

Quanto e para quando um novo recorde do mundo no lançamento do peso? Uma abordagem com a Teoria de Valores Extremos

Domingos Silva¹, Frederico Caeiro², Manuela Oliveira³, José Augusto R. Santos⁴

Resumo: Na teoria e valores extremos, o método das r -maiores observações de blocos (r -MO) usa as maiores observações de cada bloco para estimar os parâmetros do modelo generalizado de valores extremos-processo extremal. Habitualmente, considera-se que cada bloco é constituído por todas as observações registadas durante um certo período de tempo (na prática, é usual ser expresso em anos). A escolha de r deve ser feita de modo prudente, uma vez que temos a habitual troca entre variância e viés. Neste trabalho, consideramos os resultados do lançamento do peso masculino e feminino, no período de 1980-2020, e usamos as 10 maiores observações anuais para estimar os parâmetros extremos. De todos os modelos estudados, o modelo $r=6$ nos homens e $r=2$ nas mulheres apresentam a melhor qualidade de ajustamento. Os principais resultados apontam para a existência de um parâmetro de forma negativo, representativo da cauda direita leve e com limite superior do suporte finito, independentemente do nível r . No lançamento do peso masculino, o limite superior do suporte é de 23.32m e no lançamento do peso feminino de 23.89m. A probabilidade de num ano qualquer obter um novo máximo mundial é de 1.02% nos homens e 2.31% nas mulheres. Foram determinados níveis de retorno para vários períodos de retorno. A estimativa pontual dos níveis de retorno prevê que, em média, um novo máximo mundial ocorra pelo menos uma vez a cada 50 anos nas mulheres e a cada 100 anos nos homens. Com base na estimativa do intervalo com 95% de confiança, o nível de retorno a 20 anos para as homens e mulheres contém um novo recorde do mundo.

Palavras-chave: teoria de valores extremos; método das r -maiores observações; probabilidade de excedência; limite superior do suporte; quantis extremos; níveis de retorno; lançamento do peso

Abstract: In the extreme value theory, the r -largest order statistics model (r -MO) use the r largest observations in each block to estimate the model parameters of generalized extreme values-extremal process. Each block is usually considered to consist of all observations recorded during a certain time (in practice, is usually to be express in years). The choice of r must be made prudently, since we have the usual trade-off between variance and bias. In this study, we consider the results of men and women shot put, between 1980 and 2020, and we use the 10 largest annual observations to estimate the extreme parameters. Of all studied models, the $r=6$ model in men, and $r=2$ in women present the best fit. The main results point to existence of a negative shape parameter, representative of the light right tail and with finite right endpoint, regardless of r value. In the men's shot put the right endpoint is 23.32m, and in the women's shot put is 23.89m. The probability to obtain a new world record, in any year, is about 1.02% in men, and 2.31% in women. Return levels were determined for several return periods. The point estimate of return levels predicts that, on average, a new world record will occur at least once every 50 years in women and every 100 years in men. Based on estimated 95% confidence interval, the 20-year return level holds a new world record.

Key-words: extreme value theory; r -largest order statistics method; exceedance probability; right endpoint; extremal quantile; return levels; shot put

¹ Escola Secundária de Barcelinhos, Escola Superior de Educação de Fafe, CIMA-Universidade de Évora, Portugal.

² Universidade Nova de Lisboa, Portugal, Faculdade de Ciências e Tecnologia & CMA, Departamento de Matemática.

³ Universidade de Évora, Portugal, Escola de Ciências e Tecnologia & CIMA, Departamento de Matemática.

⁴ Universidade do Porto, Portugal, Faculdade de Desporto & CIFI2D.

1. INTRODUÇÃO

Na Teoria de Valores Extremos (EVT, *Extreme Value Theory*), o método das r -maiores estatísticas de ordem (r -MO) é uma extensão do método de máximos de blocos ^(10,13). Porém, as r -MO usam mais informação proveniente dos dados, o que parece ser uma vantagem. Contudo, para além de na prática não ser fácil a escolha de r , também não existe garantia que um modelo $r > 1$ é melhor do que $r = 1$. As dificuldades na escolha de r são análogas à escolha do limiar no método *Peaks Over Threshold* (POT), ou quando se escolhe o tamanho dos blocos no método dos máximos de blocos. Assim, a escolha de r deve ser feita de modo prudente, uma vez que temos a habitual troca entre variância e viés. Ou seja, para r muito pequeno, a variância é elevada, já o viés aumenta à medida que r aumenta ⁽¹⁾. No diagnóstico de ajustamento do modelo podemos recorrer a metodologia gráfica, como o *PP-plot* e o *QQ-plot* ^(1,10,13). As r -MO em cada bloco baseia-se na função de distribuição assintótica conjunta, onde $r > 1$ estende a metodologia usada na distribuição generalizada de valores extremos (GEV, *generalized extreme value*). A distribuição das r -MO, habitualmente denotada por GEV_r , tem os mesmos parâmetros da distribuição GEV. O caso particular de $r = 1$ estatísticas ordinais torna a distribuição $GEV_r = GEV$. Dixon & Tawn ⁽²⁾ obtiveram estimativas robustas com $r = 8$. Smith ⁽¹¹⁾ recomenda $r = 3$ ou $r = 5$. Silva et al. ⁽⁷⁾ obtiveram modelos ajustados com $r = 7$ (homens) e $r = 8$ (mulheres) numa abordagem ao lançamento do dardo. Os mesmos autores ^(8,18) noutros estudos relacionados com o triplo-salto (homens) registaram $r = 10$ e $r = 4$, respetivamente.

O lançamento do peso é uma disciplina do atletismo que pode ser praticada *indoor* e *outdoor*. Consiste em arremessar uma bola de ferro o mais longe possível seguindo as regras definidas pela IAAF (*International Association of Athletics Federations*). Ao ar livre, com o lançamento a ser efetuado com uma mão, o primeiro registo que se conhece nos homens, com o peso de 7.257kg, data de 26-09-1827 e pertence a William Goodfellow (GBI, Great Britain & Ireland) com a marca de 11.43m; nas mulheres, com o peso de 4kg data de 25-09-1916 e pertence a Thérèse Brûle (França) com a marca de 6.00m. É esta diferença de pesos do engenho que faz com que as performances entre homens e mulheres sejam relativamente próximas. A IAAF ⁽⁴⁾ passou a homologar as marcas a partir de 1909 para homens e de 1934 para mulheres. Nas mulheres, de 1924 a

1933, o reconhecimento das marcas pertencia à FSFI (*Fédération Sportive Féminine Internationale* ou *International Women's Sports Federation*).

Em termos olímpicos, a modalidade foi introduzida em 1896, em Atenas, nos primeiros Jogos Olímpicos da Era Moderna, tendo sido vencedor Robert Garrett (EUA) com a marca de 11.22m. Nas mulheres, foi introduzida em 1948 nos Jogos Olímpicos de Londres, tendo sido vencedora Micheline Ostermeyer (França) com a marca de 13.75m. Desde os primeiros registos oficiais da IAAF até ao atual recorde do mundo, as performances evoluíram cerca de 48.8% nos homens e 57.4% nas mulheres, não se prevendo uma estagnação na evolução dos resultados, ainda que os atuais recordes do mundo se mantenham há mais de 30 anos.

São fatores importantes no lançamento do peso ⁽¹²⁾: técnica e velocidade de deslizamento (avanço dos apoios), posição do corpo no deslizamento e no momento da saída do engenho, ângulo de saída, altura de saída e velocidade de saída do engenho.

A Tabela 1 resume alguns dos principais resultados históricos do lançamento do peso.

Tabela 1: Alguns recordes no lançamento do peso (*outdoor*), em homens e mulheres.

Atleta	Marca	Ano	Observações
+ HOMENS			
William GoodFellow (GBI)	11.43m	1827	1º recorde do mundo: antes da IAAF
Ralph Rose (EUA)	15.54m	1909	1º recorde do mundo: Era Oficial IAAF
Ryan Crouser (EUA)	22.52m	2016	Atual recorde olímpico (Rio de Janeiro, Brasil)
Randy Barnes (EUA)	23.12m	1990	Atual recorde do mundo
Tsanko Arnaudov (POR)	21.56m	2017	Atual recorde de Portugal
Darlan Romani (BRA)	21.82m	2017	Atual recorde do Brasil
+ MULHERES			
Thérèse Brûle (FRA)	6.00m	1916	1º recorde do mundo: antes da IAAF
Violette Gouraud-Morris (FRA)	10.15m	1924	1º recorde do mundo: FSFI
Gisela Mauermayer (ALE)	14.38m	1934	1º recorde do mundo: Era Oficial IAAF
Iлона Slupianek (RDA)	22.41m	1980	Atual recorde olímpico (Moscou, URSS)
Natalya Lisovskaya (URSS)	22.63m	1987	Atual recorde do mundo
Teresa Machado (POR)	17.18m	1998	Atual recorde de Portugal
Elisângela Adriano (BRA)	19.30m	2001	Atual recorde do Brasil

URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Shot_put

URL: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Olympic_records_in_athletics

URL: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_world_records_in_athletics

URL: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Portuguese_records_in_athletics

IAAF - International Amateur Athletic Federation (2015)

Para ajudar a compreender este fenómeno, não usaremos argumentos biomecânicos, aspetos psicológicos, nutricionais, treino, etc., mas recorreremos à EVT, dado possuir metodologia que lida com a ocorrência de acontecimentos atípicos que são mais extremos do que quaisquer outros já observados, visando a inferência “para além da amostra”

disponível. Ainda que a EVT esteja difundida por praticamente todas as áreas do conhecimento, a existência de trabalhos envolvendo o lançamento do peso resume-se à pesquisa de Einmahl & Magnus ⁽³⁾, que somente nos dá informação acerca do valor do parâmetro de forma.

O foco deste estudo pode ser resumido na seguinte questão: assumindo que temos não apenas a observação máxima de cada ano (bloco), mas as dez maiores observações, como podemos usar esta informação para obter melhores estimativas dos parâmetros de interesse relacionados com o lançamento do peso, tais como, a probabilidade de excedência $P[C > u]$, o limite superior do suporte x^F (quando $\gamma < 0$), quantis extremos q_{1-p} e os níveis de retorno a t -anos $U(t)$?

2. BASES TEÓRICAS

O modelo $GEVr$ é uma generalização do modelo GEV. Portanto, em vez de considerarmos apenas a maior observação por bloco, tomamos as r -maiores observações em cada bloco. Assim, em cada um dos m -blocos as observações na coluna $r_1, (x_j^{(1)})$, correspondem ao valor máximo de cada bloco, e na coluna $r_k, (x_j^{(k)})$, ao k -ésimo maior valor do bloco j , de tal forma que

$$X_j^{(k)} : x_j^{(1)} \geq x_j^{(2)} \geq \dots \geq x_j^{(r-1)} \geq x_j^{(r)}, \quad [1]$$

para $j = 1, 2, \dots, m$ e $k = 1, 2, \dots, r$.

Teorema 1: função densidade $GEVr$

Se existem seqüências de constantes reais $a_n > 0$ e $b_n (n \in \mathbb{N})$, tais que,

$$P\left(\frac{M_{n,j}^{(k)} - b_n}{a_n} \leq x\right) \rightarrow G_j^{(k)}(x), \quad [2]$$

para alguma função de distribuição (f.d.) G não-degenerada pertencendo à família GEV (Gumbel, Fréchet ou Weibull), então para r fixo, a distribuição limite, quando $n \rightarrow \infty$, é a distribuição limite conjunta não-degenerada para as r -maiores estatísticas ordinais,

$\mathbf{M}_n^{(r)} = M_n^{(1)} \geq M_n^{(2)} \geq \dots \geq M_n^{(r)}$, com $x_j^{(1)} \geq x_j^{(2)} \geq \dots \geq x_j^{(r)}$,

$$\tilde{\mathbf{M}}_n^{(r)} := \left(\frac{M_n^{(1)} - b_n}{a_n}, \frac{M_n^{(2)} - b_n}{a_n}, \dots, \frac{M_n^{(r)} - b_n}{a_n} \right),$$

em que $M_{n;j}^{(k)}$ é a k -ésima maior estatística ordinal independente no bloco j , e $M_{n;j}^{(1)} \geq M_{n;j}^{(2)} \geq \dots \geq M_{n;j}^{(r-1)} \geq M_{n;j}^{(r)}$, é um modelo GEV-multivariado ou GEV-processo extremal ^(14,15) com função densidade de probabilidade (f.d.p.) conjunta dada em [3] para o caso de $\gamma \neq 0$, ou seja,

$$g(x^{(1)}, \dots, x^{(r)} | \lambda, \delta, \gamma) = \exp \left\{ - \left[1 + \gamma \left(\frac{x^{(r)} - \lambda}{\delta} \right) \right]^{-1/\gamma} \right\} \times \prod_{k=1}^r \frac{1}{\delta} \left[1 + \gamma \left(\frac{x^{(k)} - \lambda}{\delta} \right) \right]_+^{-1-1/\gamma}, \quad [3]$$

onde $\lambda \in \mathbb{R}$, $\delta > 0$ e $\gamma \in \mathbb{R}$ são os parâmetros de localização, escala e forma, respetivamente; com $x^{(1)} \geq x^{(2)} \geq \dots \geq x^{(r-1)} \geq x^{(r)}$, tal que $x^{(k)} : (1 + \gamma(x^{(k)} - \lambda) / \delta) > 0$, para $k = 1, 2, \dots, r$.

Quando $r=1$, a distribuição [3] é exatamente a distribuição GEV ^(7,8,18). De todos os parâmetros, o comportamento do parâmetro de forma é crucial em estatística de extremos, dado determinar o “peso” da cauda direita da distribuição, consoante $\gamma=0$ (modelo Gumbel), $\gamma>0$ (modelo Fréchet) ou $\gamma<0$ (modelo Weibull).

Por sua vez, a função de verosimilhança $L(\theta | X)$, com $\theta = (\lambda, \delta, \gamma)$, é obtida a partir de [3]. Para facilitar a manipulação matemática da verosimilhança, utiliza-se frequentemente a função de log-verosimilhança maximizada (ou simplesmente, função de log-verosimilhança), $\ell(\theta | X) = \ln L(\theta | X)$. Assim, para $\gamma \neq 0$,

$$\ell(\lambda, \delta, \gamma | x^{(1)}, \dots, x^{(r)}) = \sum_{j=1}^m \left[- \left\{ 1 + \gamma \left(\frac{x_j^{(r_j)} - \lambda}{\delta} \right) \right\} \right] - \sum_{k=1}^{r_j} \left(\ln \delta + \left(\frac{1}{\gamma} + 1 \right) \times \ln \left\{ 1 + \gamma \left(\frac{x_j^{(k)} - \lambda}{\delta} \right) \right\} \right), \quad [4]$$

com a restrição $(1 + \gamma(x^k - \lambda) / \delta) > 0$ para $k = 1, 2, \dots, r$ e $j = 1, 2, \dots, m$.

A função de log-verosimilhança em [4] não tem solução analítica. Portanto, para se obter as estimativas de máxima verosimilhança dos parâmetros $(\lambda, \delta, \gamma)$ é necessário usar técnicas iterativas de otimização numérica. Frequentemente, dependendo da convergência, recorre-se aos algoritmos de Nelder-Mead ⁽⁶⁾ ou BFGS ⁽⁵⁾.

Os erros-padrão (*se*) para θ , podem ser calculados pela matriz de informação de Fisher (Coles, 2001). A estimativa do intervalo com $100(1-\alpha)\%$ de confiança, obtém-se por,

$$IC_{100(1-\alpha)\%}(\theta) = \left(\hat{\theta} \pm \Phi_{1-\alpha/2}^{-1} \times se(\hat{\theta}) \right), \quad [5]$$

onde $\Phi_{1-\alpha/2}^{-1}$ é o quantil $(1-\alpha/2)$ da distribuição Normal padrão.

2.1. Seleção de r

A seleção do melhor nível r pode ser feita pela análise dos gráficos de probabilidade (PP-plot) e dos quantis (QQ-plot) para a distribuição marginal da k -ésima estatística ordinal. O PP-plot foi usado por Smith ⁽¹⁰⁾ e Tawn ⁽¹³⁾, sendo que para além desta informação gráfica, Coles ⁽¹⁾ também sugere a visualização do QQ-plot.

O gráfico de probabilidade consiste nos pontos,

$$\left\{ \left(\hat{G}(x_j), \frac{j}{m+1} \right) : j=1, \dots, m \right\}, \quad [6]$$

pelo que a distribuição estimada deve coincidir com a f.d. empírica $j/(m+1)$ a um nível razoável e, neste caso, os pontos deverão estar situados na proximidade ou sobre a reta de diagonal que passa pelos pontos (0,0) e (1,1).

Por sua vez, o gráfico dos quantis consiste nos pontos,

$$\left\{ \left(\hat{G}^{\leftarrow} \left(\frac{j}{m+1} \right), x_j \right) : j=1, \dots, m \right\} \quad [7]$$

que compara os quantis do modelo teórico com os quantis empíricos, em que G^{\leftarrow} é a estimativa da função de distribuição inversa generalizada de $G(\cdot)$ apresentada em [11]. Se o modelo GEV_r é adequado, os pontos do gráfico deverão situar-se na proximidade ou sobre a reta de diagonal $y=x$.

2.2. Outros parâmetros de interesse

Neste estudo, outras quantidades de interesse estimadas são a probabilidade de excedência $p^u := P[C > u]$, os quantis extremais \hat{q}_{1-p} , o limite superior do suporte \hat{x}^F (quando $\hat{\gamma} < 0$) e os níveis de retorno a t -anos $\hat{U}(t)$. Considerando o caso $\gamma \neq 0$ (uma vez que foi este que registamos no presente estudo, ver secção 4.3):

(•) A estimativa da probabilidade de excedência é dada diretamente pela função de cauda direita da distribuição GEV_r ,

$$P[C > u] := 1 - G(u | \hat{\lambda}, \hat{\delta}, \hat{\gamma}) = \left\{ 1 - \exp \left\{ - \left[1 + \hat{\gamma} \left(\frac{u - \hat{\lambda}}{\hat{\delta}} \right) \right]_{\pm}^{\frac{1}{\hat{\gamma}}} \right\} \right\}, \quad \hat{\gamma} \neq 0, \quad [8]$$

com $u \in \mathbb{R}$ e a restrição $1 + \hat{\gamma} \left(\frac{u - \hat{\lambda}}{\hat{\delta}} \right) > 0$.

(•) Os quantis extremais obtêm-se invertendo a f.d. $GEVr$. Neste estudo, o estimador é dado por:

$$\hat{q}_{1-p} := G_{\hat{\gamma}}^{\leftarrow}(1-p | \hat{\lambda}, \hat{\delta}) = \hat{U}\left(\frac{1}{p}\right) = \left\{ \hat{\lambda} + \frac{\hat{\delta}}{\hat{\gamma}} \left[(-\ln(1-p))^{-\hat{\gamma}} - 1 \right], \hat{\gamma} \neq 0. \right. \quad [9]$$

(•) O nível de retorno para t -anos, $U(t)$, é o nível que é excedido em média uma vez a cada t -anos. É dado pela função quantil de cauda de F ,

$$U(t) := F^{\leftarrow}(1-1/t) = \inf \{x \in \mathbb{R} : F(x) \geq 1-1/t\}, \quad t \in [1, \infty[, \quad [10]$$

sendo $F^{\leftarrow}(\cdot)$ a função de distribuição inversa generalizada da f.d. F , definida por:

$$F^{\leftarrow}(u) := \inf \{x \in \mathbb{R} : F(x) \geq u\}, \quad 0 \leq u \leq 1, \quad [11]$$

Os níveis de retorno são quantis extremais. Portanto, também a estimativa de $U(t)$, ou o nível de retorno associado ao período de retorno $1/p$ (com $p=1/t$, $0 < p < 1$), é dada pela inversão da f.d. $GEVr$, ou seja,

$$\hat{U}(t) := G_{\hat{\gamma}}^{\leftarrow}(1-1/t | \hat{\lambda}, \hat{\delta}) = \left\{ \hat{\lambda} + \frac{\hat{\delta}}{\hat{\gamma}} \left[\left(-\ln\left(1-\frac{1}{t}\right) \right)^{-\hat{\gamma}} - 1 \right], \hat{\gamma} \neq 0, \right. \quad [12]$$

onde $(\hat{\lambda}, \hat{\delta}, \hat{\gamma})$ são as estimativas de máxima verosimilhança dos respectivos parâmetros $(\lambda, \delta, \gamma)$. O gráfico dos níveis de retorno, definindo $y_p = -\ln(1-p)$, é dado por:

$$\hat{z}_p = \hat{\lambda} - \frac{\hat{\delta}}{\hat{\gamma}} \left[1 - y_p^{-\hat{\gamma}} \right], \hat{\gamma} \neq 0, \quad [13]$$

onde \hat{z}_p é plotado contra y_p numa escala logarítmica.

Os erros-padrão para os níveis de retorno podem ser estimados pelo método delta e os intervalos com $100(1-\alpha)\%$ de confiança podem ser obtidos assintoticamente por aproximação à distribuição Normal padrão ⁽¹⁾. Ou seja,

$$U(t) \sim N(U(t), \nabla U(t)^T \mathbf{V} \nabla U(t)),$$

onde, segundo Coles ⁽¹⁾ a variância do estimador do nível de retorno no tempo t , $\hat{U}(t)$, é aproximada como,

$$\text{Var}[\hat{U}(t)] \approx \nabla U(t)^T \mathbf{V} \nabla U(t) \quad [14]$$

com o vetor gradiente a ser dado por:

$$\nabla U(t)^T = \left[\frac{\partial U(t)}{\partial \lambda}, \frac{\partial U(t)}{\partial \delta}, \frac{\partial U(t)}{\partial \gamma} \right] = \left[1, -\gamma^{-1}(1-y_p^{-\gamma}), \delta\gamma^{-2}(1-y_p^{-\gamma}) - \delta\gamma^{-1}y_p^{-\gamma} \ln y_p \right], \quad [15]$$

onde V é a matriz de variâncias e covariâncias de $(\hat{\lambda}, \hat{\delta}, \hat{\gamma})$.

Assim, estimativa do intervalo com $100(1-\alpha)\%$ de confiança, para cada nível de retorno a t -anos, em cada nível r , é dada por ⁽¹⁾:

$$IC_{100(1-\alpha)\%} [U(t)] = \left(\hat{U}(t) \pm \Phi_{1-\alpha/2}^{-1} \times \sqrt{\text{Var}[\hat{U}(t)]} \right), \quad [16]$$

onde $\Phi_{1-\alpha/2}^{-1}$ é o quantil $(1-\alpha/2)$ da distribuição Normal padrão.

(•) O limite superior do suporte é definido como $x^F := \sup\{x \in \mathbb{R} : F(x) < 1\}$. Neste caso, $\hat{\gamma} < 0$ com cauda superior é finita, pelo que a estimativa de x^F é dada por:

$$\hat{x}^F := \hat{U}(\infty) = \hat{\lambda} - \frac{\hat{\delta}}{\hat{\gamma}} \quad [17]$$

3. MATERIAL E MÉTODOS

3.1. Dados

Os dados referentes ao lançamento do peso foram obtidos a partir do Website <https://www.worldathletics.org>. Apenas as marcas homologadas pela IAAF ⁽⁴⁾ foram aceites. Neste estudo, usamos os 10 maiores registos anuais de 1980 a 2020 para homens e mulheres, o que corresponde a $n=41$ observações por amostra por cada nível r .

3.2. Métodos

Os cálculos foram efetuados na linguagem de programação R.

A independência das observações foi verificada pelo *turning point test*. A estacionariedade, i.e., a ausência de tendência significativa, foi examinada pelo Cox-Stuart *trend test* (secção 4.1). Em cada bloco, cada atleta contribui apenas com a sua melhor performance, garantindo a independência intra-bloco⁵.

A caracterização das amostras em cada nível r foi efetuada recorrendo às estatísticas descritivas de base (secção 4.2). A estimativa dos parâmetros da distribuição GEV_r foi efetuada por máxima verosimilhança com otimização de Nelder-Mead. Os erros-padrão dos parâmetros extremais foram calculados pelo método delta e os intervalos com 95% de confiança com aproximação à distribuição Normal padrão, bem como pela função

⁵ Nas r -maiores observações, não se consegue garantir a independência inter-blocos. Neste caso, pode haver dependência de curto alcance que poderia ser importante dentro dos blocos, mas não entre blocos ⁽¹⁷⁾.

perfil de log-verosimilhança (secção 4.3). A seleção do melhor nível r e respetiva qualidade do ajustamento foi feita pela análise dos *PP-plot* apresentado em [6] e *QQ-plot* em [7] para a distribuição marginal da k -ésima estatística ordinal (secção 4.4). Estimaram-se outras quantidades de interesse, tais como o limite superior do suporte, a probabilidade de excedência do atual recorde do mundo e os quantis extremos (secção 4.5) e níveis de retorno a t -anos (secção 4.6).

4. RESULTADOS

4.1. Independência e estacionariedade

Consideramos a metodologia usada por Silva ⁽¹⁷⁾, baseada na média de cada bloco. As observações das duas amostras são independentes (*turning point test*) e sem tendência (Cox-Stuart *trend test*)⁶ significativa,

Homens: $T=-0.7574$, $p=0.4486$

Homens: $Z=1.1722$, $p=0.2411$

Mulheres: $T=-1.2793$, $p=0.2008$

Mulheres: $Z=1.3333$, $p=0.1824$

4.2. Caracterização da amostra

A Tabela 2 apresenta alguns resultados de caracterização das amostras das séries de recordes dos homens e das mulheres lançadores do peso, nomeadamente a média, o desvio-padrão, os valores mínimo e máximo, a assimetria e a curtose, de cada nível r .

Tabela 2: Caracterização das amostras: média, desvio-padrão, mínimo, máximo, assimetria e curtose de cada nível r .

	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5	r_6	r_7	r_8	r_9	r_{10}
+ Homens										
\bar{x}	22.31	21.97	21.81	21.64	21.50	21.38	21.30	21.20	21.11	21.05
s	0.390	0.407	0.423	0.401	0.392	0.369	0.371	0.377	0.332	0.330
Mín	21.09	20.77	20.75	20.67	20.50	20.47	20.43	20.41	20.37	20.34
Máx	23.12	22.90	22.90	22.61	22.35	22.32	22.25	22.22	21.87	21.82
Assimetria	-0.223	-0.338	-0.050	0.122	-0.047	0.204	0.221	0.397	0.392	0.335
Curtose	0.823	1.166	0.369	0.002	0.270	0.151	0.054	0.011	-0.032	-0.188
+ Mulheres										
\bar{x}	21.14	20.72	20.43	20.23	20.09	19.94	19.80	19.68	19.60	19.52
s	0.705	0.628	0.592	0.624	0.650	0.689	0.659	0.665	0.658	0.624
Mín	19.53	19.53	19.41	19.27	19.18	18.88	18.84	18.81	18.77	18.64
Máx	22.63	22.19	21.73	21.57	21.32	21.28	21.11	21.08	21.00	20.83
Assimetria	0.431	0.276	0.546	0.639	0.650	0.639	0.731	0.873	0.894	0.748
Curtose	-0.177	-0.526	-0.546	-0.677	-0.848	-0.899	-0.830	-0.610	-0.553	-0.747

⁶ Detalhes relativos à aplicação destes testes podem ser observados em Silva ⁽¹⁷⁾.

4.3. Estimativa dos parâmetros

Pela Tabela 3, verifica-se que à medida que r aumenta, observa-se:

- A estabilidade nas estimativas dos parâmetros $(\lambda, \delta, \gamma)$, obtidos por máxima verosimilhança, nos homens ocorre de $r=3$ a $r=10$ no parâmetro de localização, de $r=4$ a $r=10$ no parâmetro de escala e de $r=4$ a $r=8$, bem como de $r=2$ a $r=3$ e de $r=9$ a $r=10$ no parâmetro de forma. Nas mulheres, a estabilidade ocorre entre todos os modelos no parâmetro de localização, de $r=1$ a $r=4$ e de $r=5$ a $r=10$ no parâmetro de escala, e de $r=2$ a $r=3$, bem como de $r=4$ a $r=5$ e de $r=6$ a $r=10$ no parâmetro de forma.
- Nas duas amostras, a diminuição da estimativa dos erros-padrão (se) de todos os parâmetros entre $r=1$ e $r=10$, com algumas exceções, nomeadamente, $r=6$, $r=9$ e $r=10$ no parâmetro de escala, e $r=9$ no parâmetro de forma na amostra de homens; bem como $r=7$, $r=9$ e $r=10$ no parâmetro de escala, na amostra de mulheres. Em todos os parâmetros das duas amostras, o modelo $r=1$ regista os valores de erro-padrão mais elevados, ao passo que os modelos $r=9$ e $r=10$ os registos de erros-padrão mais baixos.
- Na amostra de homens, a estabilidade dos erros-padrão é mais evidente de $r=3$ a $r=10$ nos parâmetros de localização e escala e de $r=4$ a $r=10$ no parâmetro de forma; na amostra de mulheres, a estabilidade é visível de $r=2$ a $r=10$ nos parâmetros de localização e escala e de $r=2$ a $r=3$, bem como de $r=6$ a $r=10$ no parâmetro de forma.
- Para todos os níveis r , nas duas amostras, observa-se que $\hat{\gamma} < 0$.
- Nas duas amostras, em todos os níveis r , as estimativas dos intervalos com 95% de confiança para o parâmetro de forma, $IC_{95\%}(\gamma)$, só contêm valores negativos. Neste caso, existem evidências para rejeitar a hipótese de o modelo ser Gumbel, pelo que a distribuição de Weibull parece ser uma escolha razoável para os nossos dados.
- Para todos os níveis r , tem-se $\hat{\gamma} > -0.5$, garantindo a exequibilidade das condições de regularidade da máxima verosimilhança.

Tabela 3: Estimativa dos parâmetros, erros-padrão e intervalo com 95% de confiança do modelo das r -maiores observações, ajustado ao lançamento do peso nas amostras de **homens** e **mulheres**, com diferentes níveis r .

r	$\hat{\lambda}$	$se(\hat{\lambda})$	$IC_{95\%}(\lambda)$		$\hat{\delta}$	$se(\hat{\delta})$	$IC_{95\%}(\delta)$		$\hat{\gamma}$	$se(\hat{\gamma})$	$IC_{95\%}(\gamma)$	
+ Homens												
1	22.1914	0.0683	22.06	22.33	0.4020	0.0469	0.310	0.494	-0.3460574	0.0899	-0.522	-0.170
2	22.2217	0.0612	22.10	22.34	0.4233	0.0307	0.363	0.483	-0.4032863	0.0671	-0.535	-0.272
3	22.2680	0.0551	22.16	22.38	0.3971	0.0223	0.353	0.441	-0.3946533	0.0564	-0.505	-0.284
4	22.2745	0.0520	22.17	22.38	0.3860	0.0197	0.347	0.425	-0.3772856	0.0516	-0.478	-0.276
5	22.2852	0.0500	22.19	22.38	0.3829	0.0181	0.347	0.418	-0.3854964	0.0449	-0.474	-0.297
6	22.2772	0.0485	22.18	22.37	0.3785	0.0183	0.343	0.414	-0.3644478	0.0435	-0.450	-0.279
7	22.2789	0.0467	22.19	22.37	0.3717	0.0180	0.336	0.407	-0.3526559	0.0403	-0.432	-0.274
8	22.2851	0.0458	22.20	22.37	0.3693	0.0176	0.335	0.404	-0.3556839	0.0375	-0.429	-0.282
9	22.2721	0.0455	22.18	22.36	0.3716	0.0191	0.334	0.409	-0.3353326	0.0383	-0.410	-0.260
10	22.2665	0.0447	22.18	22.35	0.3692	0.0196	0.331	0.408	-0.3206184	0.0369	-0.393	-0.248
+ Mulheres												
1	20.8633	0.1110	20.65	21.08	0.6415	0.0766	0.491	0.792	-0.1740014	0.1047	-0.379	-0.031
2	21.0102	0.0954	20.82	21.20	0.6345	0.0490	0.538	0.731	-0.2205724	0.0827	-0.383	-0.059
3	21.0504	0.0886	20.88	21.22	0.6230	0.0422	0.540	0.706	-0.2140320	0.0742	-0.359	-0.069
4	21.1175	0.0850	20.95	21.28	0.6197	0.0376	0.546	0.693	-0.2558878	0.0613	-0.376	-0.136
5	21.1702	0.0806	21.01	21.33	0.6060	0.0343	0.539	0.673	-0.2777731	0.0520	-0.380	-0.176
6	21.2242	0.0772	21.07	21.38	0.5959	0.0305	0.536	0.656	-0.3101605	0.0436	-0.396	-0.225
7	21.2304	0.0749	21.08	21.38	0.5895	0.0306	0.530	0.649	-0.3032861	0.0414	-0.385	-0.222
8	21.2451	0.0730	21.10	21.39	0.5833	0.0301	0.524	0.642	-0.3044048	0.0390	-0.381	-0.228
9	21.2474	0.0709	21.11	21.39	0.5758	0.0307	0.516	0.636	-0.2920622	0.0376	-0.366	-0.218
10	21.2426	0.0692	21.11	21.38	0.5701	0.0313	0.509	0.632	-0.2783931	0.0362	-0.349	-0.207

4.4. Seleção de r e ajustamento do modelo

Os gráficos de diagnóstico dos modelos GEV_r mostram o ajustamento para os dados do lançamento do peso, com $r=6$ no caso dos homens (Figura 1) e $r=2$ no caso das mulheres (Figura 2). Nas duas amostras, os gráficos de probabilidade exibem uma tendência praticamente linear, com a nuvem de pontos a distribuir-se aproximadamente ao longo da reta de diagonal $y=x$. Por sua vez, o gráfico de quantis mostra um pequeno desajuste nas caudas da amostra de homens. Geralmente, o gráfico de quantis é preferível ao gráfico de probabilidade. Contudo, conforme adverte Coles ⁽¹⁾, deve usar-se cumulativamente os gráficos de probabilidade e de quantis, uma vez que a percepção de ajustamento razoável num gráfico pode não o ser no outro. Por isso, podemos considerar que pelo *PP-plot* os dados das duas amostras estão bem ajustados, ao passo que pelo *QQ-plot* os dados estão razoavelmente ajustados nas séries de máximos dos homens e bem ajustados nas séries de máximos das mulheres, pelo que os modelos selecionados são adequados.

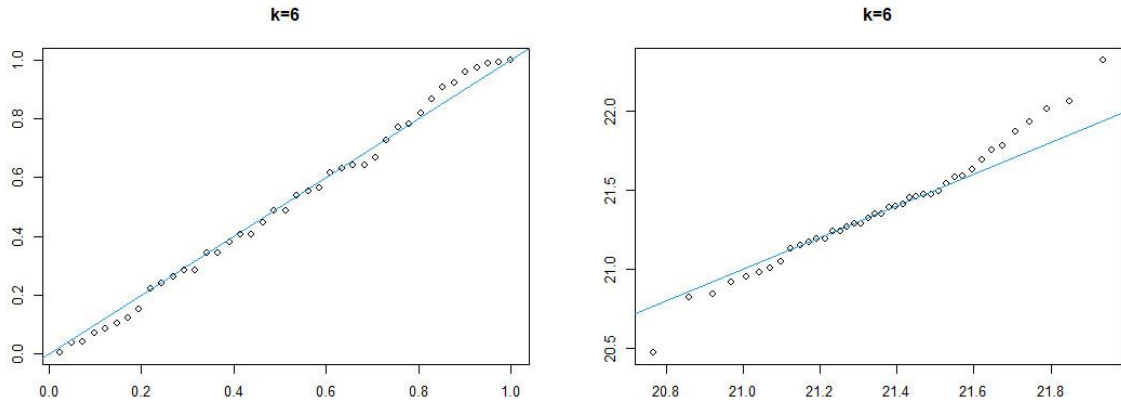


Figura 1: Diagnóstico para o modelo $r=6$ pelos gráficos de probabilidade (esquerda) e de quantis (direita) referente aos dados do lançamento do peso **masculino**, com base no método das r -maiores observações anuais no período de 1980 a 2020.

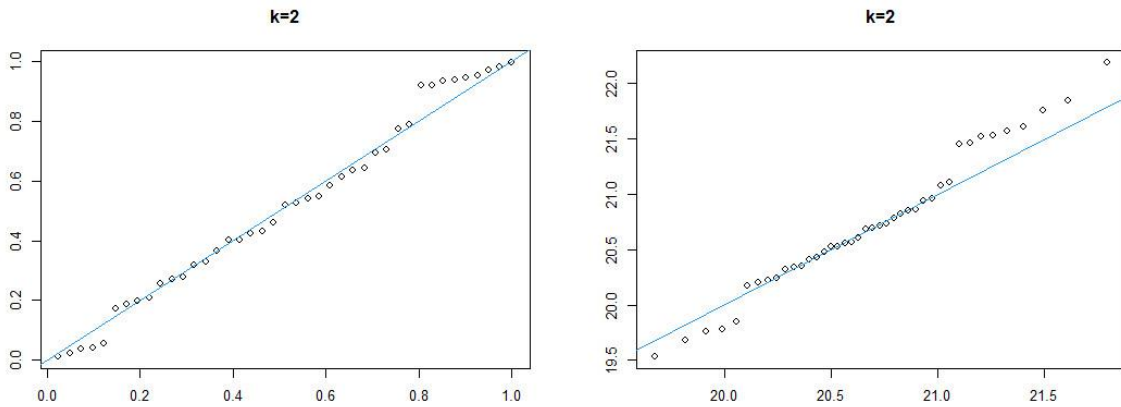


Figura 2: Diagnóstico para o modelo $r=2$ pelos gráficos de probabilidade (esquerda) e de quantis (direita) referente aos dados do lançamento do peso **feminino**, com base no método das r -maiores observações anuais no período de 1980 a 2020.

4.5. Limite superior do suporte, probabilidade de excedência do atual recorde do mundo e quantis extremais

A análise dos gráficos *PP-plot* e *QQ-plot* para todos os níveis r (não apresentado) mostrou que $r=6$ parece ser o “melhor” modelo nas séries de recordes para os homens e $r=2$ para as mulheres. Assim, com base na expressão [8], nestes modelos a probabilidade de, num ano qualquer, obter um novo máximo mundial, é de aproximadamente 1.02% nos homens e 2.31% nas mulheres. Considerando os modelos ajustados para cada uma amostra, uma vez que $\hat{\gamma} < 0$ (Tabela 3), a estimativa do limite superior do suporte, dada em [17], excede o atual recorde do mundo em aproximadamente 0.9% nos homens e 5.6% nas mulheres. Quer nos homens quer nas mulheres, a estimativa pontual de quantis extremais, dada em [9], para $\hat{q}_{0.995}$, $\hat{q}_{0.9975}$ e $\hat{q}_{0.999}$, é sempre superior ao atual recorde do mundo. De notar que

na amostra de homens (Tabela 4), as estimativas do limite superior do suporte, a probabilidade de excedência e dos quantis extremais são maiores no modelo $r=10$, enquanto que nas mulheres são maiores no modelo $r=1$. Genericamente, nos homens, os modelos $r=2$, $r=3$, $r=5$, e nas mulheres os modelos $r=6$ a $r=10$ produzem as estimativas mais baixas.

Tabela 4: Limite superior do suporte, probabilidade de exceder o atual recorde do mundo e alguns quantis extremais em todos os modelos r , em homens e mulheres.

r	HOMENS					MULHERES				
	\hat{x}^F	$P[C>23.12]$	$\hat{q}_{0.995}$	$\hat{q}_{0.9975}$	$\hat{q}_{0.999}$	\hat{x}^F	$P[C>22.63]$	$\hat{q}_{0.995}$	$\hat{q}_{0.9975}$	$\hat{q}_{0.999}$
1	23.35	0.0096	23.17	23.21	23.25	24.55	0.0233	23.08	23.25	23.44
2	23.27	0.0082	23.15	23.18	23.21	23.89	0.0231	22.99	23.12	23.26
3	23.27	0.0086	23.15	23.18	23.21	23.96	0.0255	23.02	23.15	23.30
4	23.30	0.0096	23.16	23.19	23.22	23.54	0.0215	22.91	23.02	23.13
5	23.28	0.0085	23.15	23.18	23.21	23.35	0.0185	22.85	22.94	23.03
6	23.32	0.0102	23.17	23.20	23.23	23.15	0.0143	22.77	22.85	22.92
7	23.33	0.0107	23.17	23.21	23.24	23.17	0.0149	22.78	22.86	22.94
8	23.32	0.0102	23.17	23.20	23.23	23.16	0.0147	22.78	22.85	22.93
9	23.38	0.0132	23.19	23.23	23.27	23.22	0.0158	22.80	22.88	22.96
10	23.42	0.0147	23.21	23.25	23.29	23.29	0.0170	22.82	22.90	22.99

4.6. Estimativa pontual e intervalo com 95% de confiança para os níveis de retorno a 5, 10, 20, 50 e 100 anos

Considerando o modelo $r=6$ no caso dos homens (Tabela 5), a estimativa pontual dos níveis de retorno a t -anos, dada em [12], prediz um novo recorde do mundo nos próximos 100 anos, mais concretamente, em média pelo menos uma vez a cada 92 anos. Contudo, o intervalo com 95% de confiança, dado em [16], para o nível de retorno a 22 anos contém a presença de um novo máximo mundial. Se atendermos aos intervalos com 95% de confiança calculados pela função perfil de log-verosimilhança, o recorde do mundo pode ser obtido a um nível de retorno a 17 anos.

Considerando o modelo $r=2$ das mulheres (Tabela 5), é esperado que um novo recorde do mundo possa ocorrer nos próximos 50 anos, mais concretamente, em média pelo menos uma vez a cada 43 anos, ainda que o $IC_{95\%}$ já contenha para os próximos 21 anos. Se atendermos aos intervalos com 95% de confiança calculados pela função perfil de log-verosimilhança, o recorde do mundo pode ser obtido a um nível de retorno a 16 anos.

Tabela 5: Estimativa pontual e intervalo com 95% de confiança para os níveis de retorno a 5, 10, 20, 50 e 100 anos, para todos os níveis r , nas amostras de homens e mulheres lançadores do peso do atletismo.

r	$\hat{U}(5)$	$\hat{U}(10)$	$\hat{U}(20)$	$\hat{U}(50)$	$\hat{U}(100)$
+ Homens					
1	22.66 (22.53; 22.79)	22.82 (22.69; 22.95)	22.94 (22.79; 23.08)	23.05 (22.88; 23.23)	23.12 (22.92; 23.32)
2	22.70 (22.57; 22.83)	22.85 (22.72; 22.98)	22.95 (22.82; 23.09)	23.05 (22.89; 23.22)	23.11 (22.92; 23.29)
3	22.72 (22.59; 22.85)	22.86 (22.73; 22.99)	22.96 (22.82; 23.10)	23.06 (22.90; 23.22)	23.11 (22.93; 23.29)
4	22.72 (22.59; 22.85)	22.86 (22.73; 22.99)	22.96 (22.82; 23.10)	23.06 (22.90; 23.22)	23.12 (22.94; 23.30)
5	22.72 (22.59; 22.85)	22.86 (22.73; 22.99)	22.96 (22.82; 23.10)	23.06 (22.90; 23.22)	23.11 (22.93; 23.29)
	22.71	22.86	22.96	23.07	23.12
6	(22.59; 22.85) (22.62; 22.83)*	(22.73; 22.99) (22.76; 23.01)*	(22.82; 23.11) (22.86; 23.15)*	(22.90; 23.23) (22.96; 23.29)*	(22.94; 23.31) (23.01; 23.38)*
7	22.71 (22.58; 22.84)	22.86 (22.72; 22.99)	22.96 (22.82; 23.11)	23.07 (22.90; 23.23)	23.12 (22.94; 23.31)
8	22.71 (22.58; 22.85)	22.86 (22.72; 22.99)	22.96 (22.82; 23.10)	23.06 (22.90; 23.23)	23.12 (22.94; 23.31)
9	22.71 (22.58; 22.84)	22.86 (22.72; 22.99)	22.97 (22.83; 23.12)	23.08 (22.91; 23.25)	23.14 (22.95; 23.34)
10	22.71 (22.57; 22.84)	22.86 (22.72; 22.99)	22.97 (22.83; 23.12)	23.09 (22.91; 23.26)	23.15 (22.95; 23.35)
+ Mulheres					
1	21.71 (21.59; 21.83)	22.06 (21.89; 22.22)	22.35 (22.10; 22.60)	22.68 (22.27; 23.09)	22.89 (22.35; 23.44)
	21.82	22.14	22.39	22.67	22.84
2	(21.70; 21.94) (21.59; 22.05)*	(21.98; 22.29) (21.85; 22.42)*	(22.17; 22.62) (22.03; 22.75)*	(22.31; 23.03) (22.19; 23.15)*	(22.38; 23.31) (22.26; 23.43)*
3	21.85 (21.73; 21.97)	22.16 (22.01; 22.32)	22.42 (22.19; 22.65)	22.70 (22.34; 23.05)	22.87 (22.41; 23.34)
4	21.89 (21.77; 22.01)	22.18 (22.03; 22.32)	22.41 (22.20; 22.61)	22.65 (22.33; 22.96)	22.79 (22.39; 23.20)
5	21.91 (21.79; 22.04)	22.18 (22.04; 22.33)	22.40 (22.20; 22.59)	22.61 (22.32; 22.91)	22.74 (22.37; 23.12)
6	21.94 (21.82; 22.06)	22.19 (22.05; 22.33)	22.38 (22.20; 22.56)	22.57 (22.31; 22.84)	22.68 (22.35; 23.01)
7	21.94 (21.82; 22.06)	22.19 (22.05; 22.33)	22.38 (22.20; 22.57)	22.58 (22.31; 22.84)	22.69 (22.36; 23.03)
8	21.95 (21.83; 22.07)	22.20 (22.06; 22.33)	22.39 (22.20; 22.57)	22.58 (22.32; 22.84)	22.69 (22.36; 23.02)
9	21.95 (21.82; 22.07)	22.20 (22.06; 22.34)	22.39 (22.21; 22.57)	22.59 (22.32; 22.85)	22.70 (22.37; 23.04)
10	21.94 (21.82; 22.06)	22.20 (22.06; 22.34)	22.39 (22.21; 22.58)	22.60 (22.33; 22.87)	22.72 (22.38; 23.07)

* intervalo com 95% de confiança calculado pela função perfil de log-verossimilhança.

5. DISCUSSÃO

Neste estudo usamos a Teoria de Valores Extremos e o método das r -maiores observações anuais para estimar a ocorrência de um novo recorde do mundo e a probabilidade de excedência do atual recorde do mundo no lançamento do peso masculino e feminino do atletismo.

Algumas limitações deste estudo estão relacionadas com a escolha do nível r , o qual foi feito com base na informação gráfica dos PP-plot e QQ-plot. Soares & Scotto ⁽¹⁶⁾ apresentaram um procedimento de seleção do nível r baseada na estatística *Deviance*. Porém, detetamos que a aplicação desta metodologia nos nossos modelos originava a rejeição sucessiva do modelo de nível r mais baixo. Esta situação conduzia, inevitavelmente, ao *trade-off* viés-variância, pois à medida que o nível r aumentava diminuía a variância, mas aumentava o viés. Para além disso, a aproximação dos dados à distribuição GEV r não podia ser assegurada. A dificuldade em escolher o nível r é

análoga à escolha do limiar u no método dos excessos acima de um limiar. Sabemos que as dificuldades em selecionar um modelo prendem-se com o facto de nenhum modelo (o qual depende do nível r escolhido) poder ser o melhor em todas as situações. Por esta razão, há que tomar decisões, nem sempre consensuais, mas as que parecem ser as mais adequadas para a escolha do modelo a considerar. No presente estudo e para $r \geq 7$ nos homens e $r \geq 5$ nas mulheres, o ajustamento não é particularmente bom.

Uma limitação inerente ao método das r -MO é a dificuldades em garantir a independência inter-blocos, sendo que intra-bloco esta limitação deixa de existir uma vez que cada atleta contribui apenas com a sua melhor performance. De todo o modo é sempre preferível utilizar mais observações por bloco em vez de apenas uma (tal como ocorre no método dos máximos de blocos), contrariando-se o suposto desperdício de informação presente no método dos máximos de blocos.

Vimos que a estimação do parâmetro de forma é fundamental, dado estar na base na estimação de outras quantidades de interesse. Quer no lançamento do peso masculino quer feminino, em todos os níveis r , observa-se que $\hat{\gamma} < 0$. Este resultado é concordante com o obtido em outros estudos envolvendo amostras de desportistas ^(3,7,8,17,18,19,20,21). O facto de $\hat{\gamma} < 0$, permite estimar o limite superior do suporte. Da mesma forma, as estimativas dos intervalos com 95% de confiança para o parâmetro de forma, $IC_{95\%}(\gamma)$, só contêm valores negativos, o que evidencia o modelo Weibull como uma forte possibilidade de escolha, e, portanto, a adoção do modelo GEV ($\gamma \neq 0$). Conforme Smith ⁽⁹⁾ é importante que se assegurem as condições de regularidade dos estimadores de máxima verosimilhança (i.e., consistência, eficiência, invariância e normalidade assintóticas), sendo as mesmas conseguidas desde que $\hat{\gamma} > -0.5$. Neste estudo, qualquer que seja o nível r , registou-se $\hat{\gamma} > -0.5$, portanto a garantia da existência de condições de regularidade.

Por que é difícil exceder o atual recorde do mundo?

Começamos por fazer notar que os atuais recordes do mundo do lançamento do peso masculino e feminino já permanecem desde 1990 e 1987, respetivamente, os mais longos da história da especialidade de lançamentos (Randy Barnes, EUA, 23.12m, em 20-05-1990; Natalya Lisovskaya, URSS, 22.63m, em 07-06-1987). Antes destes, os 19 anos de espera (1909-1928) nos homens e 14 anos (1934-1948) nas mulheres, ainda que neste

último seja coincidente com o período da II Guerra Mundial. Desde a Era IAAF, o recorde do mundo foi excedido 51 vezes nos homens e 50 vezes nas mulheres. Ou seja, nos homens, de 1909 até 1990, verificou-se um progresso de 7.58m. o que representa um aumento face ao primeiro recorde de, aproximadamente, 48.8%; nas mulheres, de 1934 até 1987, verificou-se um progresso de 8.25m, o que representa um aumento face ao primeiro recorde de, aproximadamente, 57.4%. As estatísticas ordinais deste estudo foram recolhidas entre 01-01-1980 e 31-12-2020. Assim, considerando o ano de 2020, nos homens a melhor marca pertence a Ryan Crouser (EUA) com 22.91m, que é cerca de 0.9% inferior ao atual recorde do mundo; nas mulheres, a melhor marca pertence a Auriol Dongmo (POR) e a Lijiao Gong (China) com 19.53m, inferior ao atual recorde do mundo em cerca de 15.9%. Nos homens, até à atualidade, o progresso mais alto na passagem para um novo recorde do mundo ocorreu de 1964 (Dallas Long, EUA, 20.68m) para 1965 (Randy Matson, EUA, 21.52m), representando um avanço de 4.1%; nas mulheres, o avanço mais significativo ocorreu de 1960 (Tamara Press, URSS, 17.78m) para 1962 (Tamara Press, URSS, 18.55). onde o recorde do mundo evoluiu 4.3%. Perante estes dados percebe-se que a margem de progressão está bastante limitada. Portanto, colocamos outra questão: com base no conhecimento atual, qual a distância-limite que um ser humano pode alcançar no lançamento do peso? Para responder a esta questão, ao longo deste estudo usamos apenas a teoria de valores extremos. Não usamos argumentos do treino, materiais, biomecânica, psicologia, nutrição, etc. E, ainda que em nenhum momento da história do lançamento do peso o recorde do mundo se mantivesse inalterável por 50 ou mais anos, não se pode colocar de parte a possibilidade de tal vir a acontecer. Pelo menos do ponto de vista estatístico! As dificuldades em obter um novo recorde do mundo no lançamento do peso são análogas às de outros estudos envolvendo outras especialidades do atletismo ^(7, 8, 17, 18, 19, 20, 21).

6. CONCLUSÕES

Neste estudo usamos o método das r -maiores observações anuais, a distribuição generalizada de valores extremos, a estimação dos parâmetros extremos por máxima verosimilhança com otimização de Nelder-Mead, para estimar quantidades de interesse referentes ao lançamento do peso, masculino e feminino. Qualquer que seja o nível r , a distribuição das séries de recordes máximos para os homens e para as mulheres tem cauda

curta e finita. A análise gráfica mostrou que o melhor modelo nas séries de recordes máximos masculino é $r=6$ e feminino é $r=2$. Estes modelos têm razoável ajuste nas séries de máximos dos homens e bom ajuste nas séries de máximos das mulheres. A probabilidade de obter, num ano qualquer, um novo recorde do mundo é de, aproximadamente, 1.02% nos homens e 2.31% nas mulheres. O limite superior do suporte estimado excede o atual recorde do mundo em cerca de 0.9% nos homens e 5.6% nas mulheres. Quer nos homens quer nas mulheres, a estimativa pontual dos quantis extremos $\hat{q}_{0.995}$, $\hat{q}_{0.9975}$ e $\hat{q}_{0.999}$ supera o atual recorde do mundo. No caso dos homens, as estimativas pontuais dos níveis de retorno predizem um novo recorde do mundo nos próximos 92 anos, ao passo que nas mulheres é esperado que um novo recorde do mundo possa ocorrer, em média, pelo menos uma vez a cada 43 anos. Contudo, nas duas amostras, os intervalos com 95% de confiança, calculados pelo método delta, já preveem que tal possa acontecer, em média, uma vez nos próximos 22 anos no caso dos homens e nos próximos 21 anos no caso das mulheres, ao passo que pela função de perfil log-verosimilhança os atuais recordes do mundo podem ser excedidos nos próximos 17 anos para os homens e 16 anos para as mulheres lançadores do peso do atletismo.

AGRADECIMENTOS

Esta pesquisa foi parcialmente suportada pela Fundação para a Ciência e a Tecnologia através dos projetos UIDB/04674/2020 (CIMA, Centro de Investigação em Matemática e Aplicações, Universidade Évora) e UIDB/00297/2020 (CMA, Centro de Matemática e Aplicações, Universidade Nova de Lisboa).

REFERÊNCIAS

- [1] COLES, S. **An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values**. London: Springer-Verlag, p.45-73, 2001.
- [2] DIXON, M.J.; TAWN, J.A. **Extreme Sea-Levels at the UK A-Class Sites: Site-By-Site Analyses**. Proudman Oceanographic Laboratory Internal Document No. 65, 1994.
- [3] EINMAHL, J.H.J.; MAGNUS, J.R. Records in athletics through Extreme-Value Theory. **JASA**, v.103, n.484, p.1382-1391, 2008.

- [4] IAAF - International Association of Athletics Federations. **Progression of IAAF World Records**. 2015 edition. Edited by Richard Hymans (ATFS) and Imre Matrahazi (IAAF), Monaco: Multiprint, 2015.
- [5] LEWIS, A.S.; OVERTON, M. Nonsmooth optimization via quasi-Newton BFGS. **Math Program**, v.141, n.1, p.135-163, 2013.
- [6] NELDER, J.A.; MEAD, R. A simplex method for function minimization. **Computer Journal**, v.7, n.4, p.308-313, 1965.
- [7] SILVA, D.; CAEIRO, F.; OLIVEIRA, M. The r -largest order statistics model with application to javelin throw. **Rao Prize Conference**, May 12, 2017, Department of Statistics Eberly College of Sciences at Penn State (USA), 2017. [Available]: https://www.researchgate.net/publication/330521486_The_rlargest_order_statistics_model_with_application_to_javelin_throw_2017_Rao_Prize_Conference.
- [8] SILVA, D.; CAEIRO, F.; OLIVEIRA, M. **Método das r -maiores observações anuais na estimação de quantis extremos no triplo-salto masculino**. Atas do XXIII Congresso da Sociedade Portuguesa de Estatística, 18-21 de outubro de 2017, Instituto Universitário de Lisboa (ISCTE-IUL), p.59-73, 2017. [Disponível]: http://www.spestatistica.pt/images/spe/Livro_de_Atas_Congresso_SPE_2017.pdf.
- [9] SMITH, R.L. Maximum likelihood estimation in a class of nonregular cases. **Biometrika**, v.72, n.1, p.67-90, 1985.
- [10] SMITH, R.L. Extreme value theory on the r -largest annual events. **Journal of Hydrology**, v.86, n.1, p.27-73, 1986.
- [11] SMITH, R.L. Extreme value theory. **AMS conference** “Statistics of Extreme Events”. January 11 2009. [Available]: <http://www.stat.unc.edu/faculty/rs/talks/talks.html>.
- [12] SCHMOLINSKY, G. **Atletismo**. Lisboa: Editorial Estampa, Lda, 1982.
- [13] TAWN, J.A. Bivariate extreme value theory: Model and estimation. **Biometrika**, v.77, n.2, p.245-253, 1988.
- [14] DWASS, M. Extremal processes. **Annals of Mathematical Statistics**, v.35, n.4, p.1718-1725, 1964.
- [15] LAMPERTI, J. On extreme order statistics. **Annals of Mathematical Statistics**, v.35, n.4, p.1726-1737, 1964.

- [16] SOARES, C.G.; SCOTTO, M.G. Application of the r largest-order statistics for long-term predictions of significant wave height. **Coastal Engineering**, v.51, n.5-6, p.387-394, 2004.
- [17] SILVA, D. **Estatística de Extremos: Limites da Performance Humana - estudo com lançadores e saltadores do atletismo**. Tese de Doutoramento em Matemática, área de especialização em Estatística, Universidade de Évora, Instituto de Investigação e Formação Avançada, Portugal, 2020.
- [18] CAEIRO, F.; SILVA, D. & OLIVEIRA, M. **Men's performance in triple jump: an approach with extreme value theory**. SMTDA Conference Proceedings, 12-15 June 2018, Chania, Creete, Greece, 2018.
- [19] SILVA, D.; CAEIRO, F. & OLIVEIRA, M. Modelação estatística de valores extremos: probabilidades de excedência, quantis extremos, limite superior do suporte e níveis de retorno no lançamento do disco do atletismo. **Revista de Estatística da Universidade Federal de Ouro Preto**, VII, p.16-31, 2018.
- [20] SILVA, D.; CAEIRO, F. & OLIVEIRA, M. **Modelling of nonstationary extremes in women's hammer throw track and field competitions**. V Workshop on Computational Data Analysis and Numerical Methods, May 11-12 2018, Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Felgueiras, Instituto Politécnico do Porto. Book of Abstracts, p.37-38, 2018. [Available] https://www.researchgate.net/publication/340665673_Modelling_of_nonstationary_extremes_in_women's_hammer_throw_track_and_field_competitions.
- [21] SILVA, D.; CAEIRO, F. & OLIVEIRA, M. Aplicação da metodologia peaks over threshold ao salto em comprimento do atletismo. **Revista Brasileira de Biometria**, v.36, n.4, p.753-779, 2018.

WEBGRAFIA

- URL: <https://www.worldathletics.org>
- URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Shot_put
- URL: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Olympic_records_in_athletics
- URL: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_world_records_in_athletics
- URL: https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_Portuguese_records_in_athletics