

# Teste para identificação de proporção áurea em cromossomos do genótipo Cerbiatta da *Lactuca sativa* L.

Mariana M. Gonçalves Santos<sup>1 2</sup>

José Murilo Calixto Vaz<sup>1</sup>

Davi Miguel Zalder<sup>1</sup>

Luiz Alberto Beijo<sup>1</sup>

## 1 Introdução

Freqüentemente associada à beleza, à harmonia, ao equilíbrio, a proporção áurea é objeto de interesse de estudiosos de diversas áreas. Sua primeira definição clara foi dada por volta de 300 a. C., por Euclides de Alexandria: um segmento de reta é dividido em *média e extrema razão* (em dois outros segmentos) se a razão entre o maior e menor for igual à razão entre a soma de ambos e o maior. O número irracional obtido dessas razões, aproximadamente 1,618, é chamado de número de ouro e é denotado por  $\Phi$  (Livio, 2008).

A proporção áurea pode ser encontrada não só em inúmeros objetos feitos pelo homem como também em fenômenos naturais. Atualmente pesquisas têm apontados propriedades como a rigidez, estabilidade e eficiência em estruturas que apresentam a proporção áurea (Gil, 2001). Diversas metodologias são utilizadas na identificação da proporção áurea, baseadas em análise de variância, teste t de Student, métodos não paramétricos e até critérios subjetivos.

O objetivo desse trabalho foi identificar, via simulação, um teste que tenha melhor desempenho na identificação de proporção áurea em diferentes tamanhos de amostra e em diferentes variabilidades, bem como identificar a presença de proporção áurea na razão de braços de cromossomos do genótipo Cerbiatta da espécie *Lactuca sativa* L., mais conhecida como alface, utilizando o teste estatístico com melhor desempenho.

## 2 Material e métodos

Foram simulados, usando o programa R (R DEVELOPMENT CORE TEAM, 2013), valores para segmentos  $a_i$  e  $b_i$ , com  $b_i > a_i$  em duas diferentes situações. Na situação I,  $b_i$  foi gerado a partir de  $a_i$  de modo que estivessem em proporção áurea para posterior análise da taxa de erro tipo I de dois testes avaliados. Na situação II foi avaliado o poder dos testes, uma vez que  $b_i$  foi gerado a partir de  $a_i$  multiplicado por outra constante,  $\Phi + 0,4$ .

<sup>1</sup>Universidade Federal de Alfenas - UNIFAL-MG.

<sup>2</sup>Agradecimento a CAPES pela bolsa de pesquisa e a FAPEMIG pelo apoio financeiro.

A avaliação do erro tipo I foi feita observando-se a porcentagem de vezes que  $H_0$  foi rejeitada. Utilizou-se o teste binomial exato para avaliar se a taxa de erro tipo I é estatisticamente igual ao nível nominal testado (5%). Para a determinação e comparação do poder dos testes foram observadas a porcentagem de rejeições da hipótese nula quando foram simulados valores com proporção áurea.

Para ambas as situações, foram simulados 5000 valores e retirados diferentes tamanhos de amostra: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 15, 20, 25, 30, 50 e 100. O valor considerado para  $\Phi$  foi 1,618 e o nível de significância adotado para os testes foi de 5%. Quanto à variabilidade, o desvio padrão de  $a_i$  e  $b_i$  foram iguais a 5%, 10%, 15% e 20% de suas médias.

Foram avaliados dois testes, denominados TD e TME. O teste TD, consiste na aplicação do teste t de Student na definição de proporção áurea, dada por Euclides. Sendo  $a_i$  e  $b_i$  segmentos, com  $b_i > a_i$  e  $\Delta_i$  a diferença entre as duas razões da definição, então  $\Delta_i = \frac{b_i}{a_i} - \frac{a_i + b_i}{b_i}$ . Foi testada a hipótese se a média das diferenças é nula. No teste TME, foi utilizado o teste t de Student emparelhado. Se  $a_i$  e  $b_i$  estão em proporção áurea, então  $b_i = \Phi \times a_i$ , com ( $b_i > a_i$ ). Dessa forma testou-se a hipótese de que a média dessas diferenças ( $D_i = b_i - \Phi \times a_i$ ) é igual a zero.

Após as simulações, foram utilizados dados de uma amostra real. Os dados foram de tamanhos dos braços dos cromossomos de células do genótipo Cerbiatta da *Lactuca sativa* L., a alface. Foi utilizada uma amostra de tamanho 20. De posse dos resultados das simulações, foi aplicado o teste que se adequava ao tamanho de amostra e variabilidade dos dados.

### 3 Resultados e discussões

Os resultados obtidos das taxas de erro tipo I e poder estão apresentados nas Figuras 1 a 4. Observa-se que os coeficientes de variação do menor segmento ( $cv_a$ ) e do maior segmento ( $cv_b$ ), utilizados na identificação da proporção áurea, tiveram efeito nas taxas de erro tipo I e no poder dos testes avaliados. Sendo assim, é imprescindível que o pesquisador tenha conhecimento destes coeficientes para escolha do teste adequado na identificação de proporção áurea.

Para os casos em que o coeficiente de variação dos dois segmentos são pequenos (ambos 5%) ou próximos ( $cv_a = 5\%$  com  $cv_b = 10\%$ ) o teste TD apresentou bom desempenho no controle das taxas de erro tipo I e alto poder ( $> 95\%$ ) para os tamanhos de amostra acima de 7 (Figura 1). Quando  $cv_a = 10\%$  com  $cv_b = 15\%$  (Figura 2), amostras acima de 15 fazem com que o teste TD tenha esse bom desempenho.

Em outros casos de proximidade dos coeficientes de variação dos dois segmentos ou que o coeficiente de variação de um dos segmentos é pequeno, o teste TD é indicado apenas para alguns tamanhos de amostras, sendo recomendável  $n = 10$  (até 50) quando  $cv_a = 5\%$  com  $cv_b = 15\%$ ;  $n = 20$  (até 25) quando  $cv_a = 5\%$  com  $cv_b = 20\%$ ;  $n = 7$  (até 20) quando  $cv_a = 10\%$  com  $cv_b = 5\%$ ;  $n = 8$  (até 25) quando o cv de ambos é 10%;  $n = 9$  (até 10) quando  $cv_a = 15\%$  com  $cv_b = 5\%$ . Nos casos de  $cv_a = 10\%$  com  $cv_b = 20\%$  e  $cv_a = 10\%$  com  $cv_b = 15\%$  amostras

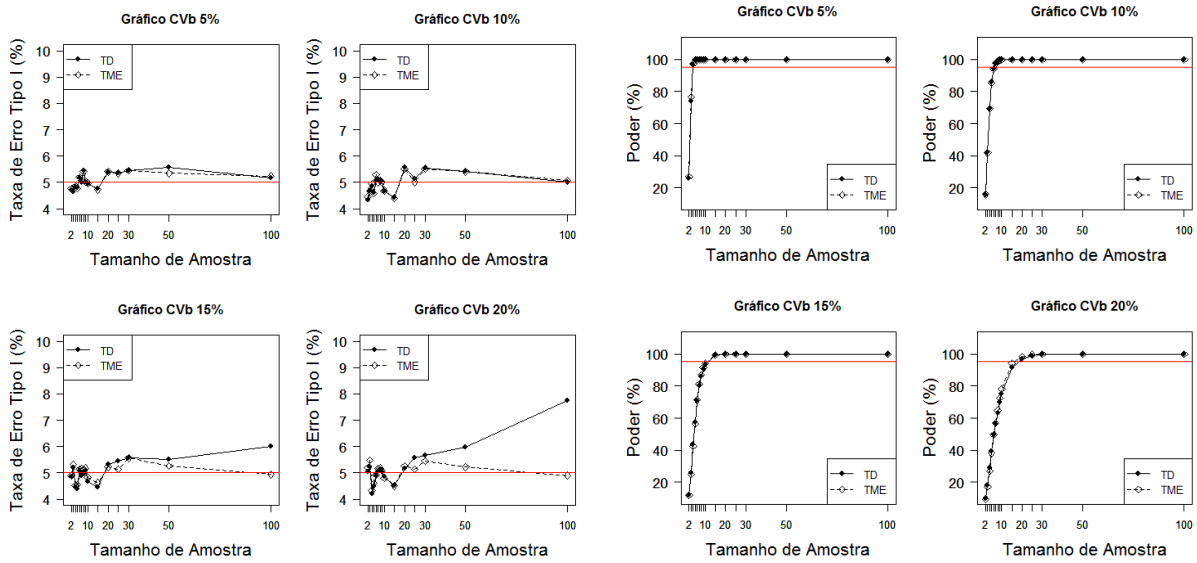


Figura 1: Gráfico relacionando o tamanho de amostra ao controle do Erro Tipo I e poder, quando o  $cv_a$  é igual a 5% e o  $cv_b$  é igual a 5%, 10%, 15% e 20%.

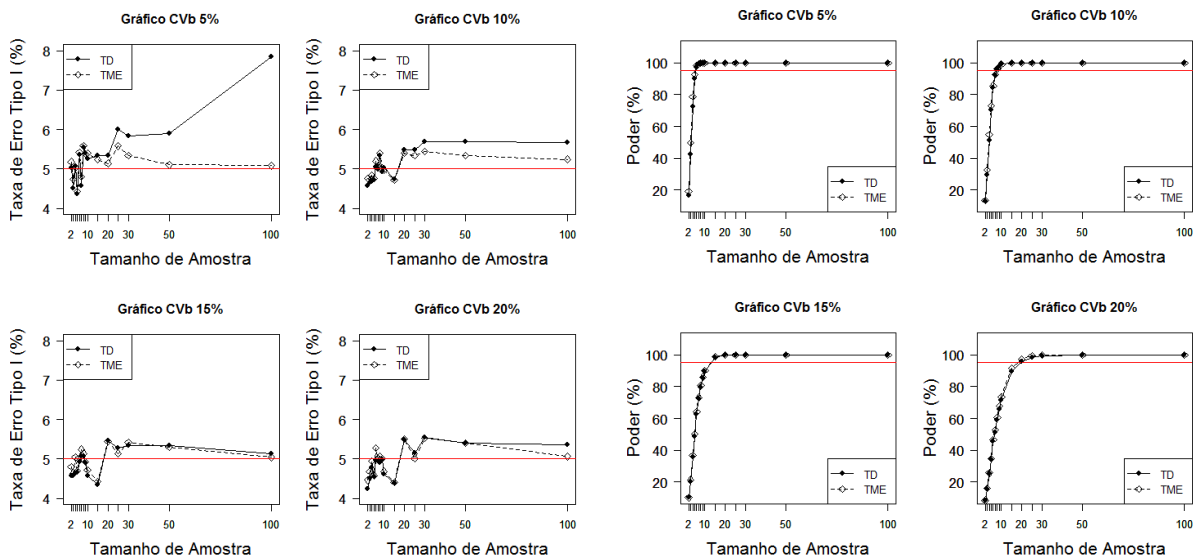


Figura 2: Gráficos relacionando o tamanho de amostra ao controle do Erro Tipo I e poder, quando o  $cv_a$  é igual a 10% e o  $cv_b$  é igual a 5%, 10%, 15% e 20%.

acima de 15 e 20 são recomendados respectivamente para que o teste TD apresente alto poder e controle da taxa de erro tipo I.

Quando os  $cv$  dos dois segmentos são altos, tamanhos de amostra maiores são necessários para que o teste TD tenha um alto poder, mas deve-se levar em conta as taxas de erro tipo I, que na maioria das vezes aumenta com o tamanho de amostra. É recomendável  $n = 15$  (até 20) quando o  $cv$  de ambos é 15%; e tamanho de amostra 15 nos casos em que  $cv_a = 15%$  com  $cv_b = 10%$  e  $cv_a = 20%$  com  $cv_b = 10%$ . Quando  $cv_a = 15%$  com  $cv_b = 20%$  amostras acima de 25 são recomendadas. O teste TD, porém, não é recomendado nos casos em que  $cv_a = 20%$

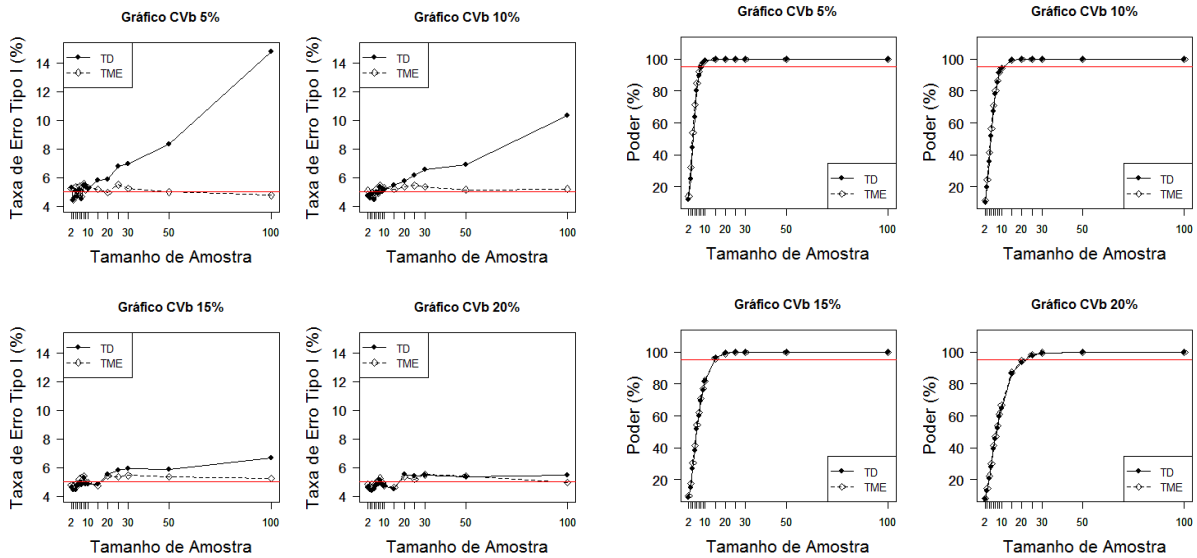


Figura 3: Gráfico relacionando o tamanho de amostra ao controle do Erro Tipo I e poder, quando o  $cv_a$  é igual a 15% e o  $cv_b$  é igual a 5%, 10%, 15% e 20%.

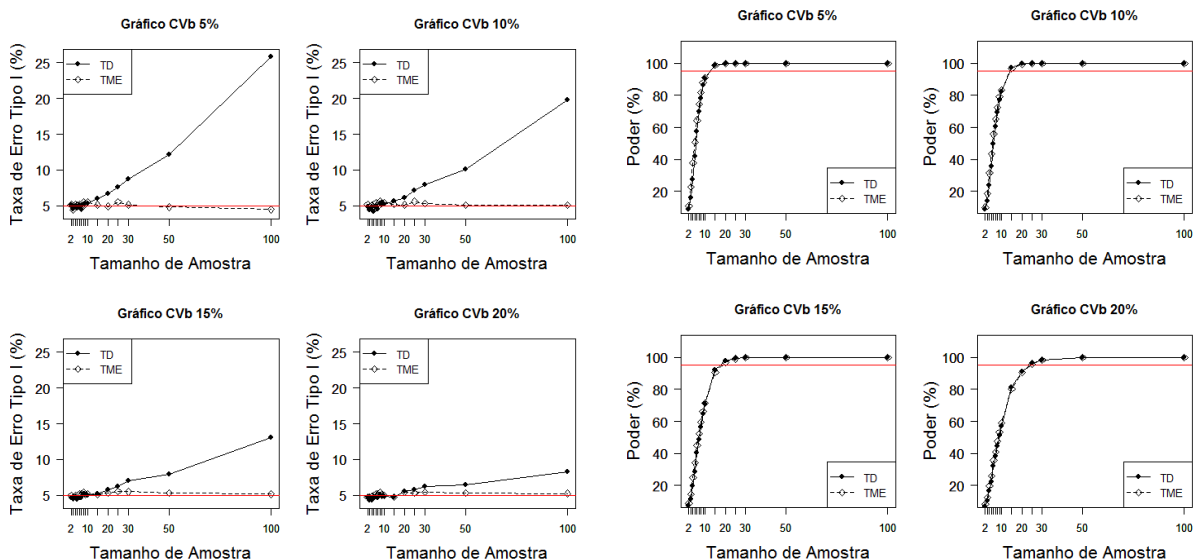


Figura 4: Gráfico relacionando o tamanho de amostra ao controle do Erro Tipo I e poder, quando o  $cv_a$  é igual a 20% e o  $cv_b$  é igual a 5%, 10%, 15% e 20%.

com  $cv_b = 5%$ ,  $cv_a = 20%$  com  $cv_b = 15%$  e quando o cv de ambos é 20% uma vez que, para os tamanhos de amostra que controla o erro tipo I, ele apresenta baixo poder.

O teste TME controlou as taxas de erro tipo I em todos os tamanhos de amostras e variabilidades de estruturas analisados, porém para se ter bom desempenho em poder, é necessário tamanhos de amostra maiores quando se aumenta a variabilidade dos dois segmentos.

Sendo assim, para o banco de dados analisado, o teste TME também é o mais indicado, por controlar as taxas de erro tipo I em todas as combinações dos cv dos dois segmentos e apresentar alto poder. No entanto, observamos na Tabela 1 que os dois testes avaliados levaram

ao mesmo resultado quando aplicados nos dados: ambos detectaram a presença de proporção áurea no quinto par de cromossomo de células do genótipo Cerbiatta da *Lactuca sativa* L.

Tabela 1: Variabilidade do braço curto (BC) e braço longo (BL), média da razão entre BL e BC (R) e resultados dos testes TD e TME para cada par de cromossomos.

Par	cv BC	cv BL	média R	valor p TD	valor p TME
1	12,0%	15,5%	2,2333	$4,27 \times 10^{-5}$	$1,76 \times 10^{-6}$
2	16,3%	12,5%	2,0272	$1,30 \times 10^{-6}$	$8,26 \times 10^{-6}$
3	13,2%	10,5%	2,0474	$6,59 \times 10^{-6}$	$8,31 \times 10^{-6}$
4	8,1%	13,4%	1,9139	$2,60 \times 10^{-4}$	$2,75 \times 10^{-4}$
5	10,7%	12,1%	1,6341	$\Phi$ $9,39 \times 10^{-1}$	$\Phi$ $9,95 \times 10^{-1}$
6	10,8%	10,4%	1,4163	$1,26 \times 10^{-4}$	$1,42 \times 10^{-4}$
7	11,0%	11,7%	1,3012	$3,19 \times 10^{-8}$	$8,84 \times 10^{-8}$
8	10,4%	12,7%	1,2878	$8,44 \times 10^{-7}$	$1,27 \times 10^{-6}$
9	13,4%	18,8%	1,2430	$8,85 \times 10^{-6}$	$1,17 \times 10^{-5}$

cv: coeficiente de variação;  $\Phi$ : presença de proporção áurea, ao nível de 5% de significância.

## 4 Conclusões

O tamanho de amostra recomendado para a realização de um teste para identificação de proporção áurea depende da variabilidade de cada segmento.

O teste t emparelhado (TME), verificando a hipótese de que a média das diferenças ( $D_i$ ) é igual a zero, controlou o erro tipo I e apresentou alto desempenho quanto ao poder para amostras relativamente pequenas e grandes.

O teste t de Student (TD), que verificou se  $\Delta$  é igual a zero, é recomendado apenas em situações que o cv dos dois segmentos é pequeno.

O genótipo Cerbiatta da *Lactuca sativa* L. apresentou proporção áurea na razão BL por BC no par de cromossomo 5.

## Referências

- [1] BUSSAB, W. O., MORETTIN, P. A. **Estatística Básica**. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.
- [2] GIL, C. T. L. A. **Proporção áurea craniofacial**. São Paulo: Ed. Santos, 2001.
- [3] LÍVIO, M. **Razão Áurea: a história de Fi, um número surpreendente**. Rio de Janeiro: Record, 2008. 333 p.
- [4] R DEVELOPMENT CORE TEAM. **An Introduction to R: Version: 3.01**. 2013. Disponível em: <http://www.r-project.org>. Acesso em: 10 de agosto de 2013.
- [5] VAZ, J. M. C. **Proporção Áurea em Modelos Biológicos**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ecologia e Tecnologia Ambiental), Universidade Federal de Alfenas, Alfenas, 2014.