $-\infty < x < \infty$, β é o parâmetro de posição com $-\infty < \beta < \infty$ e α é o parâmetro de escala com $\alpha > 0$. Assumindo independência entre as observações, as estimativas dos parâmetros β e α são obtidas pelo método da máxima verossimilhança ([11]).

O ajuste da distribuição aos dados foi avaliado pelo teste Kolmogorov-Smirnov (KS) ao nível de 5% de significância, de acordo com [5]. Este teste, no entanto, segundo [7], somente deve ser utilizado para distribuições completamente especificadas, isto é, quando não existem parâmetros desconhecidos que precisam ser estimados a partir da amostra. Caso contrário, o teste se apresenta muito conservador. Para corrigir este problema, foram obtidos, por meio de simulação, os níveis críticos para a estatística de Kolmogorov-Smirnov no caso em que se estimam os parâmetros da distribuição Gumbel, com nível de significância 5%, para amostras de tamanho n . Para avaliar a independência das séries, foi utilizado o teste de Ljung-Box ([13]), cuja estatística de teste é comparada com o quantil da distribuição qui-quadrado com um grau de liberdade, também ao nível de 5% de significância.

O período de retorno estimado (expresso em anos) para o menor valor registrado em cada

um dos meses do ano é dado por $\tau = 1/(1 - F(x))$, em que $F(x) = P[X \leq x]$. O nível de retorno associado ao período de retorno π é obtido a partir da solução da equação $\int_{-\infty}^{x_p} f(x)dx = 1 - p$ para $p = 1/\tau$, ou seja, $F(x_p) = 1 - p$, que invertendo resulta em

$$\hat{x}_p = F^{-1}\left(1 - p; \hat{\beta}, \hat{\alpha}\right) = \hat{\beta} - \hat{\alpha} \ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - p} \right) \right] \quad (2)$$

sendo \hat{x}_p o quantil da distribuição Gumbel, dada a probabilidade p . Um intervalo de confiança para x_p com $(1 - \alpha)$ 100% de confiança é dado por $IC(x_p) = \hat{x}_p \pm z_{\alpha/2} \sqrt{Var(\hat{x}_p)}$, em que α é o nível de significância, $z_{\alpha/2}$ o valor tal que $P[|Z| < z_{\alpha/2}] = 1 - \alpha$, Z uma variável com distribuição normal padrão e $Var(\hat{x}_p)$ a variância associada a nível de retorno \hat{x}_p ([3]), que é dada por

$$Var(\hat{x}_p) \approx Var(\hat{\beta}) + 2 \frac{\hat{x}_p - \hat{\beta}}{\hat{\alpha}} Cov(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) + \left(\frac{\hat{x}_p - \hat{\beta}}{\hat{\alpha}} \right)^2 Var(\hat{\alpha}) \quad (3)$$

A verificação da precisão das estimativas dos parâmetros da distribuição Gumbel foi feita utilizando o erro padrão relativo (EPR). Seja $\hat{\theta}$ o estimador de um parâmetro e $DP(\hat{\theta})$ o seu respectivo desvio padrão, o erro padrão relativo de $\hat{\theta}$ é dado por $EPR(\hat{\theta}) = (DP(\hat{\theta})/\sqrt{n}) [(\hat{\theta})^{-1}] 100\%$.

Para a realização dos testes, estimação dos parâmetros e cálculo dos níveis de retorno, foram utilizados o pacote estatístico EVD do Sistema Computacional Estatístico R, conforme [14].

3 Resultados e Discussão

Na tabela 1 observa-se que as estimativas dos parâmetros $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ apresentaram baixos valores para o erro padrão relativo em todos os meses estudados.

Tabela 1: Estimativas dos parâmetros da distribuição Gumbel, erro padrão relativo das estimativas (EPR) dos parâmetros, resultados dos testes de Kolmogorov-Smirnov (D) e Ljung-Box (Q) e os respectivos níveis críticos de cada teste ($D_{n;0,05}$ e $\chi_{1;0,05}^2$) para as séries de mínimos quinzenais de temperatura mínima do município de San Lorenzo, Paraguai.

Meses	n	$\hat{\beta}$	$Var(\hat{\beta})$	$\hat{\alpha}$	$Var(\hat{\alpha})$	$EPR(\hat{\beta})$ (%)	$EPR(\hat{\alpha})$ (%)	$\chi_{1;0,05}^2$	Q	$D_{n;0,05}$	D
jan	18	16.97	0.63	3.15	0.24	1.10	3.64	3.8415	1.151	0.9597	0.2711
fev	20	17.38	0.29	2.29	0.15	0.70	3.82	3.8415	2.5909	0.9999	0.1868
mar	19	15.66	0.48	2.84	0.19	1.02	3.50	3.8415	0.6835	0.9999	0.2020
abr	20	11.04	0.47	2.89	0.26	1.39	3.95	3.8415	0.0091	0.7969	0.1657
mai	20	6.36	0.38	2.59	0.17	2.17	3.58	3.8415	0.6657	0.5126	0.1736
jun	20	4.62	0.56	3.18	0.33	3.62	4.02	3.8415	1.5284	0.5002	0.1053
jul	20	3.27	0.29	2.30	0.16	3.69	3.93	3.8415	0.0282	0.5002	0.1937
ago	20	4.34	0.19	1.84	0.11	2.22	4.06	3.8415	0.0007	0.5068	0.1911
set	20	6.55	0.52	3.04	0.27	2.45	3.86	3.8415	0.0981	0.5073	0.1303
out	20	12.00	0.29	2.29	0.14	1.01	3.62	3.8415	0.0437	0.9523	0.1339
nov	18	13.79	0.26	2.04	0.14	0.87	4.27	3.8415	0.1994	0.9979	0.1686
dez	20	15.95	0.47	2.88	0.19	0.96	3.42	3.8415	3.6998	0.9998	0.1951

Pelo mesmo motivo, os resultados do teste de Kolmogorov-Smirnov mostraram que a distribuição

Gumbel se ajustou aos dados em ambas metodologias, uma vez que a hipótese nula de adequabilidade de ajuste foi aceita ao nível de 5% de significância (Tabela 1).

O teste de Ljung-Box mostrou que as séries quinzenais são independentes, uma vez que os valores críticos tabelados da estatística de qui-quadrado são maiores que os calculados. Observa-se que também que essas estimativas apresentaram os menores valores no período do inverno. A partir do ajuste da distribuição de Gumbel, os níveis de retorno da temperatura mínima estimadas no período do inverno são inferiores a $7,5^{\circ}C$ (Tabela 2 e Figura 1).

Tabela 2: Níveis de retorno ($^{\circ}C$) estimados e limites inferior (LI) e superior (LS) de seus respectivos intervalos de 95 % de confiança em diversos tempos de retorno, para cada um dos meses estudados, no município de San Lorenzo, Paraguai.

Meses	2 anos			10 anos			50 anos		
	\hat{x}_p	LI	LS	\hat{x}_p	LI	LS	\hat{x}_p	LI	LS
jan	18.13	16.35	19.90	14.34	13.22	15.46	12.67	11.72	13.62
fev	18.22	16.95	19.48	15.47	14.89	16.06	14.26	14.07	14.44
mar	16.70	15.14	18.26	13.29	12.33	14.26	11.79	11.00	12.58
abr	12.09	10.49	13.70	8.63	7.97	9.28	7.09	6.75	7.44
mai	7.31	5.90	8.72	4.20	3.44	4.96	2.82	2.31	3.33
jun	5.79	4.02	7.56	1.97	1.33	2.61	0.29	-0.28	0.86
jul	4.12	2.85	5.39	1.35	0.86	1.85	0.14	-0.21	0.48
ago	5.02	3.99	6.04	2.81	2.47	3.15	1.84	1.45	2.22
set	7.66	5.98	9.35	4.02	3.27	4.77	2.41	2.35	2.47
out	12.84	11.59	14.08	10.09	9.44	10.75	8.88	8.46	9.30
nov	14.54	13.35	15.73	12.09	11.56	12.62	11.01	10.95	11.07
dez	17.00	15.45	18.55	13.54	12.63	14.46	12.02	11.30	12.74

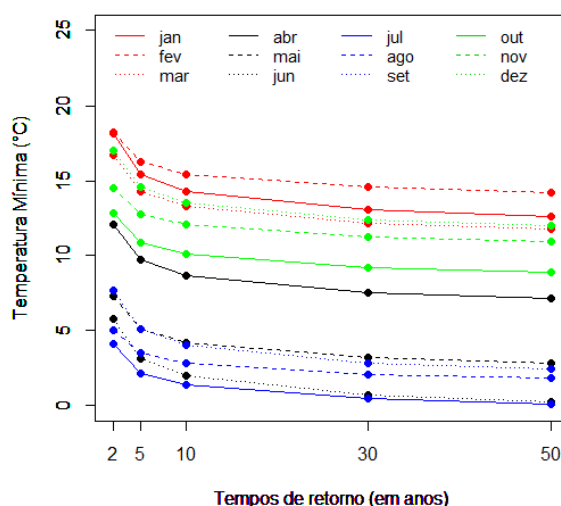


Figura 1: Níveis de retorno estimados em diversos tempos de retorno para o município de San Lorenzo, Paraguai.

Considerando-se o mês de julho, em um tempo médio de 2 anos espera-se que ocorra pelo menos uma temperatura mínima inferior a $4,12^{\circ}C$, podendo variar entre $2,85^{\circ}C$ e $5,39^{\circ}C$. Já,

para um período maior a 10 anos esse valor é ainda menor, com provável ocorrência de temperatura mínima de 1,35 °C. Observa-se que com o aumento no tempo de retorno, há redução na temperatura mínima (Figura 1), o que é lógico do ponto de vista prático e bem representado pela distribuição Gumbel.

4 Conclusões

A distribuição Gumbel se ajusta às séries de dados de temperatura mínima do município de San Lorenzo, Paraguai. No período analisado, os menores níveis de retorno estimados compreendem o período do inverno e os maiores no período do verão. Baseado nos tempos de retorno estudado não é recomendado produzir tomate a campo aberto nos meses de maio a setembro.

Referências

- [1] ADAMS, S. R.; VALDÉS, V. M. The effect of periods of high temperature and manipulating fruit load on the pattern of tomato yields. **The Journal of Horticultural Science and Biotechnology**, v.77, p.461-466, 2002.
- [2] ALVARENGA, M. A. R. **Tomate, produção em campo aberto, em casa de vegetação e em hidroponia**. Lavras/MG: UFLA, 2004. 400p.
- [3] BAUTISTA, E.A.L.; ZOCCHI, S.S.; ANGELOCCI, L.R. Fitting the generalized extreme value distribution (GEV) to the maximum wind speed data in Piracicaba, São Paulo, Brazil. **Revista de Matemática e Estatística**, São Paulo, v. 22, n. 1, p. 95-111, 2004.
- [4] CALVERT, A. Temperature requirements of the young tomato plant. **Acta Horticulturae**. Int. Soc. Hort. Sci. v.4, p.12-17, 1966.
- [5] CAMPOS, H. **Estatística experimental não-paramétrica**. 3a ed. Piracicaba: ESALQ. 1979. 343 p.
- [6] COLES, S. G., **An introduction to statistical modeling of extreme values**. London: Springer. 2001. 226 p.
- [7] CRUTCHER, H. L. A note on the possible misuse of the Kolmogorov-Smirnov test. **Journal of Applied Meteorology and Climatology**, Boston, v.14, p.1600-3, 1975.
- [8] FAO - Food and Agriculture Organization. **Informe nacional para la conferencia técnica internacional de la FAO sobre los recursos fitogenéticos** [En línea]. Consultado 12 marzo 2013.
- [9] GÓMEZ, O.; CASANOVA, A.; LATERROT, H et al. **Mejora genética y manejo del cultivo de tomate para la producción en el Caribe**. La Habana: Instituto de Investigaciones Horticolas “Liliana Dimitrova”, 2000. 159 p.
- [10] JENKINSON, A. F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. **Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society**, Brackneel, v. 81, p. 158-71, 1955.
- [11] LISKA, G. R.; BEIJO, L. A. *Distribuição de Probabilidades aplicadas na análise de Níveis Máximos de MP10 e O3 nas cidades de Cubatão-SP e Paulínia-SP*. **Revista de Estudos Ambientais** (Online), v. 14, p. 35 - 47, 2012.
- [12] LISKA, G.; BORTOLINI, J; SÁFADI, T.; BEIJO, L. A. *Estimativas de velocidade máxima de vento em Piracicaba-SP via Séries Temporais e Teoria de Valores Extremos*, **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v.31, n.2, p.295-309, 2013
- [13] LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P. *On a measure of lack of fit in time series models*. **Biometrika**, v.65, p. 297-303, 1978.
- [14] R DEVELOPMENT CORE TEAM, **An Introduction to R: Version: 2.15 (2013)**. In: <<http://www.r-project.org>>. Acesso em 20 nov de 2013.