

## O estudo de quadriláteros notáveis no livro didático de Matemática: um olhar para a organização matemática

André Pereira da Costa  
Marilene Rosa dos Santos

**Resumo:** Este estudo teve por objetivo investigar a organização matemática presente em um livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental sobre o conceito de quadriláteros notáveis. O referencial teórico está sustentado, sobretudo, na Teoria Antropológica do Didático. A metodologia apresenta uma abordagem qualitativa com caráter de análise documental. Os dados dessa investigação assinalam que o tipo de tarefa mais presente na obra é  $T_M$  - *Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável*. As técnicas aplicadas centram-se essencialmente em visualização e no uso das representações geométricas. O bloco tecnológico-teórico está apoiado nos tipos e propriedades de ângulos, nas definições e propriedades dos quadriláteros e nas operações fundamentais. Logo, a Geometria, as Grandezas e Medidas e a Aritmética dão suporte a constituição desse bloco.

**Palavras-chave:** Quadriláteros. Teoria Antropológica do Didático (TAD). Organizações Matemáticas.

## The study of notable quadrilaterals in a Mathematics textbook: a look to the mathematical organization

**Abstract:** This study aimed to investigate the mathematical organization present in a didactic book of Mathematics of the 6th year of elementary school on the concept of remarkable quadrilaterals. The theoretical reference is supported, above all, in the Didactic Anthropological Theory. The methodology presents a qualitative approach with the character of documentary analysis. The data of this investigation indicate that the type of task most present in the work is  $T_M$  - *To determine the measure of a geometric magnitude associated with a notable quadrilateral*. The applied techniques focus essentially on visualization and the use of geometric representations. The technological-theoretical block is based on the types and properties of angles, the definitions and properties of the quadrilaterals and the fundamental operations. Therefore, Geometry, Magnitude and Measures and Arithmetic support the constitution of this block.

**Keywords:** Quadrilaterals. Didactic Anthropological Theory (ATD). Mathematical Organizations.

## El estudio de los cuadriláteros notables en el libro didáctico de Matemáticas: una mirada a la organización matemática

**Resumen:** Este estudio tuvo por objetivo investigar la organización matemática presente en un libro didáctico de Matemáticas del 6º año de la Enseñanza Fundamental sobre el concepto de cuadriláteros notables. El referencial teórico está sustentado, sobre todo, en la Teoría Antropológica del Didáctico. La metodología presenta un abordaje cualitativo con carácter de análisis documental. Los datos de esta investigación señalan que el tipo de tarea más presente en la obra es  $T_M$  - *Determinar la medida de una magnitud geométrica asociada a un cuadrilátero notable*. Las técnicas aplicadas se centra esencialmente en la visualización y el uso de las representaciones geométricas. El bloque tecnológico-teórico está apoyado en los tipos y propiedades de ángulos, en las definiciones y propiedades de los cuadriláteros y en las operaciones fundamentales. Luego, la Geometría, Magnitudes y Medidas y la Aritmética dan soporte a la constitución de ese bloque.

**Palabras clave:** Cuadriláteros. Teoría Antropológica del Didáctico (TAD). Organizaciones Matemáticas.

**André Pereira da Costa**   
Doutor em Educação Matemática e Tecnológica pela Universidade Federal de Pernambuco (UFPE). Professor na rede pública estadual de ensino em Recife, Pernambuco, Brasil. ✉ [andre.pcosta@outlook.com](mailto:andre.pcosta@outlook.com)

**Marilene Rosa dos Santos**   
Doutora em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal Rural de Pernambuco (UFRPE). Professora da Universidade de Pernambuco (UPE), *campus* Garanhuns, e docente colaboradora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Pernambuco, Brasil. ✉ [rosa.marilene@gmail.com](mailto:rosa.marilene@gmail.com)

Recebido em 13/10/2018  
Aceito em 12/12/2018  
Publicado em 01/05/2019

## 1 Introdução

A presente pesquisa busca discutir sobre a organização matemática relacionada ao estudo de quadriláteros notáveis em um livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, que foi aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2015 e usado em várias escolas brasileiras da rede pública, dentre elas, uma localizada na cidade de Recife, Pernambuco.

O nosso interesse em realizar esse estudo perpassa, em um primeiro momento, da função definida ao livro didático como recurso relevante à prática pedagógica dos professores de Matemática, que, geralmente, é a única fonte que esse profissional utiliza em sala de aula. Em um segundo momento, o conceito de quadriláteros notáveis exerce uma significativa função na Geometria escolar, tendo em vista que ela está presente em representações do mundo físico, em articulação com outras disciplinas curriculares (Geografia, Artes e Física) e em conexão com outros campos matemáticos (Álgebra, Grandezas e Medidas, Números e Operações etc.).

Uma das justificativas do ensino da Geometria no ambiente escolar é sua forte presença em diversos cenários cotidianos. Desde os primeiros meses de vida, as crianças pequenas são introduzidas ao convívio com a Geometria, tanto por meio da aprendizagem dos movimentos, como ao ato de reconhecer os objetos que constituem seu entorno. Em seguida, com o progresso motor e cognitivo, as crianças passam a desenvolver práticas geométricas mais sofisticadas como, por exemplo, as referentes à localização, ao entendimento de deslocamentos, à representação de objetos da realidade física, à identificação de figuras geométricas e à consolidação do saber de natureza geométrica. Ainda, a Geometria contribui com a evolução tecnológica e científica sentida atualmente na sociedade, portanto, é um campo fundamental à formação profissional (LIMA e CARVALHO, 2010).

Hoje, contudo, a maior parte dos estudantes apresenta baixos desempenhos em relação aos conceitos geométricos, em diferentes níveis de escolarização da educação básica. Esse fenômeno pode ser verificado, por exemplo, nos resultados apresentados pelas avaliações em larga escala, entre elas, o Programa Internacional de Avaliação de Estudantes – PISA (OECD, 2015), o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB (BRASIL, 2015) e o Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco – SAEPE (PERNAMBUCO, 2015).

Além disso, várias pesquisas realizadas no âmbito da Educação Matemática sinalizam que alunos do Ensino Fundamental (COSTA e CÂMARA DOS SANTOS, 2015b; 2016a; 2017a; 2017b), do Ensino Médio (COSTA e CÂMARA DOS SANTOS, 2015a; 2016b), estudantes de

licenciatura em Matemática (COSTA e ROSA DOS SANTOS, 2016d; 2017a; 2017b) e professores de Matemática (COSTA e CÂMARA DOS SANTOS, 2016c) possuem dificuldades conceituais de aprendizagem em relação aos quadriláteros notáveis, particularmente, em situações de produção, de classificação e de inclusão de classe.

As indicações curriculares, como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997), os Parâmetros Curriculares da Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012) e a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), sinalizam que a formalização do conceito de quadriláteros notáveis deve ocorrer no 6º ano do Ensino Fundamental. Dessa forma, estudantes de níveis escolares subsequentes deveriam ter condições de lidar com esse conceito quando explorado em diferentes situações. Todavia, isso não tem se verificado.

Nesse sentido, emerge uma questão como problema de nossa pesquisa: Como o conceito de quadriláteros notáveis é abordado em um livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, utilizado em uma escola pública de Recife, Pernambuco?

Nesta pesquisa, trazemos respostas para tal questão, isto é, temos por objetivo analisar a praxeologia matemática do conceito de quadriláteros notáveis existente em um livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental. Então, consideramos como referencial teórico a definição de quadriláteros tomada por Costa (2019), além da Teoria Antropológica do Didático (TAD), desenvolvida por Chevallard (1999).

Para tanto, apresentaremos, em seguida, a fundamentação teórica adotada, o desenho metodológico e as análises dos dados produzidos. Finalmente, nossas considerações finais e referências.

## 2 O conceito de quadriláteros notáveis

Para definirmos quadriláteros na Geometria Euclidiana, vamos produzir quatro pontos quaisquer em um plano ou uma superfície (hiperbólica ou elíptica), os pontos  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , porém, com a condição de que três deles não estejam incluídos em uma mesma reta. Assim, chamamos de quadrilátero  $ABCD$ , o conjunto de pontos pertencentes aos segmentos de reta  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$  e  $AD$ , ou ainda a porção do plano formada por todos esses segmentos de reta (COSTA, 2019). A Figura 1 apresenta dois exemplos de representações de quadriláteros.

Com base na figura a seguir, é possível identificarmos dois grupos de quadriláteros na Geometria Euclidiana Plana: os notáveis e os não notáveis. Os quadriláteros notáveis

compreendem os paralelogramos e os trapézios. Além disso, os paralelogramos incluem ainda o quadrado, o retângulo e o losango. Já os quadriláteros não notáveis correspondem aos não paralelogramos e aos quadriláteros não convexos.

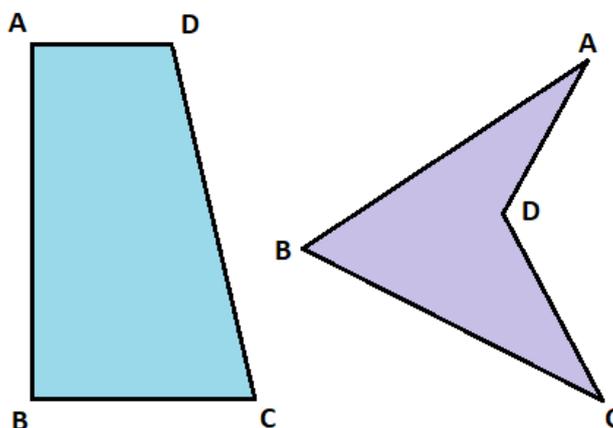


Figura 1: Exemplos de quadriláteros (Elaboração dos Autores)

Dessa forma, na Figura 1 o quadrilátero do lado esquerdo é do grupo dos notáveis (um trapézio), já o da direita é da família dos não notáveis (um quadrilátero não convexo). Além disso, segundo Januário (2013), os quadriláteros euclidianos planos apresentam as seguintes propriedades: em todo quadrilátero, a soma dos ângulos internos é igual a  $360^\circ$ ; todo quadrilátero apresenta somente duas diagonais; todo quadrilátero possui quatro vértices, quatro ângulos internos e quatro lados.

Para uma melhor compreensão, observemos na Figura 2 a representação dos grupos dos quadriláteros notáveis definidos nesse texto.

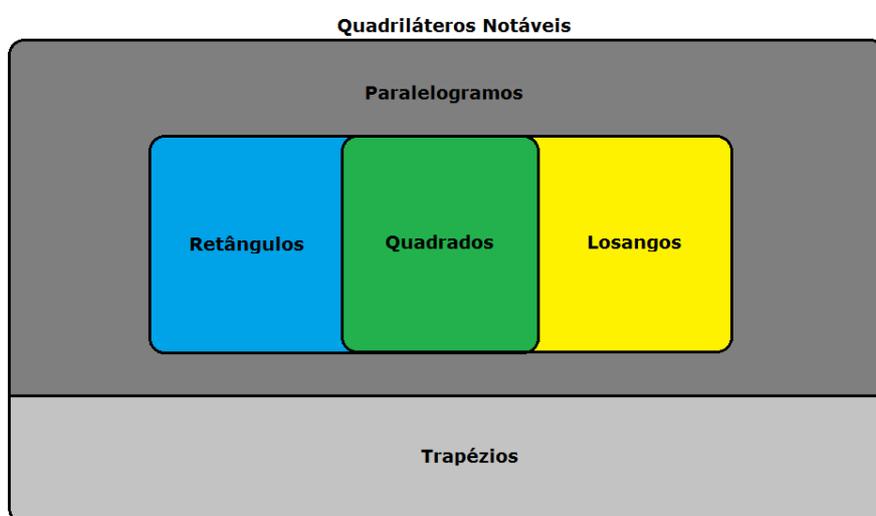


Figura 2: Representação dos grupos dos quadriláteros notáveis (Elaboração dos Autores)

Concordamos com Costa (2016e, 2019) ao destacar a importância do trabalho do professor de Matemática em sala de aula, propondo atividades que abordem os quadriláteros em

situações de produção, de classificação e de inclusão de classe. Assim, os alunos poderão superar suas dificuldades conceituais de aprendizagem, sobretudo, as derivadas por um ensino de Geometria com foco na identificação de figuras geométricas em posição prototípica<sup>1</sup>.

### 3 A Teoria Antropológica do Didático

Para o estudo sobre a abordagem do conceito de quadriláteros notáveis em um livro didático do 6º ano do Ensino Fundamental, principalmente, a organização matemática no que se refere esse objeto geométrico, foi importante considerarmos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), que foi desenvolvida por Chevallard (1999) na década de 1990. Para Araújo (2009), essa teoria pode ser considerada como uma extensão da teoria da transposição didática, a partir da problemática ecológica.

Segundo Chevallard (1999), a TAD estuda o homem diante do saber matemático e, mais particularmente, frente a situações matemáticas, partindo do princípio que todo trabalho matemático aparece como resposta a um tipo de tarefa. Para isso, esse autor, além de considerar o sistema didático formado por aluno, professor e saber, também leva em consideração que esses elementos humanos do sistema são sujeitos da instituição estudada.

Nesse sentido, toda atividade humana pode ser descrita por um modelo único, ou seja, uma organização praxeológica ou praxeologia. Então, comparar a área de duas figuras geométricas planas, digitar um texto, preparar o almoço ou construir um gráfico são exemplos de atividades humanas, tipos de tarefas que podem ser realizadas por uma pessoa (ROSA DOS SANTOS, 2015).

Toda praxeologia é formada por quatro elementos, o tipo de tarefa, a técnica, tecnologia e teoria. Os dois primeiros elementos têm o papel de caracterizar o *saber-fazer*, assim, está justificado o uso do prefixo *práxis*. Já os dois últimos componentes relacionam-se ao *saber*, que corresponde ao radical *logos* (CHEVALLARD, 1999). Como nesse estudo o nosso foco será com esses componentes, então, dedicaremos mais tempo a eles.

Em relação à noção de tipos de tarefas, o pesquisador francês sinaliza que esse elemento praxeológico refere-se ao sentido antropológico da teoria, tendo em vista que abrange somente as ações de natureza humana. Frequentemente, a noção de tipo de tarefa está associada a um objetivo evidente e verdadeiro, em geral, indicado em princípio a partir de um verbo de ação mais

---

<sup>1</sup> Figuras desenhadas em posição prototípica, isto é, figuras com o lado maior paralelo as bordas horizontais da folha de papel.

o complemento da frase, como por exemplo, *Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável*.

Ao destacar os conceitos de tipos de tarefas e de tarefas, Chevallard (1999) discute que mesmo verificando fortes relações, contudo, é possível verificar diferenças entre esses dois termos. O tipo de tarefa pode ser definido como um conjunto de tarefas que incorporam várias tarefas, que apresentam as mesmas características. Como ilustração disso, analisemos  $T_D$  – Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada ao quadrilátero notável, como um tipo de tarefa. Vejamos agora,  $T_{D1}$ : Determinar a medida do comprimento dos lados de um quadrado,  $T_{D2}$ : Determinar a medida da abertura dos ângulos internos de um retângulo, como tarefas de  $T_D$ . Nesse caso, as tarefas ( $T_{D1}$  e  $T_{D2}$ ) fazem parte de um tipo de tarefa ( $T_D$ ).

Regularmente, todo tipo de tarefa pode ser solucionado de diferentes formas. Além disso, para explicar certa técnica, diferentes justificativas podem ser produzidas. Contudo, para a Teoria Antropológica do Didático, o centro de investigação é a identificação das técnicas, além dos elementos tecnologia e teoria, que são característicos nas instituições (CHEVALLARD, 1999).

Desse modo, para que uma técnica exista é necessária uma justificativa, que tem por finalidade apreciar e explicar essa técnica em relação à sua prática e sua validação. Do mesmo modo, a tecnologia tem por objetivo justificar a técnica, favorecendo ao entendimento do tipo de tarefa.

A tecnologia é uma sentença, uma premissa geralmente possível de se compreender. Diante certas circunstâncias, há a demanda de se justificar a tecnologia, progredindo para um momento mais abrangente de explicação, chegando assim, a etapa da teoria. Nessa perspectiva, a teoria busca produzir uma argumentação ampla, cuja função é interpretar e justificar a tecnologia.

Em vista disso, tendo por base que o saber matemático é o resultado da atividade humana, pois, ele pode ser justificado por meio da praxeologia, nos interessamos nesse estudo em investigar os tipos de tarefas abordados no capítulo do livro sobre os quadriláteros notáveis, as técnicas mobilizadas na resolução das tarefas e, ainda, a tecnologia e a teoria utilizadas para justificar as técnicas empregadas.

Por meio de uma revisão de literatura<sup>2</sup>, encontramos apenas dois trabalhos brasileiros (COSTA e ROSA DOS SANTOS, 2018a; 2018b) que investigaram sobre a abordagem dos

---

<sup>2</sup> Essa revisão de literatura foi realizada em setembro de 2018, na qual foi feito um levantamento da produção acadêmica brasileira disponível online nos últimos cinco anos (2013-2018), em base de dados periódicos científicos, em bancos de teses e dissertações, em especial, Google Acadêmico, Scielo e BDTD (Biblioteca Brasileira Digital de Teses e Dissertações).

quadriláteros notáveis em livro didático com suporte da TAD. A maioria dos estudos realizados no Brasil, com apoio desse quadro teórico, foca nos objetos matemáticos vinculados à Álgebra e às Grandezas e Medidas.

No primeiro estudo, Costa e Rosa dos Santos (2018a) analisaram os tipos de tarefas explorados em um livro didático de Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental, relacionados ao conceito de quadriláteros notáveis. Os pesquisadores encontraram 109 tarefas, que foram organizadas em nove tipos de tarefas:

- $T_M$  – Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável
  - $T_R$  – Reconhecer quadriláteros
  - $T_E$  – Nomear elementos que compõem quadriláteros notáveis
  - $T_C$  – Construir quadriláteros
  - $T_V$  – Validar proposições sobre os quadriláteros notáveis
  - $T_I$  – Estabelecer inclusão de classes entre os quadriláteros notáveis correspondentes
  - $T_L$  – Localizar em um plano cartesiano as coordenadas dos vértices de um quadrilátero notável
  - $T_P$  – Reconhecer propriedades dos quadriláteros notáveis
  - $T_D$  – Associar elementos da definição ao quadrilátero notável correspondente.
- (COSTA e ROSA DOS SANTOS, 2018a, p. 362)

Nesse trabalho, entre os itens analisados, o tipo de tarefa mais presente no capítulo do livro investigado é  $T_M$  – *Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável*, com uma frequência aproximada de 38,5% do total de tarefas.

Na segunda pesquisa, Costa e Rosa dos Santos (2018b) realizaram análise dos tipos de tarefas evidentes em um livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, também referente aos quadriláteros notáveis. No total, foram identificadas 32 tarefas e seis tipos de tarefas:  $T_M$ ,  $T_R$ ,  $T_P$ ,  $T_D$ ,  $T_C$  e  $T_I$ . Todos esses tipos de tarefas foram verificados em Costa e Rosa dos Santos (2018a).

Nesse estudo, o tipo de tarefa mais frequente no capítulo do livro analisado é  $T_M$  – *Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável*, com um índice de 31, 25% do total de tarefas.

Aqui percebemos que  $T_M$  é o tipo de tarefa mais presente nos dois livros didáticos analisados pelos investigadores. Além disso, o 6º ano apresenta um menor número de tipos de

tarefas, ao se comparar com o 8º ano do Ensino Fundamental. É importante destacar que as obras analisadas não eram dos mesmos autores.

Julgamos que nossa pesquisa se diferencia das mencionadas acima, pois não nos limitamos em apenas realizar a identificação dos tipos de tarefas presentes em um livro didático. Outrossim, nosso trabalho mostra a análise da organização matemática referente ao objeto matemático quadriláteros notáveis em um livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental.

#### **4 O desenho metodológico da pesquisa**

Nesta pesquisa, realizamos a análise do livro didático por ser um relevante apoio pedagógico, sendo bastante empregado pelos professores de Matemática, em diversas situações de sala de aula no ensino básico.

Desse modo, esse recurso didático introduz ao ensino e à aprendizagem mais um protagonista, o seu autor, que estabelece diálogos com o professor e com o estudante. Nessa interação, o livro didático é o produto de escolhas sobre os conteúdos matemáticos a serem estudados, sobre as técnicas mobilizadas para que os alunos aprendam de modo mais adequado, e sobre a lógica curricular durante os níveis escolares (CARVALHO e LIMA, 2010).

Dessa maneira, conforme esses investigadores, é determinada uma teia de conexões que relacionam quatro elementos: o primeiro é formado pelo autor e pelo livro didático, o segundo pelo professor, o terceiro pelo aluno e o quarto pelo saber matemático.

Diante deste contexto, esta pesquisa apresenta uma análise documental, na qual fizemos uso de uma abordagem qualitativa. Foi escolhido um livro didático de Matemática do 6º ano do Ensino Fundamental aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático de 2015, adotado em uma escola pública de Recife (PE). Aqui não mencionaremos a autoria do livro, já que não foi nosso objetivo avaliar sua qualidade, tendo em vista que ele já foi aprovado de forma institucional pelo Governo Federal. Então, investigamos o tópico destinado ao conceito de quadriláteros notáveis.

Na análise dos dados produzidos, verificamos a organização matemática do conceito dos quadriláteros notáveis propostas pelos autores da obra. O livro estudado é formado por um conjunto de 14 capítulos, entre eles, é o quarto capítulo que aborda os quadriláteros notáveis de maneira mais regular. Tal tópico apresenta os conceitos geométricos de ângulos, retas paralelas,

retas perpendiculares, polígonos e quadriláteros. O capítulo dedica apenas sete páginas ao objeto matemático analisado nesse estudo.

Esse capítulo apresenta, além dos tópicos relacionados aos conceitos escolares, itens referentes à leitura complementar, seções de contexto, resolução de problemas, exploração de atividades práticas a serem realizadas pelos estudantes acerca dos conceitos trabalhados, um item que revisa todo o capítulo e um item que apresenta exercícios no término do capítulo que explora tudo o que foi estudado.

Além disso, no livro dedicado ao professor, há anexos que apresentam os procedimentos resolutivos das atividades propostas por todos os capítulos do livro. Por fim, há ainda um dicionário.

Essencialmente, o estudo referente à análise do livro didático foi definido em dois momentos. No primeiro, foram levantados e identificados os tipos de tarefas frequentes no capítulo do livro concernente ao conceito de quadriláteros notáveis. No segundo, realizamos a análise praxeológica pontual referente ao tipo de tarefa mais frequente no livro analisado.

Na indicação da quantidade de tarefas foram apreciados os itens propostos pelo livro, até mesmo nos cenários que exploravam vários itens, logo, cada item foi sinalizado como uma tarefa.

## 5 Análise dos dados produzidos

Na análise do livro didático, sobretudo, no estudo sobre o tópico do capítulo relacionado ao conceito de quadriláteros notáveis, evidenciamos 34 tarefas que envolvem quadriláteros, no entanto duas dessas tem um caráter pessoal e por isso não serão analisadas a luz da TAD. Dessa forma, temos um total de 32 tarefas que foram organizadas em oito tipos de tarefas, como estão ilustradas na Tabela 1.

Aqui evidenciamos que seis tipos de tarefas propostos por Costa e Rosa dos Santos (2018a; 2018b) foram verificados em nosso estudo:  $T_M$ ,  $T_R$ ,  $T_D$ ,  $T_P$ ,  $T_I$  e  $T_C$ . Além disso,  $T_V$  foi sinalizado apenas em Costa e Rosa dos Santos (2018a), e  $T_E$  não foi identificado em nenhum dos dois estudos referendados.

Tabela 1: Tipos de tarefas evidenciados no livro didático e suas respectivas quantidades

	Tipos de tarefas	Quantidade
$T_M$	Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável	10
$T_R$	Reconhecer quadriláteros notáveis	06
$T_V$	Validar proposições sobre os quadriláteros notáveis	06
$T_D$	Associar elementos da definição ao quadrilátero notável correspondente	04
$T_E$	Enunciar propriedades dos quadriláteros notáveis	03
$T_P$	Reconhecer propriedades dos quadriláteros notáveis	01
$T_I$	Estabelecer inclusão de classes entre os quadriláteros notáveis correspondentes	01
$T_C$	Construir quadriláteros	01
<b>Total</b>		<b>32</b>

Fonte: Dados da Pesquisa

Como podemos perceber na Tabela 1, a maioria dos tipos de tarefas corresponde a determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável –  $T_M$ , com cerca de 31,5% de frequência. Tal fato também foi verificado nos estudos de Costa e Rosa dos Santos (2018a; 2018b), isto é, no primeiro estudo,  $T_M$  esteve presente em 38,5%, enquanto que na segunda pesquisa, esse índice foi de 31,25%.

No livro analisado, para esse tipo de tarefa, constatamos que duas grandezas estão sendo evidenciadas: a abertura de ângulos e o comprimento. Entendemos que esse fato ocorreu, porque os autores do livro didático analisado trabalham de forma em espiral, retomando e aprofundando cada objeto de estudo ao longo do capítulo. Logo, envolver outras grandezas na abordagem dos quadriláteros é uma forma de agregar valores ao que está sendo estudado.

Para analisar a organização matemática pontual desse tipo de tarefa separamos em dois subtipos, no qual chamaremos de  $T_{M1}$  e  $T_{M2}$ , conforme a Tabela 2.

Tabela 2: Distribuição dos subtipos de tarefa “Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável ( $T_M$ )” no capítulo do livro destinado a quadriláteros.

Tipo de tarefa	Subtipos de tarefas	Quantidade
T <sub>M</sub> - Determinar a medida de uma grandeza geométrica associada a um quadrilátero notável	T <sub>M1</sub> - Determinar a medida do comprimento dos lados de um quadrilátero.	05
	T <sub>M2</sub> - Determinar a medida do ângulo interno de um quadrilátero.	05

Fonte: Dados da Pesquisa

No subtipo T<sub>M1</sub> a técnica (t<sub>M1</sub>) a ser empregada para resolver a tarefa é medir com instrumentos de medidas as grandezas geométricas associadas aos quadriláteros ou em outra situação, realizar a contagem da quantidade de quadrados necessários que compõe o comprimento e multiplicar pela medida do comprimento do lado do quadrado, o mesmo procedimento para determinar a medida da largura. O produto encontrado é a medida do comprimento ou da largura do quadrilátero, como podemos observar na Figura 3.



Figura 3: Ilustração do tipo de tarefa T<sub>M1</sub> presente no livro didático investigado (Livro Analisado)

Em relação ao subtipo T<sub>M2</sub> inferimos que a técnica (t<sub>M2</sub>) consiste em utilizar uma das propriedades do trapézio retângulo “possui dois ângulos internos retos, um ângulo agudo e outro obtuso”, do trapézio isósceles “apresenta dois ângulos agudos congruentes e dois ângulos obtusos iguais” e, em seguida, estabelecesse uma relevante conexão entre os ângulos internos dos quadriláteros, “a soma dos ângulos internos de um quadrilátero qualquer é equivalente a 360°”. Assim, no caso do trapézio CRIS, é possível verificar que os ângulos S e C medem 90° cada um, enquanto que o ângulo I corresponde à metade da abertura de um ângulo reto, logo, mede 45°. Desse modo, a soma das medidas desses ângulos subtraída de 360° dará o valor da medida do ângulo R, que é igual a 135°, observemos na Figura 4.

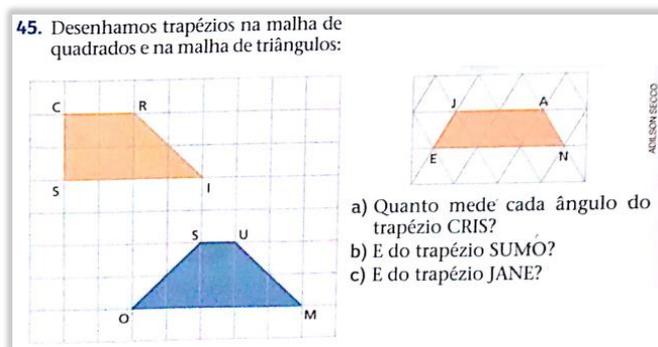


Figura 4: Ilustração do tipo de tarefa  $T_{M2}$  presente no livro didático investigado (Livro Analisado)

No caso do trapézio *SUMO*, como ele é isósceles e com o auxílio das malhas, o aluno perceberá que os ângulos *O* e *M* são agudos e congruentes, então, medem  $45^\circ$ . Como *S* e *U* também são iguais e obtusos, pela soma das medidas desses ângulos subtraída de  $360^\circ$  dará o total da medida dos outros ângulos, mas, para de fato, ter o valor de cada medida de ângulo é necessário ainda dividir por dois. O mesmo procedimento será utilizado para o trapézio *JANE*.

Todavia, caso não compreenda as propriedades desses trapézios, fazendo uso apenas de aspectos visuais, pensamos que parte dos estudantes não resolverá esse subtipo de tarefa, uma vez que não é disponibilizada de forma explícita a medida da abertura de um dos ângulos na representação geométrica desses quadriláteros.

Em ambos os subtipos de tarefa, o bloco tecnológico-teórico está apoiado nos tipos e propriedades de ângulos, nas definições e propriedades dos quadriláteros e nas operações fundamentais. Logo, a Geometria, Grandezas e Medidas e a Aritmética dão suporte a esse bloco.

Em seguida, reconhecer quadriláteros notáveis –  $T_R$  foi o segundo tipo de tarefa mais presente no capítulo analisado, refletindo aproximadamente 19% do quantitativo de tarefas. Nesse tipo de tarefa, sinalizamos que há um realce no reconhecimento dos quadriláteros notáveis tendo por base sua representação geométrica, como podemos observar na Figura 5.

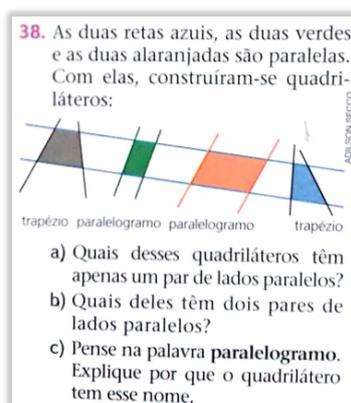


Figura 5: Ilustração do tipo de tarefa  $T_R$  presente no livro didático investigado (Livro Analisado)

Por meio da Figura 5, é possível constatar que o reconhecimento dos trapézios e dos paralelogramos pelos estudantes ocorrerá mediante a representação geométrica dessas figuras, nesse tipo de tarefa. Como a tarefa se restringe ao aspecto visual, o aluno poderá usar como técnica ( $t_R$ ) a aparência global e as informações contidas na tarefa, como por exemplo, a questão do paralelismo de retas desses quadriláteros na sua resolução.

Nesse caso, o estudante sabendo que as retas paralelas mantêm a mesma distância entre si, identificará que a primeira e a última imagem da figura acima possuem apenas um par de lados paralelos, assim como que as demais possuem dois pares de lados paralelos.

Um ponto que merece ser destacado ainda nesse tipo de tarefa é com relação aos desenhos utilizados pelos autores do livro didático na ilustração dos quadriláteros, especialmente, no que se refere às suas localizações no plano. Pela figura acima, notamos que os desenhos são apresentados em diferentes formatos, representando uma importante autonomia em referência às posições prototípicas.

Também em segundo lugar, validar proposições sobre os quadriláteros notáveis –  $T_V$  foi um dos tipos de tarefa mais presente, com cerca de 19% do geral de itens investigados. Nesse tipo de tarefa há um destaque para as características do retângulo, conforme apresentando na Figura 6.

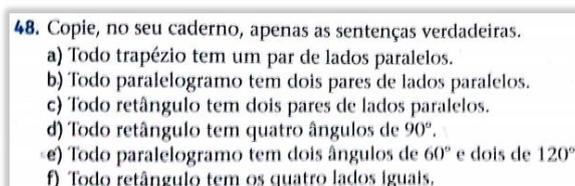


Figura 6: Ilustração do tipo de tarefa  $T_V$  presente no livro didático investigado (Livro Analisado)

A posteriori, em terceiro lugar, associar elementos da definição ao quadrilátero correspondente –  $T_D$  foi o tipo de tarefa mais manifesto no livro didático, sendo frequente em 12,5% do total de itens analisados. Como podemos verificar na ilustração da Figura 7, nesse tipo de tarefa, há um realçamento nos elementos da definição do trapézio.

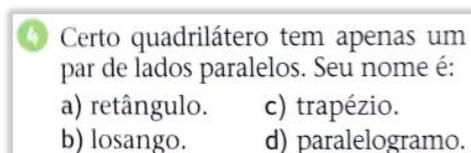


Figura 7: Ilustração do tipo de tarefa  $T_D$  presente no livro didático pesquisado (Livro Analisado)

Dessa forma, nesse tipo de tarefa é expressa uma proposição que traz unidades da definição do trapézio, então, o aluno será capaz de relacionar tal sentença com o quadrilátero

notável supracitado. Possivelmente, ficaria mais significativo ao processo de aprendizagem dos alunos, que o item requeresse a construção desse e de outros objetos geométricos por meio dos elementos de suas definições.

O quarto tipo de tarefa mais evidente no capítulo analisado foi enunciar propriedades dos quadriláteros notáveis –  $T_E$  com uma frequência de 9% do total de itens. Nesse tipo de tarefa há uma ênfase às propriedades do quadrado e do retângulo – talvez, numa tentativa do estudante estabelecer relações entre essas propriedades, percebendo que todo quadrado é um retângulo – , como ilustrado na Figura 8.

**39.** Todo paralelogramo tem dois pares de lados paralelos. Essa é uma característica (ou propriedade) do paralelogramo.  
 a) Cite uma propriedade do retângulo. (Dica: Basta pensar no nome.)  
 b) Cite duas propriedades do quadrado.

Figura 8: Ilustração do tipo de tarefa  $T_E$  presente no livro didático pesquisado (Livro Analisado)

Como podemos evidenciar no tipo de tarefa exemplificado na Figura 8, o aluno poderá enunciar um atributo partilhado entre o quadrado e o retângulo: “*todos os ângulos são congruentes*”; além de perceber um componente que os discrimina em alguns cenários: “*todo quadrado possui os comprimentos dos lados com medidas congruentes*”.

Nessa direção, o aluno poderá compreender que todo quadrado é retângulo, porém, o contrário não procede (o retângulo não é quadrado), contribuindo assim com o seu processo de aprendizagem. Contudo, torna-se imprescindível que o livro didático explore tarefas que demandem o estabelecimento de características próprias de outros quadriláteros notáveis, em diferentes situações, entre elas, de construção e de comparação.

Posteriormente, em quinto lugar, reconhecer propriedades dos quadriláteros notáveis –  $T_P$  foi o tipo de tarefa mais frequente, sendo verificado em torno de 3% dos itens pesquisados. Nesses itens há uma ênfase às propriedades do quadrado e do retângulo, como encontra-se ilustrado na Figura 9.

**47.** Com base nos exemplos de trapézios que você já viu, diga se é verdade que todos eles têm dois ângulos agudos e dois ângulos obtusos. No caderno, justifique sua resposta. (Dica: Observe o exercício 45.)

Figura 9: Ilustração do tipo de tarefa  $T_P$  presente no livro didático pesquisado (Livro Analisado)

É considerável mencionar que  $T_P$  não pode ser englobada como  $T_R$ , tendo em vista que a antecedente ( $T_P$ ) tem por cerne básico identificar propriedades dos quadriláteros notáveis, logo, não tem finalidade de reconhecer essas figuras por meio das propriedades. Desse modo, como é concebível perceber no item apresentado na Figura 6, o aluno sinalizará, a título de exemplo, um atributo do quadrado que o retângulo igualmente apresenta, mas caso ele tenha consolidado, em experiências preliminares, os conceitos de quadrado e de retângulo. Enquanto que tem por âmago reconhecer o quadrilátero notável por meio de diferentes estratégias: pelo aspecto global, pelos componentes da definição, ou pelas propriedades (como exemplo, ver a Figura 5).

Ainda em quinto lugar, estabelecer inclusão de classe entre os quadriláteros notáveis correspondentes -  $T_I$  foi outro tipo de tarefa identificado, explorando a articulação entre as propriedades do quadrado e do losango, como sinalizado na Figura 10.



Figura 10: Ilustração do tipo de tarefa  $T_I$  presente no livro didático pesquisado (Livro Analisado)

No livro didático, esse tipo de tarefa foi evidenciando em apenas 3% entre os 32 itens analisados. Como podemos perceber na figura acima, a questão proposta poderá produzir um relevante conflito cognitivo no aluno, na qual, deverá mobilizar a inclusão de classe entre os dois quadriláteros notáveis (o losango e o quadrado), mas, para isso, é necessário que ele tenha consolidado o estudo das propriedades dessas figuras geométricas.

Nesse contexto, essa tarefa deveria apresentar uma maior frequência no livro didático, devido sua importância à aprendizagem geométrica. Para tanto, o trabalho com cenários de produção e de comparação podem se tornar uma importante oportunidade aos estudantes.

Finalmente, assim como no caso anterior, também em quinto lugar, construir quadriláteros notáveis -  $T_C$  foi o tipo de tarefa mais evidente, apresentando uma frequência de 3% da totalidade analisada. Esse tipo de tarefa teve como cerne a construção de não paralelogramos e/ou de quadriláteros não convexos, como ilustrado pela Figura 11.

e. Você consegue desenhar um quadrilátero que não seja quadrado, retângulo, paralelogramo, losango nem trapézio? Um aluno fará o desenho no quadro de giz.

Figura 11: Ilustração do tipo de tarefa  $T_C$  presente no livro didático investigado (Livro Analisado)

Como podemos observar, tal tipo de tarefa poderá representar um importante salto de qualidade em relação à aprendizagem, pois em sua resolução, isto é, na produção de um quadrilátero não notável, o aluno deverá explorar os *invariantes operatórios*<sup>3</sup> desses objetos geométricos.

Para mais, consideramos que o livro didático, assim como o professor em sala de aula, deve abordar outros tipos de tarefas referentes à construção de quadriláteros notáveis que ocasionem conflitos cognitivos nos estudantes. Entre essas construções, citamos a produção de retângulos dado uma de suas diagonais, e a construção de quadrado dado um dos seus vértices e seu centro<sup>4</sup>.

## 6 Considerações

Perante os dados produzidos no estudo, verificamos que a Teoria Antropológica do Didático (TAD), principalmente a análise da organização matemática, possibilita configurar a maneira como o conceito de quadriláteros notáveis é vivenciado nos livros didáticos utilizados nas aulas de Matemática da educação básica, sobretudo no 6º ano do Ensino Fundamental. Desse modo, foi possível identificar quais os atributos desse conceito são abordados e, bem como, os que são esquecidos.

A análise do tópico relativo aos quadriláteros notáveis viabilizou constatar um resistente movimento em explorar esse saber a partir da medida de grandezas geométricas. Desse modo, há um maior destaque às Grandezas e Medidas do que à Geometria.

Ainda, os cenários de produção são eventualmente frequentes, em particular, quando as tarefas são relacionadas à construção de quadriláteros por meio das diagonais, dos centros e dos lados. Aqui, é relevante salientar que essas tarefas não foram encontradas no livro didático investigado.

<sup>3</sup> Ou seja, as propriedades.

<sup>4</sup> Em geral, no ensino de Matemática, as tarefas relacionadas à produção de quadriláteros notáveis, demandam que o aluno construa um retângulo (ou um quadrado) apenas a partir de um dos seus lados ou com base em apenas um dos seus vértices. Esse fenômeno pode causar um obstáculo didático à aprendizagem desse aluno.

Portanto, o estudo da organização matemática desenvolvido nesta pesquisa sinaliza a demanda por tarefas que abordem o conceito de quadriláteros notáveis por meio de cenários de produção desse objeto matemático, fazendo utilização dos seus atributos nas produções. Esse fenômeno é capaz de promover o progresso do pensamento matemático dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental.

## Referências

- ARAÚJO, Abraão Juvencio. *O ensino de Álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria Antropológica do Didático*. 2009. 292f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Sistema de Avaliação da Educação Básica: Matemática*. Brasília: INEP, 2015.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Base Nacional Comum Curricular*. 3. versão revista. Brasília: MEC/SEB, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de; LIMA, Paulo Figueiredo. *Escolha e uso do livro didático*. In: CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de. (Org.). *Matemática: Ensino Fundamental*. v. 17. Brasília: MEC/SEB, 2010, p. 15-30.
- CHEVALLARD, Yves. *L'analyse de des pratiques enseignantes en Théorie Anthropologique du Didactique*. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, v. 19, n. 2, p. 221- 266, 1999.
- COSTA André Pereira da. *A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do Ensino Fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana*. 2016e. 243f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife.
- COSTA, André Pereira da. *A construção de um modelo de níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico: o caso dos quadriláteros notáveis*. 2019. 401f. Tese (Doutorado em Educação Matemática e Tecnológica) – Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife.
- COSTA André Pereira da; CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. *Aspectos do pensamento geométrico demonstrados por estudantes do Ensino Médio em um problema envolvendo o conceito de quadriláteros*. In: XIV CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2015, Tuxtla Gutiérrez. Anais da XIV CIAEM. Tuxtla Gutiérrez: CIAEM, 2015a, p.1-9.
- COSTA André Pereira da; CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. *Estudo dos quadriláteros notáveis por meio do GeoGebra: um olhar para as estratégias dos estudantes do 6º ano do Ensino Fundamental*. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, São Paulo, v. 5, n. 2, p. 3-17, 2016a.

COSTA André Pereira da; CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. Investigando os níveis de pensamento geométrico de alunos do 6º ano do Ensino Médio: um estudo envolvendo os quadriláteros. In: 4º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2015, Ilhéus. Anais do 4º SIPEMAT: Educação Matemática e contextos da diversidade cultural. Ilhéus: UESC, 2015b, p. 998-1009.

COSTA André Pereira da; CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. [Níveis de pensamento geométrico de alunos do ensino médio no Estado de Pernambuco: um estudo sob o olhar vanhieliano](#). *Em Teia*, Recife, v.7, n. 3, p. 1-19, 2016b.

COSTA André Pereira da; CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. [O desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo dos quadriláteros notáveis sob à ótica vanhieliana](#). *Educação Matemática em Foco*, Campina Grande, v. 6, n. 2, p. 1-31, 2017b.

COSTA André Pereira da; CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. [O pensamento geométrico de professores de Matemática do ensino básico: um estudo sobre os quadriláteros notáveis](#). *Educação Online*, Rio de Janeiro, n. 22, p.108-126, maio/ago. 2016c.

COSTA André Pereira da; CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. [O uso do GeoGebra no ensino de quadriláteros notáveis: um estudo com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental](#). *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*, São Paulo, v. 6, n. 2, p. 10-24, 2017a.

COSTA André Pereira da; ROSA DOS SANTOS, Marilene. [O conceito de quadriláteros notáveis sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático: um olhar para os tipos de tarefas em um livro didático de Matemática](#). *Educação Matemática em Revista*, Brasília, v. 59, p. 39-52, 2018b.

COSTA André Pereira da; ROSA DOS SANTOS, Marilene. [O pensamento geométrico de professores de Matemática em formação inicial](#). *Educação Matemática em Revista – RS*, Porto Alegre, v. 2, n. 17, p.1-20, 2017b.

COSTA André Pereira da; ROSA DOS SANTOS, Marilene. [Os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico de estudantes de uma Licenciatura em Matemática no Estado de Pernambuco: um estudo sob a ótica da teoria de Van-Hiele](#). *Educação Online*, Rio de Janeiro, n. 25, p.63-86, maio/ago. 2017a.

COSTA André Pereira da; ROSA DOS SANTOS, Marilene. [Os quadriláteros notáveis no 8º ano do Ensino Fundamental: um estudo sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático](#). *Revista de Educação Matemática*, São Paulo, v. 15, n. 19, p. 353-372, 2018a.

COSTA André Pereira da; ROSA DOS SANTOS, Marilene. [Um estudo sobre o pensamento geométrico de estudantes de Licenciatura em Matemática no estado de Pernambuco](#). In: XII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2016, São Paulo. Anais do XII ENEM: A Educação Matemática na Contemporaneidade – desafios e possibilidades. São Paulo: SBEM, 2016d, p. 1-12.

JANUÁRIO, Antônio Jaime. *Desenho geométrico*. 4. ed. Florianópolis: Editora da UFSC, 2013.

OECD. Programme for International Student Assessment. [Pisa 2015 – Results in Focus](#). Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD, 2015.

PERNAMBUCO. Secretaria de Estado da Educação de Pernambuco. *Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio*. Recife, Juiz de Fora: SEE-PE/CAEd-UFJF, 2012.

PERNAMBUCO. Secretaria de Estado da Educação de Pernambuco. *Sistema de Avaliação da Educação Básica de Pernambuco: Matemática*. Revista da Gestão Escolar, Juiz de Fora, 2015.

ROSA DOS SANTOS, Marilene. *A transposição didática do conceito de área de figuras planas no 6º ano do Ensino Fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático*. 2015. 282f. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática) – Departamento de Educação. Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife.