

A visão de idoneidade didática epistêmica sobre média aritmética presente em livros didáticos

Marcos Pinho

Resumo: Este artigo é recorte da investigação do doutorado que estudou conceito de média aritmética em livros didáticos adotados na 3ª Série do Ensino Médio Baseia-se em investigações sobre estatística e matemática, tendo referência no marco teórico do Enfoque Ontosemiótico da Cognição Instrução Matemática (EOS), utiliza critério da idoneidade epistêmica. A metodologia baseia-se na análise das lições do conceito de média em 6 livros adotados em escolas públicas de Salvador, Bahia. Os resultados apontam que o conteúdo média, traz luz às discussões nas lições analisadas indica a necessidade de ajustes na realidade de problemas que possibilitem alcançar condições didáticas do professor, proposto no currículo da educação básica. Conclui-se, que estudos desta natureza são importantes, desenvolvem princípios e ajudam o estudante a exercer habilidades, competências de estatística e conceito de média.

Palavras-chave: Livro didático. Média aritmética. Ontosemiótica. Idoneidade didática.

The view of epistemic didactic suitability on arithmetic mean present in textbooks

Abstract: This article is part of the doctoral research that studied the concept of arithmetic mean in textbooks adopted in the 3rd Grade of High School. It is based on investigations on statistics and mathematics, having reference in the theoretical framework of the Ontosemiotic Approach of Cognition Mathematics Instruction (EOS), uses the criterion of epistemic suitability. The methodology is based on the analysis of the lessons of the concept of average in 6 books adopted in public schools in Salvador, Bahia. The results show that the arithmetic mean content, brings light to the discussions in the lessons analyzed, and indicates the need for adjustments in the reality of problems that make it possible to achieve didactic conditions for the teacher, proposed in the basic education curriculum. It

is concluded that studies of this nature are important, develop principles and help the student to exercise skills, statistical skills and the concept of average.

Keywords: Didactic Book. Arithmetic Average. Ontosemiotic. Didactic Suitability.

La visión de la idoneidad didáctica epistémica sobre la media aritmética presente en los libros de texto

Resumen: Este artículo es parte de la investigación doctoral que estudió el concepto de media aritmética en los libros de texto adoptados en el 3º año de la enseñanza secundaria. Se basa en investigaciones sobre estadística y matemática, teniendo referencia en el marco teórico del Enfoque Ontosemiótico de la Cognición. Instrucción Matemática (EOS), utiliza el criterio de idoneidad epistémica. La metodología se basa en el análisis de las lecciones del concepto de media en 6 libros adoptados en escuelas públicas de Salvador, Bahía. Los resultados muestran que el contenido media, ilumina las discusiones en las lecciones analizadas, e indica la necesidad de ajustes en la realidad de los problemas que permitan lograr las condiciones didácticas para el docente, propuestas en el currículo de educación enseñanza secundaria. Se concluye que los estudios de esta naturaleza son importantes, desarrollan principios y ayudan al estudiante a ejercitar habilidades, habilidades estadísticas y el concepto de media.

Palabras clave: Libro Texto. Media Aritmética. Ontosemiótico. Idoneidad Didáctica.

Marcos Pinho
Doutor em Educação, Ciências Experimentais e Matemática pela Universidade de Santiago de Compostela (USC). Professor, Pesquisador e Coordenador de Informações Educacionais da Secretaria da Educação da Bahia (SEC), Salvador, Bahia, Brasil.
<https://orcid.org/0000-0002-7134-6637>
gazpinho@gmail.com

Recebido em 09/05/2021
Aceito em 06/07/2021
Publicado em 24/07/2021

1 Introdução

A partir de 1997, os conteúdos de estatística passam a ter reconhecimento categórico e efetivo dos seus teores nos currículos das disciplinas da educação básica, tendo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), (BRASIL, 1998a, 1998b e 1999) como seu documento de referência. Em 1998, vários tópicos dos conteúdos de estatística passaram a ser exigidos com mais ênfase na base comum do currículo da educação básica. O desfecho desta ideia se consolida em 2017, quando é homologada pelo Ministério da Educação – MEC, e passou a valer em todo o Brasil, a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018), que ratifica mais uma vez a necessidade desse conteúdo, em uma perspectiva de ampliação e melhoria das condições de acesso dos nossos estudantes a um currículo que fomente a formação cidadã. Completa esta visão estudos que fomentam descobertas no campo do ensino e da didática das matemáticas. Assim, temos ao nosso favor, o uso das ferramentas teóricas do Enfoque Ontosemiótico da Cognição e Instrução Matemática (EOS), (GODINO et al., 2005; GODINO e BATANERO, 1998b) que reforçar a ideia de uma investigação e se apropria dos componentes científicos que valoriza a investigação didática. Esta preocupação é abordada na visão que descreve o papel da noção de Idoneidade Didática como ferramenta metodológica que o EOS dispõe para discutir os problemas mencionados neste estudo, que tem como elo a componente científico-tecnológica e a prática docente (GODINO et al., 2021).

Combinado com esta visão sobre a importância da estatística, observamos que nos últimos tempos, há uma crescente dedicação de autores no desenvolvimento de estudos no sentido de melhorar a capacidade dos estudantes de interpretar, avaliar criticamente e de expressar opiniões sobre informações estatísticas a partir de uma base de dados. Nessa direção, observamos que há uma preocupação no sentido de desenvolver um pensamento e ideias sobre como se tratar o conceito de média aritmética, objeto deste estudo, como aponta, por exemplo, as pesquisas de Gal (2002), que indicou em seus trabalhos a compreensão da ideia de média na estatística básica, Watson e Moritz (2000), que analisam o significado intuitivo dos estudantes sobre média, afirmando ser a média simplesmente um valor no centro de distribuição (uma ideia próxima do conceito de meio), Cobo e Batanero (2004a e 2004b), que investigaram os significados das medidas de posição com estudantes do ensino fundamental, Rondero e Font (2015), que abordam a articulação da complexidade matemática da média aritmética, utilizando ferramentas teóricas do enfoque ontosemiótico de (GODINO e BATANERO, 1994).

Há reconhecimento, de um modo geral que a Estatística é uma ferramenta fundamental da sociedade, e para os estudantes, no desenvolvimento e aplicação de conceitos, e, atualmente,

a sociedade conta com recursos da Web e das Associações Internacionais para divulgar avanços e trabalhos investigativos nas diversas áreas da estatística, contribuindo para o avanço das teorias do ensino e aprendizagem (BATANERO, 2013).

A partir deste cenário, observamos a presença e a exploração cada vez maior dos conteúdos de estatística nas atividades dos professores, nas aulas de matemática e nas diversas disciplinas da educação básica. O que demonstra que há uma preocupação no sentido de os docentes ampliarem os seus conhecimentos. Estas condições têm a finalidade de desenvolver a qualidade das tarefas e práticas didáticas e pedagógicas, que se traduzem em mais habilidades e aprendizagens para os estudantes. (PINO-FAN, GODINO e FONT, 2013).

A Estatística tem assumido uma posição de disciplina interdisciplinar, fazendo o diálogo com e entre as ciências, e o Livro Didático (LD) tem sido o veículo fundamental desse diálogo. Deste modo observamos o trabalho de Burgos et al. (2020), que discute o Projeto da Associação Americana para o Avanço da Ciência 2000 sobre a importância de avaliar o livro didático na educação matemática, ou seja, potencializar o aliado na formação do estudante.

Assim, pensamos que esse trabalho se justifica ao buscar analisar a abordagem que é dada a um determinado conteúdo da estatística em livros didáticos. Especificamente, como o conceito de média aritmética é apresentado em LD da 3ª série do ensino médio, buscando indagar sobre a linguagem utilizada, os procedimentos e argumentos adotados, as proposições/propriedades trabalhadas etc.

Por fim, este é o primeiro texto, que dar início a construção de discussões sobre esta temática, e tem por objetivo desenvolver análises acerca dos Componentes da Idoneidade Didática, tendo como foco os fundamentos dos descritores e critérios de idoneidade. Para isso, organizamos esta breve introdução, em seguida, fazemos uma apresentação da ferramenta teórica utilizada, logo depois, comentamos sobre os materiais e métodos utilizados no tratamento das informações, apresentamos as análises dos dados e os resultados encontrados e, ao final, tecemos algumas considerações sobre a pesquisa desenvolvida.

2 Fundamentos Teóricos

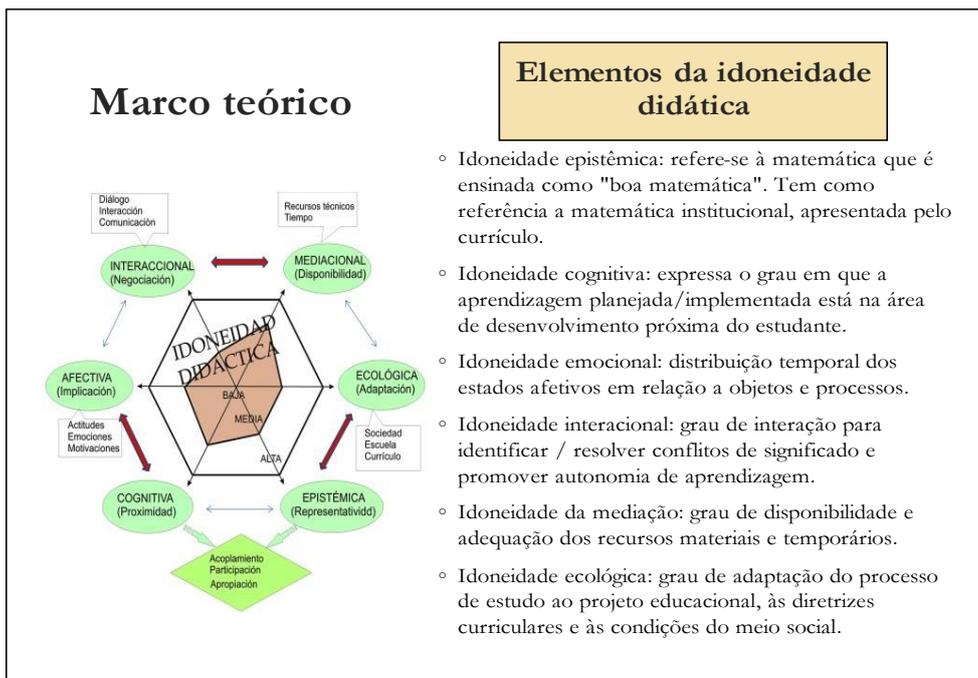
Este estudo se desenvolveu no campo da didática do ensino e aprendizagem da estatística, e toma como referência o marco teórico do (EOS), orientado pelas investigações desenvolvidas por Godino e Batanero (1994), Contreras et al., (2005) e Godino et al., (2006). O EOS considera o significado dos objetos matemáticos a partir de três perspectivas: pragmática,

antológica e semiótica, Godino e Batanero (1994; 1998); Godino (2002); Contreras et al., (2005); Godino, Contreras e Font (2006). É pragmático ao propor uma formulação do significado dos objetos matemáticos que assume os pressupostos da epistemologia pragmática: “as categorias opostas de sujeito e objeto passam a um segundo plano, ao atribuir a estas um estatuto derivado, e cede seu lugar privilegiado a categoria de ação” (FAENA, 1996, p. 14). É antropológico, já que seu principal objeto de estudo é o homem aprendendo em instituições escolares, que tem na matemática o resultado de uma construção social realizada em diferentes instituições. É semiótico porque atribui um papel central aos recursos expressivos utilizados na atividade matemática. (GODINO e BATANERO, 1994).

Dentre as ferramentas teóricas que compõem o EOS, emerge como proposta na área da Didática da Matemática os chamados critérios de idoneidade e seus descritores, que admitem uma avaliação da melhora dos processos de ensino e aprendizagem de Matemática, e se baseiam em princípios defendidos pela *National Council of Teachers of Mathematics – NCTM*. No entanto, ainda não há uma concordância que ratifique estes princípios, porém, ao longo desses últimos anos, tem-se discutido sobre isso com maior amplitude em muitos estudos, o que demonstra interesse, e aponta caminhos que possam resultar em um entendimento junto à comunidade da Educação Matemática, ou seja, trata-se de uma discussão que poderá gerar impactos nas melhorias dos processos de ensino e aprendizagem da matemática. (BRENDA, FONT e ROSÁRIO, 2015).

A idoneidade didática comporta um sistema de indicadores empíricos capaz de identificar cada fator (faceta) que constitui a análise e os reflexos dos critérios dos processos de ensino e aprendizagem (GODINO et al., 2007). Nessa perspectiva e na tentativa de se aproximar de uma visão sobre o processo de ensino e aprendizagem é que se propõem os critérios de idoneidade, capazes de fundamentar uma discussão sobre a didática avaliativa. Assim, este marco teórico leva em conta seis facetas que medem a dimensão da idoneidade didática, formada por: *Epistêmica, Cognitiva, Emocional, Interacional, Mediacional, Ecológica* (Figura 1).

Figura 1- Elementos da configuração didática



Fonte: <http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/index.html> 2018

Para efeito deste estudo, fazemos referência particular, em nossa discussão, ao critério de idoneidade epistêmica, seus componentes e descritores, abordando o papel do critério quanto ao construto teórico, destacando, de maneira detalhada, o seu desenvolvimento, e considerando-o como referência na Matemática ensinada, ou seja, “boa matemática”. Para isso, além de adotar como citação os teores do currículo prescrito, que reconhece como menção aos conteúdos de Matemática adotada no currículo da educação básica. Em linha gerais, segundo (GODINO et al., 2006) e citado por (BRENDA et al., 2015) é possível especificar, nos componentes e descritores, como a idoneidade epistêmica se comporta na análise, explicitando o papel desenvolvido para avaliar o processo de instrução matemática e justificando os aspectos a serem melhorados. Por fim, consideramos o critério indicado importante e tem a finalidade de observar as condições que permitam aplicar um grupo de indicadores, capazes de medir um nível ajustado, a visão sobre a leitura dos elementos deste estudo, que envolve os processos de ensino e aprendizagem, em particular do conceito de média aritmética apresentado nos livros didáticos analisados.

3 Procedimentos Metodológicos

Esta foi uma pesquisa qualitativa, descritiva, em que, segundo Bogdan e Biklen (1994), todos os dados da realidade são considerados importantes, exigindo do pesquisador uma atenção

maior sobre o foco da situação estudada; além do mais, há uma preocupação com o processo em uma dimensão muito maior do que com o produto. Nesse contexto, o interesse do pesquisador ao estudar um determinado problema é o de verificar como ele se manifesta nas atividades, nos procedimentos e nas interações cotidianas.

No âmbito dos procedimentos, reconhecemos que este estudo também desenvolveu, por necessidade, consultas documentais, o que o configura também como pesquisa documental, conforme Oliveira et al. (2011, p. 15), reconhecendo que esse procedimento metodológico é decisivo em ciências devido ao fato da maior parte das fontes escritas (ou não) serem quase sempre a base do trabalho de investigação, podendo se caracterizar como principal objeto de concretização da investigação ou se constituir como instrumento metodológico complementar.

Como instrumento de coleta de dados, oriunda de uma pesquisa mais ampla, a investigação foi construída considerando seis livros didáticos adotados na 3ª série do ensino médio de escolas da rede pública e particular da cidade de Salvador, Bahia. Entretanto, o artigo, apresenta os resultados das análises dos livros provenientes da investigação, porém, se atem especificamente em apreciar a idoneidade epistêmica, e debruça em observar os componentes e descritores de todos os livros examinados. Reconhecendo desta forma que, o livro didático cumpri um papel importante e corrobora no ensino e aprendizagem, sendo utilizado com frequência em sala de aula, auxiliando o professor no processo de ensino-aprendizagem dos alunos (PINHO, 2019). No tocante às análises, tomamos como ponto de partida esses componentes e descritores da idoneidade epistêmica do EOS como categorias de análises, uma vez que nos fornecem indicadores para um estudo pormenorizado do conteúdo de média aritmética presentes nos livros didáticos.

Aliada a essas premissas da metodologia, adotamos a utilização da ferramenta teórica do EOS, que foi importante na medida que, distinguimos as condições de avaliar as características de cada livro didático, baseando-nos nas lições sobre média aritmética. Esse aspecto foi importante porque, de alguma forma, valorizamos o critério da idoneidade epistêmica, que reflete na representatividade da nossa análise sobre os conteúdos de Estatística e, em particular, do conceito de média aritmética. Por outro lado, procuramos caracterizar o nosso estudo utilizando os componentes da configuração epistêmica, que abrange os sistemas de práticas operativas e discursivas contextualizadas nos livros didáticos e nas lições, abordando os conteúdos de estatísticas, em especial, a média aritmética. Essas ponderações intuem alguns dos elementos da configuração epistêmica, tais como: Situação Problema e linguagem, que se baseiam no uso de situações e regras; conceitos, dados por definições ou descrições; argumentos, usados para

validar e explicar as proposições, sendo, então, configurações consideradas conglomerados de objetos institucionais. Sabemos que estes conglomerados estão de alguma forma relacionados entre si, de maneira a permitir que se reconheçam como ferramentas teóricas capazes de descreverem o conhecimento matemático (GODINO, FONT, WILHELMI, 2008). Enfim, para este artigo, trouxemos as análises dos livros didáticos, centrando especificamente na idoneidade epistêmica, avaliando os componentes e descritores de todos os livros examinados.

4 Análises, Resultados e Discussões

A discussão sobre os descritores foi desenvolvida a partir do que identificamos nos seis livros didáticos analisados, selecionados a partir do seu uso pelos professores, e assim, foi considerado a valorização da análise da lição elaborada pelos autores e sua abordagem sobre estatística e média aritmética. A seguir, a análise dos descritores segundo os componentes apresentados nos livros didáticos.

Considerando as condições que proporcionassem maior êxito nesta parte da investigação, foi, então, proposto construir a análise da trajetória epistêmica dos livros didáticos, tendo como foco os conteúdos de estatística usuais na 3ª série do ensino médio, em particular, o conceito de média aritmética. Assim, desenvolvemos o estudo sobre a noção de idoneidade na dimensão epistêmica, considerando as referências que propõem o EOS, e fazem menção aos modelos estudados por (GODINO, CONTRERAS e FONT, 2006; GODINO et al., 2007).

Para desenvolver a análise da idoneidade didática, procuramos incluir descritores relevantes que servissem de referência no conhecimento de cada componente da idoneidade didática (Quadro 1). Segundo Godino (2013), a indicação destes componentes e descritores tem sua aprovação reconhecida em diversas teorias propostas e formuladas pela NCTM (2000).

Inicialmente, construímos uma análise detalhada da trajetória epistêmica dos livros didáticos (Quadro 1), tendo como uma referência teórica a idoneidade epistêmica, em que observamos aspectos dos componentes do conhecimento didático, permitindo valorizar o processo de ensino e aprendizagem, de sorte a poder avaliar o conteúdo de estatística ensinado. Assim, o estudo considera as referências que propõem o EOS e faz menção ao modelo de Godino, Contreras e Font (2006) e Godino et al. (2007). Na sequência, apresentamos o desenvolvimento das análises dos demais componentes da idoneidade didática e seus respectivos descritores/indicadores propostos pela EOS, que, segundo Breda e Valderez, (2016), é uma visão demonstrada na revisão da literatura realizada em Breda, Font e Lima (2015), em que se observa que a noção de idoneidade didática possui um impacto significativo no treinamento de professores

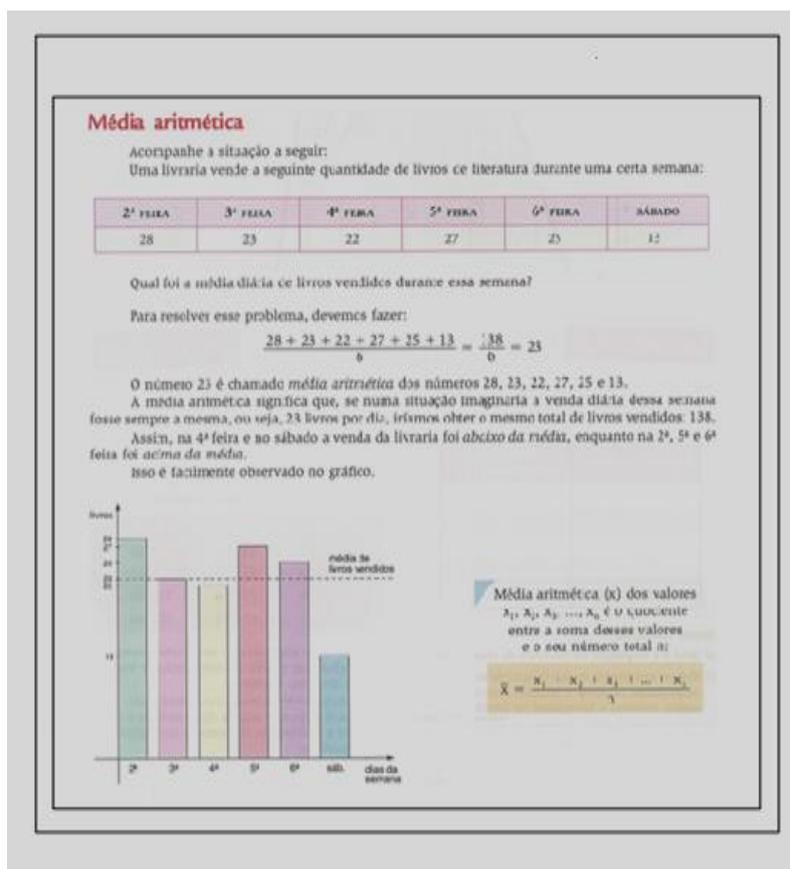
em diferentes países (MALASPINA, MALLART e FONT, 2015; SECKEL e FONT, 2015; POCHULU, FONT e RODRIGUEZ, 2015).

4.1 Componentes e descritores dos critérios de idoneidade epistêmica.

A discussão sobre os descritores foi desenvolvida a partir do que se identificou nos seis livros didáticos de uso dos professores nas atividades pedagógicas, em que considerou e valorizou a análise da lição elaborada pelos autores e sua abordagem sobre estatística e média aritmética.

A seguir apresentamos dois recortes (Figura 2 e Figura 3) retirados dos livros didáticos, alvo das análises deste estudo, que retratam abordagem o conteúdo da lição sobre média aritmética. Em seguida, o (Quadro 1), que demonstram o resumo das análises das lições dos seis livros didáticos selecionados na pesquisa. É possível observar no quadro a identificação dos descritores os respectivos elementos e componentes da idoneidade didática correspondente a cada lição analisada. Estas condições permitiram que chegássemos aos resultados do esforço analítico que fundamenta entendimento das ferramentas teóricas do EOS utilizadas nas análises desenvolvidas.

Figura 2 – Situação Problema – Livro Didático 1



Fonte: Livro Didático 3 - Analisado

Figura 3 – Situação Problema – Livro Didático 3

Média aritmética

A M_a é o quociente da divisão da soma dos valores pelo número de elementos. Sendo $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ os elementos, temos:

$$M_a = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

A média aritmética para dados não agrupados é a média aritmética simples dos elementos. Vejamos um exemplo.

Para os elementos 1, 2, 3, 5, 7, 8 e 9, temos:

$$M_a = \frac{1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 8 + 9}{7} = \frac{35}{7} = 5$$

Fonte: Livro Didático 3 – Analisado

Quadro 1 – descritores da Idoneidade Epistêmica

| Descritores analíticos dos componentes da idoneidade didática epistêmica associados aos livros de didático | | | | | | | |
|--|--|-------------|---|---|---|---|---|
| Componentes | Descritores | Livro texto | | | | | |
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Situação Problema | S1. O autor apresenta problema que articula situações e contextualiza, com exercício e aplicação. | X | - | X | X | X | X |
| | S2. O autor propõe situações que gere problemas. | X | X | - | - | X | X |
| Linguagem | L1. O autor faz uso de diferentes expressões da matemática (verbal, gráfico, simbólico ...), traduções e conversões entre eles. | X | - | X | - | - | X |
| | L2. Nível de linguagem do autor é apropriado para os estudantes e professores a quem é endereçada. | X | - | - | X | - | - |
| | L3. O autor nos seus textos faz uso de atividades e interpretação de expressões de matemática e estatística. | X | X | - | X | X | X |
| Conceito/ definições, propriedades, procedimentos | C1. As definições e procedimentos propostos pelo autor são corretos, são adaptados ao nível educacional ao qual são abordados. | X | X | X | X | X | X |
| | C2. O autor apresenta nos enunciados e procedimentos temas fundamentais ao nível educacional. | X | - | X | X | X | X |
| | C3. O autor faz propostas e situações que possam criar condições para o estudante elaborar compreensão de definições de propriedades ou procedimentos. | X | - | X | - | - | X |
| | C4. O autor propõe objetos matemáticos (problemas, definições, propriedades, etc.) que se relacionam e conectam entre si. | X | X | - | - | X | X |
| Argumentos | A1. As explicações, verificações e demonstrações propostas pelo autor são adequadas ao nível educacional direcionado. | X | - | X | X | X | X |
| | A2. O autor propõe situações claras para que o estudante possa desenvolver a argumentação. | X | - | X | X | X | X |

Fonte: elaboração do Autor, 2019.

Avançamos então, a discussão do que se observou, a partir das análises dos descritores e os componentes da idoneidade didática epistêmica, levando em conta cada livro analisado e as respectivas lições sobre o conceito de média aritmética. Enfim, é importante salientar que a

idoneidade didática tem no seu uso articulações coerentes e se aplica a qualquer tópico da matemática.

a) *(S)ituações problemas*

S1. Nos livros, os autores, de um modo geral, apresentam, nas lições, textos que indicam uma ideia articulada das situações problemas, e estas, quase sempre, usam uma contextualização e a aplicação de exercícios, ou seja, introduzem novos objetos matemáticos e suas aplicações. Portanto, tem-se como expectativa que os professores e estudantes percebam, na lição e nos textos propostos, quais os elementos que expressam razoavelmente os conteúdos e representam os problemas sobre estatística, em particular a média aritmética.

S2. As situações problemas presentes nos livros didáticos analisados são compostos por lições que abordam tópicos da estatística e expressam contextos que exemplificam ocorrências sobre temas, determinando condições como demonstrações de fórmulas aritméticas, utilizando símbolos adequados, expressões numéricas que representam o contexto sobre os tópicos do problema. Estas condições observadas nos livros 1,2,5 e 6 permitem que os conteúdos da elaboração da situação problema sejam mais bem explicitados nas questões específicas que podem ser resolvidas a partir da utilização dos conceitos estatísticos de média aritmética. Vale destacar que os autores dos livros 3 e 4 não apresentaram esta preocupação, o que demonstra de alguma forma o porquê da identificação de possíveis razões e diferenças nas interpretações, podendo causar divergências teóricas, a ponto de originar conflitos semióticos (GODINO, 2002; 2003; GODINO, BATANERO e FONT, 2007; GODINO e FONT 2007b).

b) *(L)inguagem*

L1. A importância do uso de diferentes recursos que expressem a linguagem estatística e matemática (verbal, gráfica, simbólica etc.), que foram identificados nas lições, tiveram o papel de representar, nos textos, a relação com os elementos dos componentes epistêmicos, facilitando as conversões entre eles. O que se observou nos livros 1,3 e 6. Nestas condições, o livro didático propõe o uso de várias expressões nas lições, e estas devem ser assimiladas pelos professores e estudantes. Assim, tem-se uma multiplicidade de termos e expressões sobre média, usuais na estatística, como dados, símbolos, resultado, expressões, gráficos etc. Para finalizar, é possível observar que existem

diferentes soluções quando se trata da linguagem em estatística, e ela cumpre um papel fundamental na organização, descrição e análise de dados, sendo um instrumento de transição Wild e Pfannkuch (1999). Neste contexto, os símbolos são frequentemente usados para se referir às medidas e, em particular, à média. Tem-se, então, uma forma que é a linguagem numérica, sempre usada para expressar os dados e os cálculos das estatísticas.

L2. Considera-se, nos livros 1 e 4 de uma maneira geral, que os autores apresentam, nas lições e textos, uma linguagem apropriada para os professores e estudantes e que esta permite as condições de constituir o entendimento sobre os temas apresentados nas lições sobre estatística. Se observa que os tópicos tratados são os mesmos descritos, que atendem aos aspectos do conteúdo de estatística e que se voltam aos cursos elementares, tendo uma linguagem compreensível e que se adéqua aos professores e estudantes, os quais são dirigidos, mesmo assim, há lições e temas que apresentam desconformidades com a teoria da estatística.

L3. Exceto o livro 3, nos demais observa-se que há construção nos textos das atividades com o uso de expressões e aclarações matemáticas que permitem aplicação do uso das linguagens e, em muitos casos, são adequadas para interpretação do professor e estudantes. Desta forma, são construídos os descritores que permitem o desenvolvimento da lição e dos textos dos vários tipos de lições na "linguagem matemática" e estatística, e se aplicam à situação, tais como apresentação de tabelas, fórmulas matemáticas e estatísticas, símbolos e expressões numéricas e literais usuais da estatística. Portanto, descritores simples que se referem ao uso de linguagem apropriada e que podem auxiliar pedagogicamente no conhecimento dos conteúdos da estatística.

c) (C)onceito/definições, propriedades e procedimentos

C1. Os conceitos, as propriedades e os procedimentos formaram importantes elementos que facilitaram a compreensão dos aspectos da idoneidade, e, neste sentido, podemos observar claramente as condições em que o tema se adequará à realidade dos conteúdos da lição no livro didático. No entanto, o estudo com esta natureza se completa quando se leva em conta aspectos das análises do papel do professor, que corrobora para entender como ocorrer, e em que condição as diferentes práticas educacionais, e o reconhecimento dos objetos matemáticos pelos professores e estudantes. Esta visão admitiu que os temas da estatística tivessem a sua importância nos diferentes livros didáticos, o que representou

as condições de aprendizagem que atendessem os níveis de ensino e que facilitasse a aprendizagem a que se destinam os conteúdos de estatística, em particular média aritmética. Contudo, existe possibilidade de que algum tema de estatística nas lições apresente uma maior dificuldade para o professor ou estudante na construção de uma definição, proposição e procedimento que possa solucionar um problema.

C2. São apresentadas pelos autores, exceto o livro 2, as formas de construção de proposições e procedimentos tidos como fundamentais para o tema em discussão na lição de estatística, em que se considera o nível educacional aceitável, adotado no livro didático. Os autores desenvolvem nos descritores as condições que possibilitam aos professores trabalharem a temática da média com maior autonomia e liberdade com os estudantes.

C3. Os autores nos livros 1,3 e 6 constroem propostas para as situações que podem levar os estudantes à busca de condições para elaborar definições, propriedades e procedimentos. Nesta situação, foi razoável admitir a possibilidade de que o estudante consiga desenvolver um entendimento da lição. Diante deste cenário, espera-se que ele possa elaborar uma ideia sobre, por exemplo, que gráfico ou qual medida de posição central é razoável para representar dados e o próprio conceito de média aritmética.

d) (A)rgumentos

A1. Com exceção do livro 2, o conjunto dos livros didáticos analisados, os autores apresentam, de modo geral, argumentações que explicam os problemas, as fórmulas, as demonstrações das expressões, os símbolos utilizados e os gráficos. Portanto, podem ser considerados apropriados para o nível educacional dos estudantes. No entanto, os professores devem avaliar a clareza das explicações dadas nas lições, buscando as possíveis soluções apresentadas nas lições dos livros didáticos.

A2. Os autores consideram importante a construção de argumentos para possibilitar o entendimento das lições pelos professores e estudantes. Assim, observamos, nas argumentações apresentadas pelos livros didáticos analisados, com a exceção do livro 2, que a construção de argumentos que permitem validar a compreensão e interpretação das lições de estatística sobre média aritmética terminam por exigir o conhecimento sobre temas da estatística ou matemática. Estas condições completam-se a partir do conhecimento sobre o contexto e as habilidades críticas sobre os temas das lições, que são importantes para construção de soluções conclusivas dos problemas apresentados nas lições sobre média aritmética.

(R)elações entre os componentes

A partir do que foi observado no quadro 1, a respeito dos componentes e descritores da idoneidade didática, foi possível obter uma noção de configuração epistêmica, que permitiu analisar e descrever sistematicamente os objetos matemáticos primários (situações / problemas, elementos linguísticos, conceitos/definições, proposições/propriedades, procedimentos e argumentos) que intervêm nas práticas matemáticas sobre o conceito de média aritmética. Então, percebe-se de alguma forma como se realiza um processo de instrução. Elencamos assim, as seguintes relações:

R1. As relações que se estabelecem entre os componentes dos objetos matemáticos (problemas, definições, propriedades etc.), de uma maneira geral, são de fundamental importância para que o professor e o estudante entendam a lição. Assim, são construídas nas lições as condições de uma análise dos dados, de sorte a reconhecerem-se as definições, propriedades e particularidades que permitem estabelecer relações com outros elementos da estatística como os gráficos e as tabelas, que contribuem para identificar a média aritmética em uma lição.

R2. Os autores, em sua maioria, procuraram apresentar nas lições explicações sobre os significados do objeto matemático, média aritmética. Contudo, o que se observou nas lições foi que, apesar da existência de dificuldades para se relacionar, o conceito com as expressões estatísticas. Há, no entanto, expectativa de que o professor possa desenvolver o emprego de recursos didáticos capazes de apoiar o estudante na compreensão da lição. O que faz com que o livro didático cumpra seu papel como instrumento de apoio de ensino e da aprendizagem. Entretanto, segundo (BLAZAR et al., 2020), em um estudo recente sobre o currículo e o livro didático, que envolveu escolas de alguns Estados dos EUA, em que se discutiu sobre a eficiência e importância do livro didático para influenciar na melhora dos resultados dos estudantes, se chegou a uma contradição. A investigação conclui que, o livro ou o conjunto de materiais curriculares, por si só, dificilmente alcançará esse objetivo de interferir decisivamente na melhoria e formação do estudante.

5 Conclusões

De uma maneira mais ampla, o que observamos a partir das análises, ao avaliar o desenvolvimento das competências matemáticas apresentadas pelos livros didáticos, foi a presença de que há uma noção sobre estatística e, em particular, sobre o conceito de média. Isso demonstra a existência de um consenso a respeito da importância desse conteúdo como caminho

para ampliar o conhecimento na formação do estudante. Portanto, comprova-se o que se discutiu ao longo deste trabalho sobre a presença da estatística e seus conteúdos como uma realidade, considerando sua admissão nos currículos escolares e na maioria das disciplinas da educação básica, em muitos países, inclusive no Brasil (PINHO, 2019).

Levando em conta o propósito deste estudo, fazer uma análise introspectiva, a partir da ferramenta proposta pelo o EOS, que tem nos critérios de idoneidade epistêmica os princípios e as condições para desenvolver a apreciação do objetivo desta pesquisa, buscando aferir como se dá nos processos de ensino e aprendizagem da estatística a visão sobre o conceito de média aritmética apresentada nas lições dos livros didáticos da 3ª série do ensino médio que são utilizados pelos professores e estudantes nas suas atividades pedagógicas. Portanto, foram estes critérios que serviram para avaliar o processo de estudo efetivamente.

Neste sentido, foi que reconhecemos a importância da noção de idoneidade didática como alternativa do estudo, e proporcionou em condições teóricas para uma ideia sobre o significado do conceito de média aritmética. Assim, o estudo possibilitou a análise e caracterização dos significados, bem como a descrição dos componentes e descritores da idoneidade didática, que indicou possibilidades para explicar cada lição dos livros didáticos analisados.

É importante salientar e ficou demonstrado que há uma presença efetiva da estatística e do conceito de média aritmética, ou seja, confirma-se que existe um entendimento de que as lições analisadas dos livros didáticos precisam de ajustes didáticos, e se reconhece o seu papel no currículo da educação básica, e, não deixam dúvidas sobre o potencial de aplicação dos conteúdos de estatística e do conceito de média. Outro aspecto que se evidenciou, e ficou explicitado, foi a necessidade de se aprofundar na revisão de literatura, muito por conta das novas matrizes curriculares propostas pela BNCC de 2017, que implicarão na formação dos professores, o que possivelmente afeta no domínio de condições para conduzir os processos de ensino e aprendizagem de estatística. Esta visão ratifica-se muito nitidamente quando se observa nos detalhes as dificuldades sobre uma visão que retrate aspectos e pontos de vista sobre o ensino, aprendizagem e formação de professor. Temos então, o momento em que se apresentam as discussões sobre as etapas do estudo mais amplas, em que foram analisados os aspectos particulares da utilização e aplicação da estatística na educação básica.

Portanto, a partir destas observações e análise sobre os aspectos das lições e dos livros didáticos foi possível entender que há de verdade a necessidade de ampliar o papel que desempenha o livro na educação matemática, já que as tarefas dos livros didáticos são amplamente utilizadas pelos alunos para a prática das suas atividades. Considerando, que a

natureza das atividades pode influenciar a atitude de pensar dos estudantes, é importante que os livros didáticos forneçam um equilíbrio nas situações problemas que são apresentadas (GRACIN, 2018).

Pensamos que esse trabalho se justifica pois consideramos importante a análise do conceito de média, pois trata-se de conteúdo da estatística, presente nos livros didáticos da educação básica, em particular na 3ª série do ensino médio. Por outro lado, reconhecemos as dificuldades da pesquisa, por conta, da natureza do estudo e dos diferentes aspectos que evoluíram a visão sobre a execução de uma sequência didática, análise de programas curriculares, dos livros didáticos, das ações pedagógicas dos professores e estudantes, entre outros aspectos, pensados e que podem se apresentar a partir do enfoque teórico.

Entretanto, não podemos deixar de reconhecer a importância da utilização da ferramenta teórica do EOS que teve o papel de facilitar na superação das dificuldades analíticas, sendo idoneidade didática, um aliado privilegiado do nosso estudo, ou seja, uma ferramenta teórica que foi capaz de nos dar uma visão mais aclarada e crítica da abordagem metodológica. Enfim, é fundamental reconhecer, e atentar para o número crescente de estudos nos últimos tempos, que respalda a ferramenta da idoneidade didática, que tem suscitado discussões sobre o papel importante de aplicação nas análises teóricas no campo do ensino da didática e aprendizagem, no que reflete na evolução das apreciações nas investigações e de trabalhos desta natureza, que tem o sentido de valorizar as seis facetas que apoiam o arcabouço teórico do EOS (MALET; GIACOMONE; REPETTO, 2021).

Podemos dizer que esta investigação tem a expectativa, aprofundar em outros estudos e análises sobre sequência didática do ensino e aprendizagem da estatística, a partir do que se discute do desenvolvimento da visão teórica do EOS, buscando ampliar as discussões sobre os componentes curriculares e as ações pedagógicas que fundamentam, o conhecimento do professor e do estudante que envolvem os conteúdos de estatística.

Enfim, o demonstra este recorte da análise da investigação, foi que a noção de idoneidade didática epistêmica fundamenta com elementos teóricos este estudo e traz luz às discussões detalhadas dos aspectos didáticos analisados nos livros de matemática usados na 3ª série da educação básica. No entanto, aponta a necessidade de ajustes nas realidades de problemas que possibilitem organizar uma ideia didática do ensino e aprendizagem da estatística, que propicie ao professor condições para que o estudante desenvolva as habilidades e competências quando fizerem uso da estatística e do conceito de média no cotidiano de suas vidas.

6 Referências

BATANERO, C. **Sentido estatístico. Componentes e desenvolvimento.** I Conferência Virtual sobre Didática da Estatística, Probabilidade e Combinatória. Granada, 2013.

BLAZAR, D.; HELLER, B.; KANE, T. J.; POLIKOFF, M.; STAIGER, D.O; CARRELL, S.; GOLDHABER, D.; HARRIS, D. N; HITCH, R.; HOLDEN, K. L; KURLAENDER, M. **Curriculum Reform in The Common Core Era: Evaluating Elementary Math Textbooks Across Six US States.** J. Pol. Anal. Manage., 39: 966-1019. <https://doi.org/10.1002/pam.22257>. 2020.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação.** Porto Editora, 1994.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental: Matemática.** Brasília: MEC /SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais.* Brasília: MEC/SEF, 1998 b.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio.** p. 394, Brasília. MEC, 1999.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Base Nacional Comum Curricular. Ensino Médio.** Brasília: MEC. Versão entregue ao CNE em 03 de abril de 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/04/BNCC_Ensino_Medio_embaixa_site.pdf . Acesso em: 4 abr. 2019.

BREDA, ADRIANA.; FONT, Vicenç.; LIMA, Valderez Marina Rosário. A noção de idoneidade didática e seu uso na formação de professores de matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 8, n. 2, p. 1-41, 2015.

BRENDA, Adriana.; LIMA, V. M. Rosário. Estudio de Caso sobre el Análisis Didáctico Realizado en un Trabajo Final de un Máster para Profesores de Matemáticas en Servicio. Universidade Católica do Rio Grande do Sul. **REDIMAT**, 2016, v. 5, p. 74-103.

BURGOS, Maria et al. Análise didática de uma aula de proporcionalidade em um livro didático do ensino fundamental com ferramentas da abordagem ontosemiótica. **Bolema**, Rio Claro, v. 34, n. 66,pág. 40-68,abr. 2020.

COBO, Belem.; BATANERO, C. Significados de la média en los libros de texto de secundaria. **Enseñanza de las Ciencias**, 22(1), 5-18, 2004a.

COBO, Belem.; BATANERO, C. Razonamientos aritméticos en problemas de promedios. **SUMA**, 45, 79-86,.2004b.

CONTRERAS, A.; FONT, V.; LUQUE, L.; ORDÓÑEZ, L. Algunas aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas a la didáctica del análisis. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v.25, n. 2, 151–186, 2005.

FAERNA, A. M. **Introducción a la teoría pragmatista del conocimiento.** Madrid: Siglo XXI, 1996.

FONT, Vicenç.; GODINO, J. D. La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: su uso en la formación de profesores. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 8, n.1, p. 67-98, 2006.

FONT, Vicenç.; CONTRERAS, A. *The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education*. **Educational Studies in Mathematics**, n. 69, p. 33-52, 2008,

GAL, I. Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities. **International Statistical Review**, v. 368, n. 70 (1), p. 1-25, 2002

GIOVANNI, R. José.; BONJORNO, J. Roberto. **Matemática**: uma nova abordagem: trigonometria, v..2, 2 ed. – São Paulo: FTD, 2011.

GODINO, Juan. D.; BATANERO, C.; Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathematiques**, v.14, n. 3, p. 325-355. 1994

GODINO, Juan. D.; BATANERO, C. **Funciones semióticas en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas**. En I. Vale y J. Portela (Eds.). IX Seminário de Investigação em Educação Matemática. Associação de Profesores de Matemática. Portugal, 1998b, p. 25-45.

GODINO, Juan. D. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactiques des Mathematiques**, v. 22 (2/3), p.237-284, 2002.

GODINO, Juan. D. **Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico semiótico de la cognición e instrucción matemática**. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada. 2003. On line: HYPERLINK "<http://www.ugr.es/local/jgodino/>" www.ugr.es/local/jgodino/: acceso, 3 ago. 2016.

GODINO, Juan. D.; Recio, A. M.; Roa, R. Ruiz, F.; Pareja, J. L. **Criterios de diseño y evaluación de situaciones didácticas basadas en el uso de medios informáticos para el estudio de las matemáticas**. 9º SEIEM Córdoba, España. 2005, p. 235-242.

GODINO, Juan. D.; CONTRERAS, A.; FONT, Vicenç. Análisis de procesos de instrucción basado en el enfoque ontológico- semiótico de la cognición matemática. **Recherches in Didactiques des Mathematiques**, v. 26, n.1, p. 39-88, 2006.

GODINO, Juan. D.; Font, V. **Alguns desarrollos y aplicaciones de la teoría de las funciones semióticas**. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, 2007b. 224f. Disponível em <http://www.ugr.es/~jgodino>: Acesso em: 3 jun. 2012.

GODINO, Juan. D.; Batanero, C.; Font, V. The ontosemiotic approach to research in mathematics education. **ZDM**. The International Journal on Mathematics Education, 2006. v. 39, n. 1 e 2, p. 127-135, 2007.

GODINO, Juan. D.; Bencomo, D.; Font, V.; Wilhelmi, M. R. Análisis e valoración de la idoneidade didáctica de processos de estudo de las matemáticas. **Paradigma**, v. XXVII, n. 2, p. 221-252, 2007.

GODINO, Juan. D.; FONT, Vicenç. **Algunos desarrollos de la teoría de los significados**. 2007a. URL: http://urg.es/~jgodino/indice_eos.htm: acceso, 7 set. 2015.

GODINO, Juan. D, Font, V. e Wilhelmi, M. R. Análise didática de processos de estudo matemático com base na abordagem ontosemiótica. **Publicações**, n. 38, p. 25-48, 2008.

GODINO, Juan. D. Indicadores de adequação didática dos processos de ensino e aprendizagem de matemática. **Cadernos de pesquisa e treinamento em educação matemática**, n.11, p.111-132, 2013.

GODINO, Juan D. et al. Una perspectiva ontosemiótica de los problemas y métodos de investigación en educación matemática. **Revemop**, Ouro Preto, Brasil, v.3, n. 202107, p. 1-30, 2021. DOI: <https://doi.org/10.33532/revemop.e202107>

GRACIN, D. Glasnovic. Requisitos em livros didáticos de matemática: uma análise pentadimensional de exercícios e exemplos de livros didáticos. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 49, n. 7, p. 1003-1024, 2018. DOI: 10.1080 / 0020739X.2018.1431849.

MALASPINA, U.; MALLART, A.; FONT, V. **Desenvolvimento das competências matemáticas e didáticas dos professores por meio da colocação de problemas**. Anais do 9º Congresso da Sociedade Europeia de Pesquisa em Educação Matemática (em prensa). Praga, República Tcheca. 2015.

MARCONDES, S.A. Carlos; Gentil, Sergio; Greco, E. Sergio. **Matemática para o Ensino Médio**. S. Paulo, Editora Ática, 1999.

NATIONAL Council of Teachers of Mathematics (NCTM), **Principles and standards for school mathematics**. Reston, Va.: NCTM, 2000.

OLIVEIRA, F. B. et al. "Revisão de literatura: pesquisa bibliográfica x pesquisa documental". Disponível em: <http://files.wendelandrade.webnode.com.br/200000168aac01abba1/Pesquisa%20bibliogr%C3%A1fica%20versus%20pesquisa%20documental.trabalho.2011.1.doc>: acesso em 10 de julho de 2021.

MALET, Omar.; GIACOMONE, Belém.; REPETTO, Ana Maria. La Idoneidad Didáctica como herramienta metodológica: *desarrollo y contextos de uso*. **Revemop**, Ouro Preto, Brasil, v.3, n. 202110, p. 1-23, 2021. DOI: <https://doi.org/10.33532/revemop.e202110>

PINHO, Marcos A. S. **O conceito de média aritmética: interpretação do professor e análise de livros Didáticos**. 2019. 466f. Tesis doctoral. Centro de Internacional de Doutoramentos e Estudos Avanzados da Universidad de Santiago de Compostela (CIEDUS). Santiago de Compostela. Espanha.

PINHO, Marcos A. S.; FERNANDES, Teresa Blanco. A média aritmética no ensino médio: uma visão na perspectiva da semiótica. **Revista RBBA Revista Binacional Brasil /Argentina**, v. 6, n. 1, p. 247 a 265, jun. 2017.

PINO-FAN, L.; GODINO, J. D.; FONT, V. Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (primera parte) **REVEMAT**, n.8, v.2, p.1-49, 2013. DOI: <http://dx.doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8n2p1>,

POCHULU, M.; FONT, V.; RODRÍGUEZ, M. Desarrollo de la competencia en análisis didáctico de formadores de futuros profesores de matemática a través del diseño de tareas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. **RELIME**, 2015.

RONDERO, C.; FONT, V. Articulación de la complejidad matemática de la media aritmética. **Enseñanza de las Ciencias**, v.33, n. 2, p. 29-49, 2015.

SECKEL, M. J. S.; FONT, V. **Competencia de análisis didáctico en la formación inicial de profesores de matemática de Chile**. Conferência Interamericana de Educación Matemáticas XIV CIAEM, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México, 2015.

WATSON, J. M.; Moritz, J. B. The longitudinal development of understanding of average. **Mathematical Thinking and Learning**, v.2, n. 1 e 2, p. 11-50, 2000.

WILD, C. J.; PFANNKUCH, M. Statistical Thinking in Empirical Enquiry. **International Statistical Review**, n. 67, p. 223 –265, 1999.