

Um modelo com erros assimétricos para dados contábeis

Matheus Bertolo Guerrero ¹

Maria Luiza Maes ¹

Gilvania de Sousa Gomes ²

Daniela Pereira de Silva Gomes ²

José Waldemar da Silva ¹

1 Introdução

A Demonstração do Valor Adicionado - DVA como uma das vertentes do Balanço Social é uma demonstração contábil complementar que tem o papel de mensurar a geração da riqueza das companhias e relatar a forma com que essa riqueza é distribuída entre os agentes econômicos que contribuem para a sua criação. O valor adicionado é o somatório dos valores agregados ao produto final em cada elo da cadeia produtiva.

A primeira parte da DVA demonstra a geração/produção da riqueza pelas empresas, partindo das receitas e deduzindo os custos dos insumos. São acrescidos também os valores adicionados recebidos em transferência, ou seja, que a empresa recebeu sem que tenha produzido diretamente.

A segunda parte da DVA tem a finalidade de apresentar como todo o valor adicionado foi distribuído entre as categorias ou contas Pessoal, Governo (Impostos, taxas e contribuições), Terceiros (Remuneração de Capitais de Terceiros) e Sócios (Remuneração de Capitais Próprios).

Outra questão importante a ser abordada é a evolução das riquezas das empresas, demonstradas pelas DVAs ao longo do tempo.

Sendo assim, a variável Valor Adicionado pode ser modelada em função das categorias e do tempo. Porém, pode ocorrer que os dados tenham distribuição assimétrica e desta forma modelos que necessitam da suposição de normalidade dos resíduos podem não ser adequados. O uso da distribuição normal assimétrica pode ser uma solução interessante pois flexibiliza a suposição de normalidade e evita a transformação dos dados garantindo a interpretação prática dos parâmetros.

O trabalho precursor da distribuição normal assimétrica foi realizado por Helguero em 1908 e este pioneirismo é descrito em em Azzalini & Regoli (2012) porém, a presente denominação desta distribuição foi dada por Azzalini (1985) onde também, pode ser encontradas propriedades sobre esta distribuição. Uma análise bayesiana em modelos de regressão com distribuição normal assimétrica pode ser encontrada em Arellano-Valle, et al. (2008).

²FACIC - UFU. e-mail: gilvianasg@facic.ufu.br

¹FAMAT - UFU. e-mail: zewaldemar@famat.ufu.br

A inferência por meio de métodos bayesianos é interessante pois, permite determinar ou resumir os resultados de interesse a partir de uma distribuição de probabilidade nos parâmetros do modelo. A ideia é que após observar $Y = y$ a informação sobre os parâmetros aumenta.

Bayes & Branco (2007) concluem que a aproximação Bayesiana por meio do método de Monte Carlo via Cadeia de Markov (MCMC) é uma boa alternativa para inferir sobre o parâmetro de assimetria da normal assimétrica.

A possibilidade de determinar uma distribuição de probabilidade a *posteriori* conjunta para os parâmetros em modelos com erros assimétricos motiva a modelagem dos dados por meio da inferência bayesiana.

O presente trabalho tem como objetivos ajustar o Valor Adicionado em função do tempo e das contas considerando a característica assimétrica dos dados, bem como, estabelecer os contrastes necessários para verificar o efeito do tempo, das contas e da interação entre estes dois fatos, via inferência bayesiana com o auxílio dos softwares R (R Development Core Team, 2013).

2 Material e métodos

Os dados utilizados para ilustração da metodologia referem-se a Valores Adicionados, por ano e categoria, de 20 empresas da área da construção civil no período de 2008 a 2012. As categorias são as contas Pessoal, Governo (Impostos, taxas e contribuições), Terceiros (Remuneração de Capitais de Terceiros) e Sócios (Remuneração de Capitais Próprios).

Para simplificação do modelo, período e conta foram combinados resultando em um único fator. Devido ao porte diferente das empresas, estas foram consideradas como blocos. Desta forma, se Y representa o vetor de resposta ou Valor Adicionado, β o vetor de parâmetros o qual inclui efeito dos blocos e do fator período-conta, X a matriz de delineamento, σ um parâmetro de dispersão e ε o vetor de erros independentes com distribuição normal padrão assimétrica (SN) com parâmetro de assimetria α , isto é, $\varepsilon_i \sim SN(\alpha)$, a representação matricial do modelo é

$$Y = X\beta + \sigma\varepsilon \quad (1)$$

em que Y e ε são vetores $n \times 1$, X uma matriz $n \times k$ e β um vetor $k \times 1$ e σ um escalar.

Para facilitar a implementação do Amostrador de Gibbs é vantajoso apresentar Y estocasticamente (Arellano-Valle et al., 2008).

$$\begin{aligned} [Y_i | \beta, \sigma^2, \alpha, \tau_i] &\sim N\left(\frac{\alpha\sigma\tau_i}{\sqrt{1+\alpha^2}} + x_i^T\beta, \frac{\sigma^2}{1+\alpha^2}\right) \quad i = 1, \dots, n. \quad \text{e} \\ \tau_i &\sim HN(0, 1) \quad \text{com} \quad \tau_i \quad \text{e} \quad (\beta, \sigma^2, \alpha) \quad \text{independentes.} \end{aligned} \quad (2)$$

Fazendo a transformação $w_i = \psi\tau_i$ com $\psi = \frac{\sigma}{\sqrt{1+\alpha^2}}$ a expressão (2) pode ser reescrita

como segue

$$\begin{aligned} [Y_i|\beta, \psi^2, \alpha, w_i] &\sim N(\alpha w_i + x_i^T \beta, \psi^2) \quad i = 1, \dots, n. \quad \text{e} \\ [w_i|\psi^2] &\sim HN(0, \psi^2) \quad \text{com } w_i \text{ e } (\beta, \alpha) \text{ independentes} \end{aligned} \quad (3)$$

Considerando a *priori* de Jeffreys para β e σ^2 e normal para α , tem-se

$$\pi(\beta, \psi^2|\alpha) \propto \frac{1}{\psi^2} \quad \text{e } \alpha \sim N(a, b^2). \quad (4)$$

A partir de (3) e de (4) determina-se a distribuição conjunta a *posteriori* e a partir desta, as distribuições condicionais para cada parâmetro ou quantidade de interesse as quais são listadas a seguir,

$$[\beta|\psi^2, \alpha, w, y] \sim N_k((X^T X)^{-1} X^T y - \alpha(X^T X)^{-1} X^T w, \psi^2(X^T X)^{-1}), \quad (5)$$

$$[w|\beta, \psi^2, \alpha, y] \sim TN_n\left(0; \frac{\alpha}{1 + \alpha^2}(y - X\beta), \frac{\psi^2}{1 + \alpha^2} I_n\right), \quad (6)$$

$$[\psi^2|\beta, \alpha, w, y] \sim IG\left(n, \frac{(y - X\beta - \alpha w)^T (y - X\beta - \alpha w) + w^T w}{2}\right), \quad (7)$$

$$[\alpha|\beta, \psi^2, w, y] \sim N\left(\frac{b^2 w^T (y - X\beta) + a \psi^2}{b^2 w^T w + \psi^2}, \frac{b^2 \psi^2}{b^2 w^T w + \psi^2}\right), \quad (8)$$

em que N_k , TN_n e I_n em (5) e (6) representam respectivamente, uma normal multivariada de dimensão k , uma normal multivariada de dimensão n truncada à esquerda em zero e a matriz identidade $n \times n$.

O algoritmo MCMC pode ser implementado amostrando valores de (5), (6), (7) e (8) respectivamente e sucessivamente. Os valores que compõem a amostra utilizada para inferir sobre um determinado parâmetro devem ser livres do efeito do valor inicial ou “chute” inicial e de autocorrelação. Para atender tais condições descarta-se as **B** iterações iniciais e considera-se um valor a cada **T** iterações, conforme Raftery & Lewis (1992), para compor a amostra a partir da qual serão realizadas as inferências. Nestas condições, amostras das distribuições condicionais a *posteriori* representam satisfatoriamente as marginais (Gamerman, 1996).

Para a realização das inferências foi considerada uma amostra final de tamanho 5000, obtida a partir de uma cadeia com 600000 iterações, em que as 100000 primeiras foram descartadas para a eliminação do efeito do valor inicial arbitrário e armazenado um valor a cada 100 para que estes fossem não correlacionados. Os resumos das informações sobre cada parâmetro foi feita por meio dos intervalos de Máxima Densidade a *Posteriori* (*Highest Posterior Density* - HPD).

A implementação do algoritmo foi realizada, com o auxílio do R (*R Development Core Team*, 2013).

3 Resultados e discussões

Análise prévia de convergência por meio do método de Raftery & Lewis indicaram os maiores valores de B e T para o parâmetro de assimetria (α) porém, menores que os mencionados na seção anterior. A convergência foi mais lenta para este parâmetro logo, a quantidade de iterações necessárias para atender a convergência para α foi suficientes para garantir a convergência dos demais.

As informações sobre cada parâmetro foi resumida por meio do HPDs. Na Tabela ?? pode ser verificado os HPDs para cada parâmetro relacionado a ano-conta bem como, para combinações lineares (média) que representa o efeito de um determinado ano.

Tabela 1: HPDs para cada combinação ano-conta bem como e para as combinações lineares representam cada ano.

Conta ^a	Ano				
	2008	2009	2010	2011	2012
1	[-43060,6; 24661,41]	[-32061,6; 35594,0]	[31735,6; 96400,1]	[-32617,6; 40931,9]	[-76651,6; -10129,8]
2	[-49030,3; 21142,7]	[-36350,8; 31833,0]	[69358,6; 73059,5]	[17293,2; 79507,7]	[1170,1; 73738,4]
3	[-79576,4; -7820,7]	[-56713,0; 12694,9]	[-19358,4; 48253,3]	[-8605,8; 55239,0]	[2908,13; 65877,2]
4	[-116319,1; -43938,9]	[-96186,9; -26726,4]	[-78258,4; -75,8]	[-18334,1; 43692,9]	[-10380,7; 50375,7]
Ano ^b	[-52947,9; -19251,0]	[-37339,2; -4761,4]	[4694,7; 36188,9]	[7408,4; 38694,1]	[-778,1; 29433,0]

(a) 1=Capital Próprio, 2=Governo, 3=Pessoal e 4=Terceiros. (b) HPDs para cada ano.

Os HPDs para as combinações lineares que representam as contas Capital Próprio, Governo, Pessoal e Terceiros foram respectivamente

[-13121,4; 19482,6], [10193,1; 38195,9], [-12274,0; 16068,5] e [-42566,7; -14626,9].

É importante ressaltar que os HPDs na Tabela 1 foram determinados para os efeitos e não para as médias e isto pode justificar os valores negativos. Um exemplo de interpretação destes efeitos, pode ser verificado em 2008 em que as contas Pessoal e Terceiros apresentaram Valor Adicionado inferior à média geral desta variável enquanto as contas Capital Próprio e Governo não diferiram expressivamente da média geral. Esta interpretação é realizada com base nos HPDs. O comportamento da média geral do Valor Adicional, pode ser visto na Figura 3 na qual está ilustrada a densidade para este parâmetro. Da mesma forma, ilustra-se nesta figura (Figura 3) as densidades para os parâmetros de assimetria α e de variação ψ . Pode ser observado que a média ou a moda para o parâmetro de assimetria é positiva caracterizando uma assimetria também positiva e parâmetro de variação com valores altos o que afeta diretamente a amplitude dos HPDs.

Pode ser observado na Tabela 1 que as contas não mantêm seus comportamentos fixos relativamente o que sugere a presença de interação entre o fator conta e período.

4 Conclusões

- A análise bayesiana é flexível para a modelagem de dados com distribuição assimétrica.
- Inferência bayesiana por meio dos métodos MCMC é relativamente fácil de ser realizada para dados contábeis.

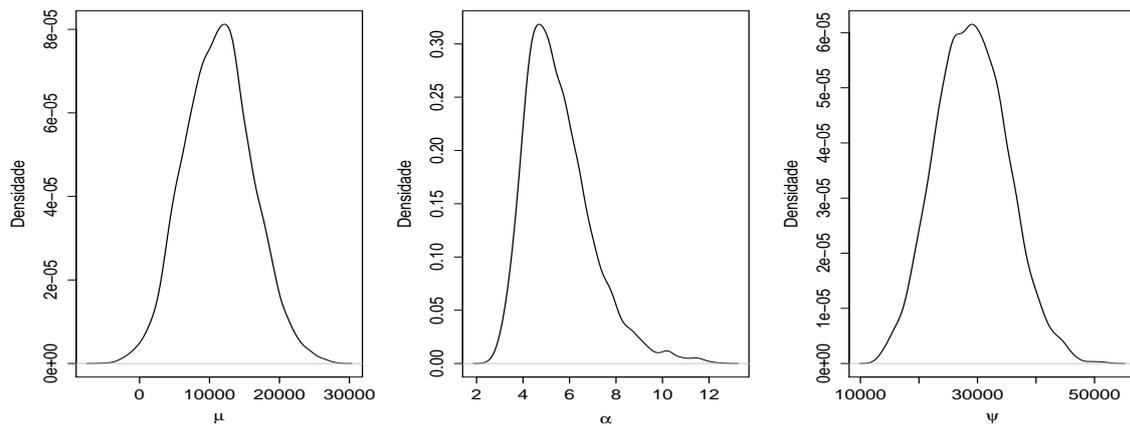


Figura 1: Densidades para a média (μ) geral do Valor Adicionado, para o parâmetro de assimetria (α) e de dispersão (ψ).

- O Valor Adicionado em geral, ocorre de maneira diferente nas contas e ao longo do tempo.

Referências

- [1] ARELLANO-VALLE, R. B., Castro, L. M., Genton, M. G., Gómez, H. W. Bayesian inference for shape mixtures of skewed distributions, with application to regression analysis. **Bayesian Analysis**, 3(3), 513-539, 2008.
- [2] AZZALINI, A. A class of distribution which includes the normal ones. **Scand. J. Stat., Oxford**, v.12, p.171-178, 1985.
- [3] AZZALINI, A.; REGOLI, G. The work of Fernando de Helguero on non-normality arising from selection. **Chilean Journal of Statistics (ChJS)**, v. 3, n. 2, 2012.
- [4] BAYES, C. L.; BRANCO, M. D. Bayesian inference for the skewness parameter of the scalar skew-normal distribution. **Brazilian Journal of Probability and Statistics**, v. 21, n. 2, p. 141-163, 2007.
- [5] GAMERMAN, D. Simulação estocástica via cadeias de Markov. In: SINAPE -ABE, 12., 1996, Caxambu, Minas Gerais, Brasil. **Anais...** Caxambu: Associação Brasileira de Estatística, 1996.
- [6] R Core Team (2013). R: A language and environment for statistical computing. **R Foundation for Statistical Computing**, Vienna, Austria. URL <http://www.R-project.org/>.
- [7] RAFTERY, A. E.; LEWIS, S. M. [Practical Markov Chain Monte Carlo]: Comment: One Long Run with Diagnostics: Implementation Strategies for Markov Chain Monte Carlo. **Statistical Science**, 493-497. 1992.