

Significados de Divisão: análise de estratégias de estudantes do quarto e do quinto ano do Ensino Fundamental

Angelica da Fontoura Garcia Silva

Daiane Silva Andrade

Resumo: Este artigo teve o objetivo de investigar estratégias utilizadas por alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental ao resolverem situações que envolviam as ideias da divisão de partilha e quota. Os dados foram coletados por meio da aplicação de um questionário diagnóstico. A análise das informações coletadas foi fundamentada em estudos que versam sobre a divisão e seu ensino. As respostas dos estudantes investigados mostraram evidências de que eles, no geral, compreenderam situações que englobavam a ideia de divisão entre números naturais; reconheceram a operação como a que resolvia as situações. Todavia, a maioria deles encontrava dificuldades para realizar os procedimentos de cálculo. Quanto as estratégias, a maioria utilizou-se da divisão apoiando-se na multiplicação.

Palavras-chave: Educação Matemática. Anos Iniciais. Aprendizagem da divisão. Estratégias de alunos.

The Meanings of Division: An analysis of the strategies of fourth and fifth-grade students

Angelica da Fontoura Garcia Silva

Doutora em Educação Matemática pela PUC/SP, professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, São Paulo, Brasil.

 <https://orcid.org/0000-0002-2435-9240>

✉ angelicafontoura@gmail.com

Daiane Silva Andrade

Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática pela Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, São Paulo, Brasil.

 <https://orcid.org/0000-0001-8570-3124>

✉ daiane_silva59@hotmail.com

Recebido em 03/05/2021

Aceito em 08/09/2021

Abstract: This article investigated strategies used by students of the 4th and 5th grade of elementary school when solving situations that involved the ideas of the division of share and quota. The data were collected through of a diagnostic questionnaire. The analysis of the information collected was based on studies that deal with the division and its teaching. The answers of the students investigated showed evidence that they generally understood situations that encompassed the idea of division between natural numbers; they recognised the division operation as the one that solved the situations. However, most of them found it difficult to perform the calculation procedures. Regarding the resolution strategies, most of them used division based on the multiplication.

Keywords: Mathematics education. Early years. Division learning. Students' strategies.

Significados de la división: análisis de las estrategias de los estudiantes de cuarto y quinto año de primaria

Resumen: El objetivo de este artículo es investigar las estrategias utilizadas por los alumnos de 4º y 5º de la enseñanza primaria para resolver situaciones que envolvían las ideas de división de reparto y cuota. Los datos fueron recolectados mediante la aplicación de un cuestionario de diagnóstico. El análisis de la información recopilada se basó en estudios que abordan la división y su enseñanza. Las respuestas de los estudiantes investigados indicaron que ellos, en general, comprendieron situaciones que englobaban la idea de división entre números naturales y reconocieron la operación como la que solucionó las situaciones.

Sin embargo, a la mayoría de ellos les resultó difícil realizar los procedimientos de cálculo. En cuanto a las estrategias, la mayoría utilizó la división, apoyándose en la multiplicación.

Palabras clave: Educación matemática. Enseñanza primaria. Aprendizaje de la división. Estrategias del alumno.

1 Introdução

A divisão entre Números Naturais é um conteúdo complexo, que gera desafios aos alunos (NASCIMENTO, SILVA, TELES E PESSOA, 2020; SPINILLO, 2015; VERGNAUD, 2009). Vergnaud (2009), por exemplo, discute que tais dificuldades estão relacionadas a questões tanto conceituais como operacionais. O autor destaca como complexidade de ordem conceitual o resultado da operação, argumenta que,

[...] enquanto a adição, a subtração e a multiplicação são sempre exatas, no sentido de que o resultado resulta efetivamente da aplicação do operador ao operando, a divisão, por sua vez, não é sempre exata e o quociente não é, por si só, o resultado da aplicação do operador ao operando. O verdadeiro resultado é o par (quociente, resto), podendo o resto ser nulo. Disto decorre que a divisão, como regra operatória, não seja exatamente o inverso da multiplicação, exceto se incluídas ali as relações complexas que, de todas as formas, ultrapassam as capacidades das crianças. Enquanto no plano dos números e dos operadores numéricos as transformações x^n e $\div n$ são inversas uma da outra, a operação de divisão por n não é o inverso da multiplicação por n . (VERGNAUD, 2009, p. 190)

No que concerne às regras operatórias, o autor discute que a complexidade dessa operação está ligada à necessidade de o estudante compreender outras operações — subtração e multiplicação, por exemplo — e buscar “tateio ou enquadramento dos algarismos do quociente.” (VERGNAUD, 2009, p. 190). Aliado a isso, o autor afirma que a construção do conceito está intimamente ligada à proposição de situações envolvendo diferentes significados.

Consideramos — assim como Castela (2005), Alcobia (2014) e Humphreys e Parker (2019) que os processos de ensino e de aprendizagem da divisão em um ambiente escolar tem sido pouco proveitoso. Sobre o desempenho de crianças com idades entre 10 e 12 anos, analisamos 3 pesquisas: Alcobia (2014); Nascimento et al. (2020) e Castela (2005). Elas procuram identificar qual a compreensão que os participantes tinham sobre o conceito de divisão em diferentes situações e sobre os procedimentos de cálculo utilizados.

Alcobia (2014) identifica que os estudantes investigados recorriam a estratégias aditivas e multiplicativas diversas, entre elas: a adição repetida de parcelas iguais, a subtração, os fatores de referência, o dobro, a multiplicação sucessiva e a multiplicação em coluna. Observa também que os alunos que se utilizavam da representação do algoritmo da divisão recorriam, para isso, a uma estratégia multiplicativa. Em um estudo brasileiro mais recente, Nascimento, Silva, Teles e Pessoa (2020, p. 323) também observaram a maioria dessas estratégias e descreveram ainda a

utilização de cálculo mental e a realização de operações diversas com “valores do enunciado, podendo chegar ou não à resposta correta do problema”.

Já Castela (2005) nota que, embora os alunos pesquisados tenham utilizado o algoritmo da divisão para resolver ao menos uma das situações apresentada, menos do que 50% não dominavam a técnica operatória.

Da mesma forma, Humphreys e Parker (2019) consideram que os processos de ensino e aprendizagem da divisão poderia ser visto em um sentido mais amplo, ou seja, com diversas estratégias de resolução. Para essas autoras, “talvez, em um futuro não muito distante, os estudantes serão aliviados da carga de ter de passar uma quantidade excessiva de tempo memorizando longos e complicados procedimentos matemáticos que não compreendem e que serão realizados por máquinas nos dias atuais.” (HUMPHREYS; PARKER, 2019, p. 96).

Em concordância com as autoras, partimos da ideia de que, quando o estudante tem conhecimento de outras estratégias de resolução, ele pode escolher como prefere apresentar a solução, que pode seguir diversos percursos, não exclusivamente um único método.

Em consonância com esses resultados de pesquisas tais situações também são propostas como a serem tratadas nos primeiros anos de escolaridade em documentos curriculares.

No final da década de 90, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), por exemplo, indicavam a necessidade de os professores promover o ensino por meio da proposição de diferentes significados da divisão. Nesse contexto o professor deveria “conferir significados à divisão, associadas às ações de ‘repartir (igualmente)’ e determinar quanto cabe [referindo-se aos significados de partilha e cota]” (BRASIL, 1997, p. 72).

Da mesma forma mais de 20 anos depois a Base Nacional Comum Curricular para a Educação Básica – BNCC – (BRASIL, 2018) propõe que os alunos dos anos iniciais desenvolvam habilidades de resolver problemas “envolvendo os diferentes significados da multiplicação e divisão” (BRASIL, 2018, p. 287), propondo o desenvolvimento das habilidades EF03MA081 e EF04MA07:

(EF03MA08) Resolver e elaborar problemas de divisão de um número natural por outro (até 10), com resto zero e com resto diferente de zero, com os significados de repartição equitativa e medida, por meio de estratégias e registros pessoais.
(EF04MA07) Resolver e elaborar problemas de divisão cujo divisor tenha no máximo dois algarismos, envolvendo os significados de repartição equitativa e de medida, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos. (BRASIL, 2018, p. 287 e p. 291).

¹ O código EF03MA08 é composto da seguinte forma: as duas primeiras letras indicam a etapa de ensino – EF, Ensino Fundamental. Os dois números indicados a seguir referem-se a previsão do ano no qual tal habilidade será desenvolvida – 03, 3º ano. O par de letras indica que vem a seguir – MA – refere-se ao componente curricular Matemática. Os dois últimos números indicam a posição da habilidade na numeração sequencial do terceiro ano do Ensino Fundamental “08”.

A análise da descrição dessas duas habilidades nos leva a inferir que ao final do quarto ano do Ensino Fundamental espera-se que os alunos resolvam e elaborem situações-problema envolvendo a ideia de partilha e cota. Nesse contexto, consideramos a relevância de se analisar estratégias utilizadas por estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao resolver esse tipo de situação.

Assim, neste estudo nos propomos a investigar as estratégias utilizadas por alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental ao resolverem situações que envolviam as ideias de partilha e quota da divisão. Os resultados aqui apresentados também servirão de referência para estudos realizados pelas professoras dos alunos investigados sobre o ensino da divisão.

Para apresentar esta pesquisa, inicialmente discutiremos questões ligadas ao marco teórico do estudo. Em seguida, exporemos os procedimentos utilizados. Depois, debateremos e analisaremos os resultados encontrados para, ao final, tecer nossas considerações finais.

2 Fundamentação Teórica

Para discutir os significados da divisão, apoiamo-nos tanto nos estudos de Fischbein et al. (1985) quanto nos de Vergnaud (1983, 2009). Os autores classificam duas situações que envolvem a divisão: partilha e cota. A ideia de divisão por partilha ocorre quando um objeto, ou uma coleção de objetos, é dividido em partes iguais e o dividendo é maior que o divisor; nesse caso, o divisor deve ser um número inteiro, e o quociente deve ser menor que o dividendo. A divisão por cotas envolve a ideia de medida; assim, busca-se determinar quantas vezes certa quantidade está contida numa maior; a única restrição para esse caso é que o dividendo seja maior que o divisor (FISCHBEIN et al., 1985).

Observamos que essas duas classes de situações já eram indicadas a serem trabalhadas com alunos dos primeiros anos de escolaridade desde os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – (BRASIL, 1997).

Nos estudos sobre a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1983, 2009), buscamos apoio tanto para os pressupostos que envolvem as estruturas multiplicativas como para a ideia de esquema em ação. Segundo o estudo desenvolvido pelo pesquisador, o conceito é constituído de três conjuntos: situações (S) que dão significado ao conceito, invariantes (I) que se constituem em relações e propriedades já conhecidas do objeto matemático em questão, manipuladas pelos alunos para resolver a situação utilizando-se de representações simbólicas (R), as quais nos dão indícios procedimentos utilizados para lidar com os invariantes.

Além disso, buscamos apoio na teoria desenvolvida pelo autor para o conceito de esquema, o qual permite ao estudante organizar ações e utilizar os mesmos invariantes diante de situações análogas ou adaptá-los para utilizá-los em novas situações. Tais adaptações ou analogias são observadas nos esquemas de ação construídos pelos estudantes em suas interações para resolver as situações com as quais são confrontados.

3 Procedimentos metodológicos

Para a realização da presente pesquisa, foi aplicado um questionário — de caráter diagnóstico — a quatro alunos. Destes, dois eram do quarto ano e dois do quinto. Buscávamos identificar suas estratégias ao resolverem situações de partilha e cota, conforme relatamos anteriormente.

A aplicação desse questionário ocorreu de forma presencial e foi feita com todos os alunos presentes. O número reduzido de participantes se deve ao momento pandêmico de esfera global que estamos atravessando. Os testes não foram oferecidos de forma virtual, pois demos preferência à análise presencial, a qual garantia que estaríamos livres de quaisquer interferências externas. A resolução por parte dos estudantes participantes deste estudo durou, em média, uma hora, foi observada pela pesquisadora deste trabalho, com a presença das professoras das turmas, e se deu quando as professoras estavam ensinando e/ou revisando a temática divisão dentro do conteúdo programático em tempos de pandemia.

A seguir, apresentaremos, no Quadro 1, as situações na ordem em que foram propostas. S1 não envolvia a ideia de divisão, mas foi escolhida por considerarmos que poderia ser o cenário para a elaboração das outras situações. Apoiadas em Vergnaud (2009), elegemos uma situação que envolvia a composição de medidas, pois, segundo esse autor, esse é um tipo de atividade que os alunos do quarto ano, geralmente, já dominam. As demais propostas envolviam a divisão com significado de partilha — S2 e S4 — e cota — S3.

Quadro 1. Questionário apresentado aos estudantes investigados

S1- João e Maria precisam ir ao supermercado comprar frutas e legumes para o restaurante que eles possuem; para isso, fizeram esta lista:	
FRUTAS	LEGUMES
49 BANANAS	33 BETERRABAS
38 MAÇÃS	45 CEBOLAS
54 PERAS	39 TOMATES
27 TANGERINAS	30 CENOURAS
Baseando-se na lista de João e Maria, responda às perguntas a seguir: a- Quantas frutas serão compradas? b- Quantos legumes serão comprados? c- Quantos alimentos serão comprados?	
S2- João e Maria foram ao mercado e fizeram suas compras. O total de alimentos foi colocado em três carrinhos de supermercado contendo a mesma quantidade de alimentos. Quantos itens foram colocados em cada carrinho?	
S3- O supermercado dispõe de sacolas plásticas para armazenar as compras, sabendo que em cada sacola cabem 35 alimentos, quantas sacolas com 35 alimentos serão necessárias para armazenar toda compra?	
S4- Pensando na preservação do meio ambiente, João e Maria não querem utilizar as sacolas plásticas que o supermercado oferece. Para isso, trouxeram 21 caixas pequenas de papelão para levarem os alimentos até o restaurante. Quantos alimentos foram colocados em cada caixa de forma que não sobre nenhum alimento?	

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Analisando as três últimas situações, é possível observar que S2 e S4 envolviam a divisão por partes, ou seja, a ideia de razão entre grandezas distintas — alimentos e carrinhos, e alimentos e caixas. Já S3 exemplifica a ação de dividir a medida de grandezas de mesma natureza — alimentos e alimentos.

É possível notar que as três últimas situações são resolvidas pela divisão; todavia, sob o ponto de vista de Vergnaud (2009), as ideias envolvidas em S2 e S4 são diferentes das observadas em S3. Em S2 e S4, ocorre uma divisão por partes, pois o tamanho das partes em que o todo foi dividido é definido a partir do todo — alimentos — e do número de partes — carrinhos e caixas. Em S3, determina-se a quantidade de quotas a partir do todo — quantidade total de alimentos — e de uma quota preestabelecida — 35 alimentos — divisão por quotas.

4 Análise e discussão dos dados

Partindo de nossa observação, os alunos apresentaram a leitura e a interpretação do texto dentro do esperado para o ano em que estavam cursando, ou seja, aparentemente mostravam que identificavam a operação que resolvia as situações propostas. O Quadro 2 exibe a ideia envolvida em cada situação e os resultados — Respostas Corretas e Erradas — observados na resolução das quatro situações apresentadas aos cinco estudantes.

Quadro 2. Quantidade de acertos e erros por situação e alunos investigados

Situação	Ideia envolvida	Quantidades de respostas corretas (C) e erradas (E) de cada aluno ao resolver as situações					
		Aluno 1 (A1)	Aluno 2 (A2)	Aluno 3 (A3)	Aluno 4 (A4)	Total	
						C	E
S1	Composição	C	C	C	C	4	0
S2	Partilha	E	E	C	C	2	2
S3	Quota	E	E	E	C	1	3
S4	Partilha	E	E	E	C	1	3
Total	C	1	1	2	4	8	
	E	3	3	2	0		8

Fonte: elaborado pelas autoras.

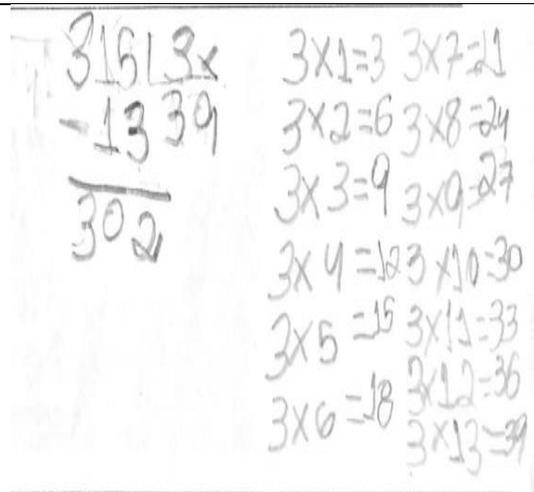
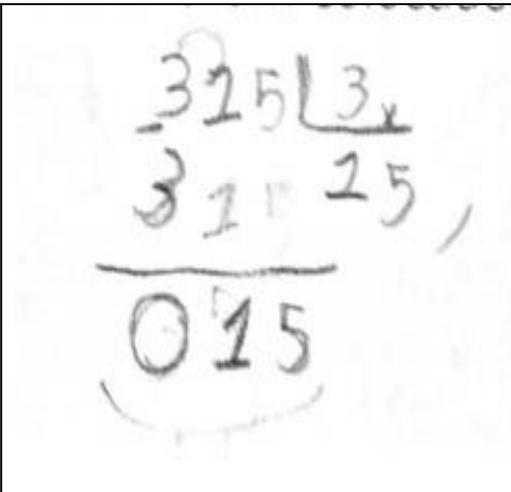
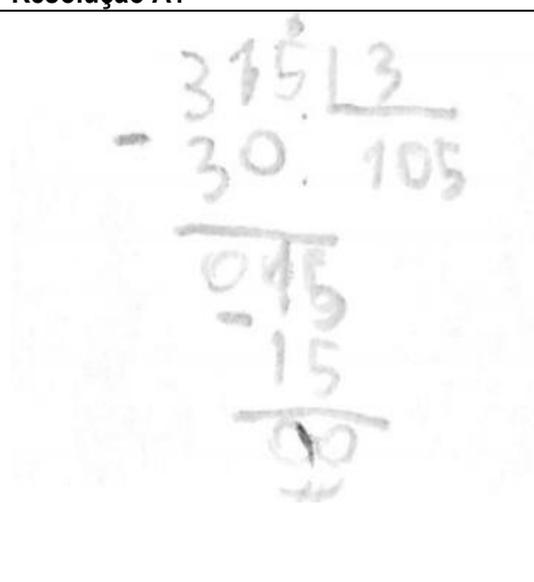
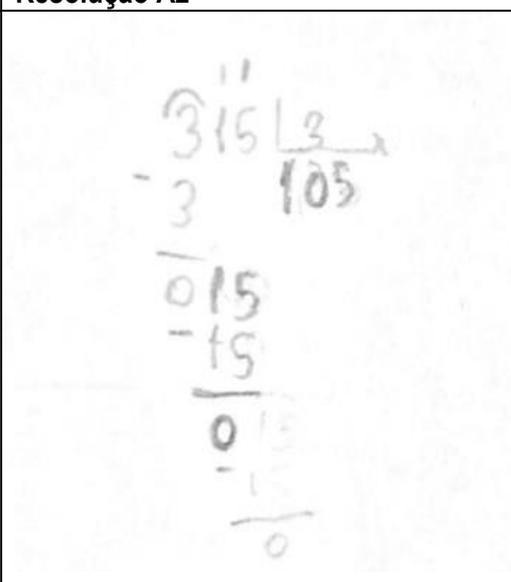
Em uma primeira análise do Quadro 2, é possível perceber que, como era esperado, todos os estudantes investigados resolveram corretamente a primeira situação que envolvia a ideia de composição de medidas. Já as situações que apresentaram a ideia de divisão — tanto as relacionadas à partilha como a que representava a quota — não foram solucionadas de modo adequado por todos os participantes. A seguir, analisaremos as estratégias e os erros cometidos em cada uma das situações.

Nossa opção de analisar a natureza dos erros cometidos fundamenta-se nos estudos de Spinillo et al. (2015). As autoras afirmam que errar é preciso e inevitável, os erros mostram o modo de raciocínio do estudante. A partir da coleta de informações, foi possível identificar as estratégias utilizadas pelos quatro estudantes investigados. Na sequência, apresentaremos a discussão e a análise de cada uma das situações.

Estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver a Situação 2.

No Quadro 3, expomos a resolução dos quatro estudantes. Depois, discutiremos suas estratégias e procuraremos compreender o raciocínio utilizado por eles, com base em Spinillo et al. (2015).

Quadro 3. Respostas apresentadas pelos quatro estudantes investigados para a Situação 2

<p>S2- João e Maria foram ao mercado e fizeram suas compras. O total de alimentos foi colocado em três carrinhos de supermercado contendo a mesma quantidade de alimentos. Quantos itens foram colocados em cada carrinho?</p>	
	
Resolução A1	Resolução A2
	
Resolução A3	Resolução A4

Fonte: elaborado pelas autoras.

Observamos que esses 4 estudantes se valeram da divisão para resolver a situação. Provavelmente, compreenderam que se tratava de uma partilha igualitária. Analisando as respostas, também é possível perceber que 2 alunos — A3 e A4 — resolveram corretamente a divisão. Entretanto, A3 iniciou os procedimentos de cálculo considerando que precisaria dividir 31 dezenas em 3 partes iguais; já A4 começou repartindo 3 centenas em 3 partes para depois operar com a dezena.

A imagem das respostas dadas pelos outros dois alunos — A1 e A2 — permitem-nos inferir que eles não apresentam compreensão dos procedimentos de cálculo. A2 parece desconhecer a propriedade da composição aditiva presente nos Números Naturais.

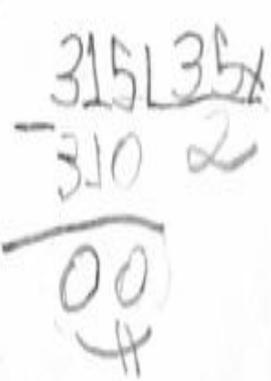
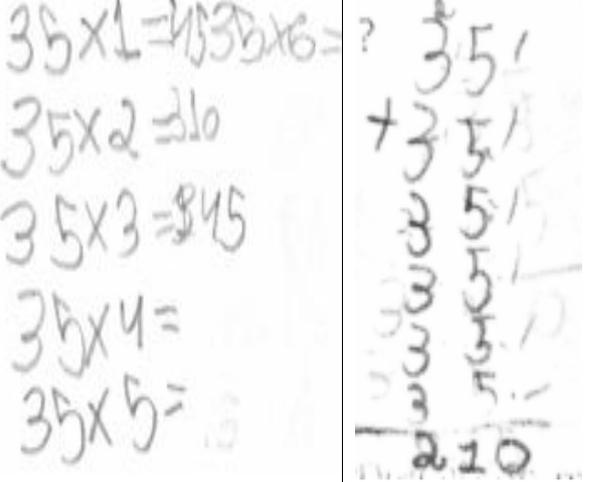
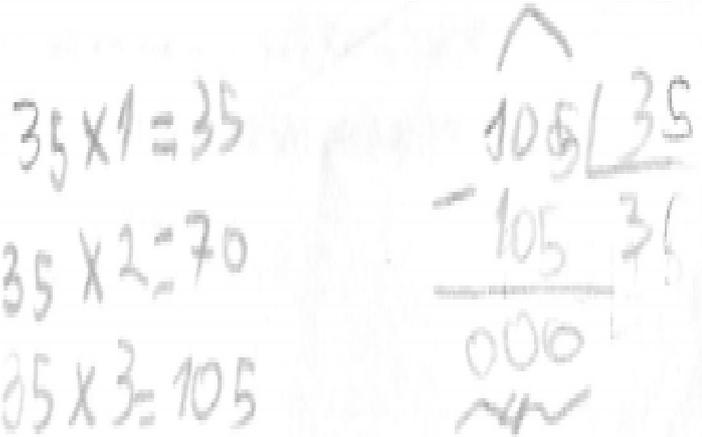
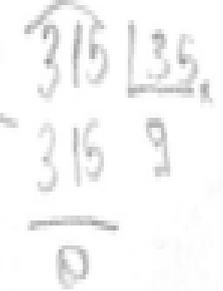
Sobre essa temática, Nunes e Bryant (1997, p. 228) alegam que esse tipo de erro cometido pelas crianças decorre desse desconhecimento e afirmam ser necessária a percepção da “[...] hierarquia das unidades contidas dentro de dezenas, dezenas contidas dentro de centenas, centenas dentro de milhares, e assim por diante.” Os autores acrescentam que tal entendimento “exige uma compreensão da composição aditiva” e revelam que seus dados “demonstram que as crianças precisam compreender sobre composição aditiva a fim de dominar o sistema hindu-arábico que usamos para escrever os números.” (NUNES; BRYANT, 1997, p. 228). Apoiados em Piaget, afirmam ainda que “é possível aprender um sistema convencional, mas não saber para que serve” (NUNES; BRYANT, 1997, p. 228).

Possivelmente, A2 utilizou os procedimentos de cálculo da divisão sem uma maior compreensão da composição aditiva. Esse tipo de equívoco também foi identificado na pesquisa de Castela (2005). Já A1 procurou se valer da ideia de agrupamento de 3 unidades e utilizou-se da multiplicação para descobrir a quantidade de grupos necessários para compor 315 unidades. Entretanto, pareceu-nos que o aluno usou o produto e um dos fatores da última operação para proceder o cálculo de forma aleatória, sem compreender os pressupostos dos procedimentos de cálculo da divisão.

Estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver a Situação 3

No Quadro 4, apresentamos a resolução dos quatro estudantes. Em seguida, discutiremos suas estratégias.

Quadro 4. Respostas apresentadas pelos quatro estudantes investigados para a Situação 3

<p>S3- O supermercado dispõe de sacolas plásticas para armazenar as compras, sabendo que em cada sacola cabem 35 alimentos, quantas sacolas com 35 alimentos serão necessárias para armazenar toda compra?</p>	
	
Resolução A1	Resolução A2
	
Resolução A3	Resolução A4

Fonte: elaborado pelas autoras.

Podemos observar que as estudantes A1, A3 e A4 se utilizaram da divisão para resolver o problema, mas todos os alunos representaram uma estratégia que mostra evidências de terem usado a ideia de cota, ou seja, observaram quantos cabem. A4 registrou a solução correta por meio de uma divisão, mas, durante a aplicação, revelou compreender essa ideia. A1 e A3 se valeram da ideia de agrupamento de 35 unidades e fizeram uso da multiplicação para descobrir a quantidade de grupos necessários para compor 315 unidades. A1 apresentou dificuldades na estruturação da multiplicação. Já A3 se apropriou da resposta da situação anterior para solucionar

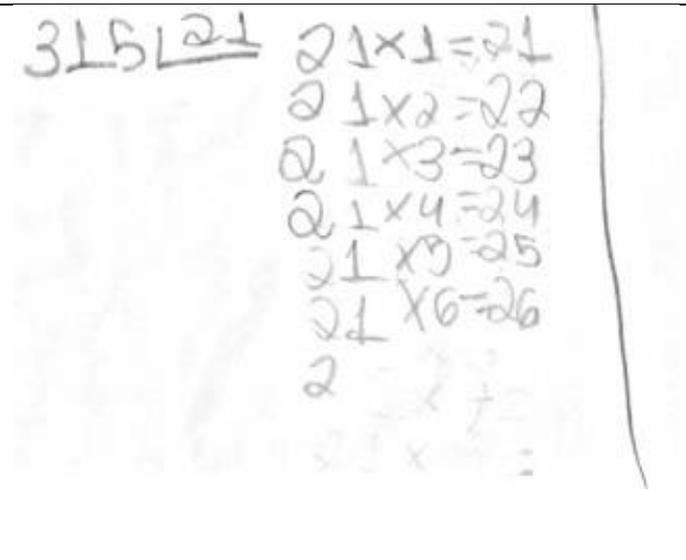
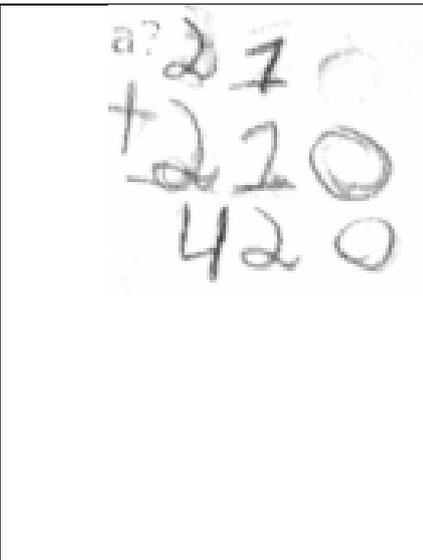
o problema; neste caso, levantou a ideia de compreensão parcial do problema, pois imaginou as 105 unidades em cada carrinho e iniciou a divisão. Tal estratégia ficou evidenciada quando a aluna perguntou à pesquisadora: “Posso fazer um carrinho por vez?” Analisando o registro, é possível perceber que a aluna executou corretamente o cálculo, mas de apenas um carrinho.

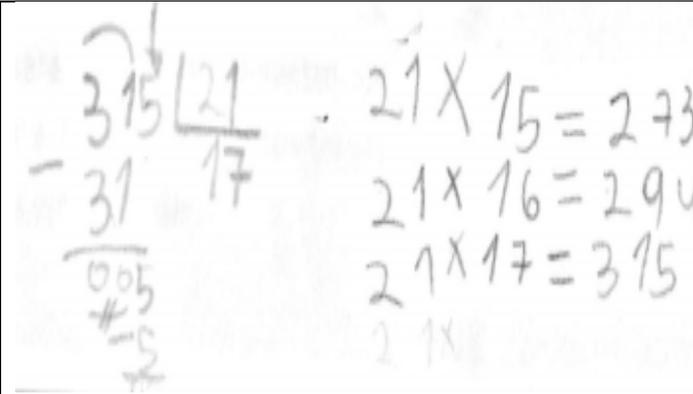
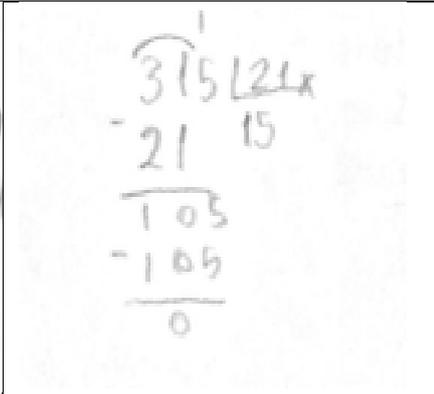
A estudante A2 também parece ter se valido da ideia de agrupamento de 35 unidades, mas tentou resolver a situação por meio de adição de parcelas iguais até encontrar o total de itens; porém, é possível que tenha desistido dos cálculos ou acreditou que a solução já fora encontrada. Estratégias semelhantes a essas também foram observadas por Alcobia (2014) e Nascimento, Silva, Teles e Pessoa (2020), quais sejam: estratégia aditiva (adicionar o valor do divisor para encontrar o quociente) e divisão, utilizando uma abordagem multiplicativa (multiplicar sucessivamente o valor do divisor até encontrar o dividendo).

Estratégias utilizadas pelos estudantes para resolver a Situação 4

No Quadro 5, apresentamos a resolução dos quatro alunos para S4. Depois, discutiremos suas estratégias e procuraremos compreender o raciocínio utilizado por eles, conforme a perspectiva de Spinillo et al. (2015).

Quadro 5. Respostas apresentadas pelos quatro estudantes investigados para a Situação 4

<p>S4- Pensando na preservação do meio ambiente, João e Maria não querem utilizar as sacolas plásticas que o supermercado oferece. Para isso, trouxeram 21 caixas pequenas de papelão para levarem os alimentos até o restaurante. Quantos alimentos foram colocados em cada caixa de forma que não sobre nenhum alimento?</p>	
 <p>315/21</p> <p> $21 \times 1 = 21$ $21 \times 2 = 42$ $21 \times 3 = 63$ $21 \times 4 = 84$ $21 \times 5 = 105$ </p>	 <p> 27 $+ 22$ 49 </p>
Resolução A1	Resolução A2

 <p style="text-align: center;">Resolução A3</p>	 <p style="text-align: center;">Resolução A4</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Fonte: elaborado pelas autoras.

Nessas resoluções de problemas, observamos diferentes estratégias de resolução, A1, A3 e A4 utilizaram-se da divisão para resolver o problema. A4 apresentou a solução correta. Já A1 e A3 mostraram dificuldades em encontrar os agrupamentos de 21 unidades: A1 registrou as multiplicações, mas efetuou adições acrescentando uma unidade em cada um dos produtos; A3 parece ter registrado no protocolo o resultado da multiplicação de 13, 14 e 15 como se fosse 15, 16 e 17. A2 não compreendeu o enunciado e realizou uma soma do resultado do número de caixas com a resposta dada por ela da situação anterior. Aqui também identificamos estratégias próximas às que foram identificadas no estudo de Alcobia (2014) e Nascimento, Silva, Teles e Pessoa (2020) com estudantes dos anos iniciais.

Sobre a compreensão de cada um dos estudantes.

Notamos que A1 reconheceu a ideia de divisão nas três situações analisadas e se utilizou da ideia de agrupamentos por meio do recurso da multiplicação, em consonância com os estudos de Alcobia (2014). Tal estratégia também foi prevista por Humphreys e Parker (2005, p. 99), denominada como “Em vez de dividir, multiplicar”. Para as autoras, a multiplicação é utilizada “naturalmente” por muitos alunos “quando começam a pensar sobre o que significa divisão”; todavia, elas argumentam, ao discorrer sobre as limitações dessas estratégias, que, “como [a multiplicação] se baseia em múltiplos, ela não é eficiente para resolver problemas com decimais e frações.” (HUMPHREYS; PARKER, 2005, p. 100).

Da mesma forma que Castela (2005) nota nos dados de sua pesquisa, observamos que A2 reconheceu a divisão como a operação que resolve a Situação 2; entretanto, efetuou a operação de maneira equivocada, não reconhecendo a composição aditiva. Essa mesma aluna se utilizou da ideia de agrupamento para resolver a Situação 3 por meio da adição de parcelas iguais, mas não adicionou todas as parcelas necessárias para compor as 315 unidades. Ao

resolver a quarta situação, a aluna, já demonstrando cansaço, usou uma adição composta pela quantidade apresentada na Situação 4, acrescida da resposta da Situação 3.

A3 também reconheceu a divisão como uma operação que resolveria as três situações. Na Situação 3, calculou a quantidade de sacolas para um carrinho e não ampliou para 3. Já na Situação 4, equivocou-se na parcela da multiplicação que representa o agrupamento de 21 para totalizar 315. A4 também reconheceu que a divisão solucionaria as 3 situações e calculou corretamente mediante as subtrações sucessivas.

Analisando as estratégias dos alunos na perspectiva de Vergnaud (1983, 2009), observamos que, no geral, os alunos reconheceram a ideia envolvida nas situações de divisão. Entretanto, nem sempre se valeram dessa operação para resolvê-las e, quando a utilizaram, buscaram apoio, em geral, de estratégias multiplicativas e até nas aditivas. Notamos que todos os estudantes se utilizaram do cálculo escrito como representação simbólica para resolver a situação. Nenhum deles tentou se valer de outra representação.

Além disso, procuramos identificar a natureza dos erros cometidos conforme discutem Spinillo et al. (2015). Foi possível reconhecer dificuldades geradas pela falta compreensão de propriedade do Sistema de Numeração Decimal (SND) — como da composição aditiva, por exemplo — e pela ausência do entendimento da identificação da quantidade de grupos contendo as unidades apresentadas no divisor necessários para compor as unidades apresentadas no dividendo a partir da multiplicação.

5 Considerações Finais

Este artigo teve o propósito de investigar estratégias utilizadas por alunos do 4º e 5º ano do Ensino Fundamental ao resolverem situações que envolviam as ideias de partilha e quota da divisão. Os tipos de situações analisadas fundamentam-se em pesquisas da área e documentos oficiais. Nesse âmbito apoiamos-nos em estudos de Fischbein et al. (1985) e Vergnaud (1983, 2009) e documentos oficiais como PCN (BRASIL, 1997) e BNCC (BRASIL, 2018). Para a realização desta investigação, aplicamos um questionário — de caráter diagnóstico — contendo três situações.

Foi possível identificar que, no geral, os estudantes analisados reconheceram a divisão como a operação que resolvia as situações apresentadas, mas tiveram, na maioria das situações, dificuldades para realizar os procedimentos de cálculo. Nesse contexto, procuramos identificar a natureza dos erros cometidos, conforme discutem Spinillo et al. (2015). Constatamos que a multiplicação foi utilizada pela maioria dos alunos, mas eles nem sempre compreendiam a relação

entre dividendo, divisor e quociente. Outra dificuldade foi gerada pela falta compreensão de propriedade do SND e da composição aditiva.

Os dados apresentados em nossa pesquisa retratam estratégias utilizadas por alunos do quarto e do quinto ano e nos remetem a perspectivas de outras pesquisas futuras que poderiam ser realizadas sobre a temática, como: compreender o modo como alunos de diferentes anos de escolaridade evoluem na aprendizagem da divisão; analisar sequências de tarefas que podem ser propostas a estudantes dos anos iniciais que favoreçam a compreensão dos significados e dos procedimentos de cálculo da divisão. Além disso, os resultados aqui discutidos nos levam a refletir sobre o papel que o professor pode desenvolver, como oferecer estratégias diversificadas. Observamos que propiciar vivências para a prática do estudante pode garantir e ampliar a base de conhecimentos dos alunos, assim como aprimorar a compreensão das propriedades do SND e dar significado às relações entre dividendo, divisor, quociente e resto na operação de divisão. Nesse contexto, consideramos que outra possibilidade de pesquisa seria organizar processos formativos que discutissem os resultados aqui encontrados com professores ou futuros professores que lecionam (ou lecionarão) Matemática para os anos iniciais.

Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento Pessoal de Nível Superior (Capes), Brasil – Código de financiamento 001.

Referências

ALCOBIA, Helena Isabel da Silva. **A divisão no 4º ano de escolaridade**. 2014. 150 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto Politécnico de Lisboa, Escola Superior de Educação de Lisboa, Lisboa.

BRASIL. 1997. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf> acesso em 03/03/2021.

BRASIL. 2018. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular - Educação é a base: Ensino Fundamental**. Brasília: MEC. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf acesso em 03/03/2021.

CASTELA, Cristiane Atilli. **Divisão de números naturais: concepções de alunos de 6ª série**. 2005. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2005.

FISCHBEIN, Efraim; et al. The role implicit models in solving problems in multiplication and division. **JRME**, Reston, v. 16, n. 1, p. 3-17, 1985.

HUMPHREYS, Cathy; PARKER, Ruth. **Conversas Numéricas: estratégias de cálculo mental para uma compreensão profunda da Matemática**. A divisão em todos os anos. Porto Alegre: Penso, 2019, p.97.

NASCIMENTO, Flavia Gomes Silva do; et al. Análise de respostas apresentadas por estudantes dos anos iniciais e finais do ensino fundamental ao resolverem problemas de divisão. In: MELO, Rosilda Aurora de Melo Teles ... [et al.] (Org.). **Pesquisas e Reflexões sobre o Ensino de Números**. Recife: Ed. UFPE, 2020 disponível em <https://editora.ufpe.br/books/catalog/view/73/80/217> acesso em: 8 set.2021, às 19h

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

SPINILLO, Alina Galvão; et al. O erro no processo de ensino-aprendizagem da matemática: Erro é preciso? **Boletim Gepem**, n. 64, p. 1-15, 2015. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.4322/gepem.2015.005>. Acesso em: 9 mar. 2021, às 19h.

VERGNAUD, Gerard. **Quelques problèmes théoriques de la didactique a propos d'un exemple**: les structures additives. Atelier International d'Eté: Recherche en Didactique de la Physique. La Londe les Maures, França, 26 de junho a 13 de julho, 1983.

VERGNAUD, Gerard. **A criança, a matemática e a realidade**. A numeração e as quatro operações. Cidade: Editora, 2009, p. 167-193.

VERGNAUD, Gerard. **La teoría de los campos conceptuales**. Recherches en didactique des mathématiques, 1999, p. 133-170.