

Identificación de conflictos semióticos en una lección de libro de texto sobre proporcionalidad por parte de maestros en formación

María Burgos
María José Castillo

Resumen: Los libros de texto constituyen un importante recurso para el diseño instruccional. El docente debe ser capaz de analizar su idoneidad, identificar limitaciones y realizar adaptaciones que las solventen considerando las necesidades de sus estudiantes. En este trabajo se describe el diseño, implementación y resultados de una intervención formativa con futuros maestros de primaria orientada a la identificación de conflictos semióticos en el análisis de lecciones de libro de texto de proporcionalidad. Los participantes han identificado conflictos relativos al contenido, a los conocimientos previos requeridos y la progresión en el aprendizaje, así como con la presentación del tema, los modos de interacción prevista y el uso de recursos. Sin embargo, otros conflictos, relacionados con un conocimiento específico de la proporcionalidad fueron inadvertidos por la mayoría de los futuros maestros.

Palabras clave: Conflictos semióticos. Formación de profesores. Proporcionalidad. Análisis didáctico. Idoneidad didáctica.

Prospective primary school teachers' identification of semiotic conflicts in a proportionality textbook lesson

Abstract: Textbooks are an important resource for instructional design. Teacher should be able to analyse their suitability, identify conflicts or limitations and make adaptations that solve them taking into account the needs of their students. This article describes the design, implementation and results of a formative intervention with prospective primary school teachers aimed at identifying semiotic conflicts in the analysis of proportionality textbook lessons. The participants have identified conflicts regarding the content, the required prior knowledge and the progression in learning, as well as with the presentation of the subject, the modes of interaction and the use of resources. However, other conflicts related to a specific knowledge of proportionality, were unnoticed by most of the prospective teachers.

Keywords: Semiotic conflicts. Teacher education. Proportionality. Didactic analysis. Didactic suitability.

Identificação de conflitos semióticos em uma lição de proporcionalidade por professores estagiários

Resumo: Os livros didáticos são um recurso importante para o projeto instrucional. O professor deve ser capaz de analisar sua adequação, identificar limitações e fazer adaptações para superá-las, levando em conta as necessidades de seus alunos. Este documento descreve a concepção, implementação e resultados de uma intervenção de treinamento com futuros professores da escola primária com o objetivo de identificar conflitos semióticos na análise das aulas de proporcionalidade dos livros didáticos. Os participantes identificaram conflitos relacionados ao conteúdo, conhecimento prévio necessário e progressão do aprendizado, assim como à apresentação do tópico, modos de interação pretendidos e uso de recursos. Entretanto, outros conflitos, relacionados ao conhecimento específico da proporcionalidade, passaram despercebidos pela maioria dos futuros professores.

Palavras-chave: Conflitos semióticos. Formação de professores. Proporcionalidade. Análise didática. Adequação didática.

María Burgos

Doctorada en Matemáticas por la Universidad de Almería y Doctorada en Didáctica de las Matemáticas por la Universidad de Granada. Profesora de la Universidad de Granada, Granada, España.

 <https://orcid.org/0000-0002-4598-7684>

 mariaburgos@ugr.es

María José Castillo

Bachiller y licenciada en Enseñanza de la Matemática por la Universidad de Costa Rica. Máster en Didáctica de la Matemática por la Universidad de Granada. Profesora de la Universidad de Costa Rica, San José, Costa Rica.

 <https://orcid.org/0000-0002-8046-8927>

 mariajosecastillo.24@gmail.com

Recebido em 15/11/2021

Aceito em 24/03/2022

Publicado em 09/04/2022

1 Introducción

Muchos docentes identifican los libros de textos como el saber institucional que se debe enseñar y aprender, por lo que recurren a ellos como material prioritario para planificar los procesos de instrucción (SALCEDO et al., 2018). Los profesores utilizan los libros de texto como base para tomar decisiones sobre qué enseñar, cómo presentar los contenidos y qué metodología seguir (REZAT, 2012). Por otro lado, los libros de texto influyen en el desempeño y rendimiento de los estudiantes, de modo que la forma en que se presenta la información en estos puede suponer un obstáculo o una oportunidad en el aprendizaje de los contenidos que se desean enseñar (TÖRNROOS, 2005).

Dado que los libros de texto no están exentos de errores y sesgos en los contenidos presentados, diversas investigaciones estudian los modos de uso de estos materiales curriculares por parte de los docentes. Se considera que un profesor competente debe mantener una posición analítica y crítica que le permita identificar debilidades o carencias presentes en el proceso instruccional propuesto por el autor del libro, así como reflexionar sobre cómo solventar las mismas (BEYER y DAVIS, 2012; BROWN, 2009; CHOPPIN, 2011; GODINO et al., 2017; THOMPSON, 2014). No obstante, los resultados de diversas investigaciones muestran que los profesores, principalmente los recién graduados, tienen dificultades al llevar a cabo estas acciones (GROSSMAN y THOMPSON, 2008; NICOL y CRESPO, 2006; YANG y LIU, 2019) y que, sin herramientas que los guíen en esta tarea, el análisis de textos realizado por los profesores suele tener un aspecto intuitivo, parcial y no un enfoque crítico, que les permita tomar decisiones razonadas sobre la gestión de uso del mismo (BEYER y DAVIS, 2012; LLOYD y BEHM, 2005). En consecuencia, la formación de profesores debe tener en cuenta el desarrollo de competencias didácticas con relación al análisis de libros de texto, mediante el diseño e implementación de acciones formativas que incorporen instrumentos de análisis específicos.

En este trabajo planteamos la necesidad de que los futuros docentes sean capaces de analizar la pertinencia o adecuación de lecciones de libros de texto de matemáticas en un tema concreto, la proporcionalidad, y que con base a tal análisis identifiquen potenciales conflictos (discordancias, sesgos y parcialidades) presentes en la lección, como primer paso para tomar decisiones fundamentadas sobre la gestión de dicho recurso.

Como marco teórico y metodológico se ha utilizado el Enfoque Ontosemiótico (EOS) del Conocimiento y la Instrucción Matemática (GODINO; BATANERO y FONT, 2007). La valoración de la lección de proporcionalidad en un libro de texto, se realiza por medio de los componentes y criterios de la idoneidad didáctica (GODINO, 2013; GODINO et al., 2021) entendida como el criterio sistémico de pertinencia o adecuación de un proceso de instrucción al proyecto educativo. En los últimos años, se han

realizado en el campo de formación de profesores, numerosas investigaciones empleando dicha herramienta para organizar la reflexión del profesor y desarrollar la competencia de valoración de los procesos de instrucción (BREDA; PINO-FAN y FONT, 2017; BURGOS; BELTRÁN-PELLICER y GODINO, 2020; GIACOMONE; GODINO y BELTRÁN-PELLICER., 2018; HUMMES; FONT y BREDA, 2019; entre otros). La noción de idoneidad didáctica ha sido también empleada en el análisis de materiales curriculares y libros de texto (BARBOSA y BARBOSA, 2021; FÚNEME; LINARES y SEPÚLVEDA, 2021; GODINO y FONT, 2006; PINO-FAN et al., 2013; PINO-FAN y PARRA-URREA, 2021; RUZ; MOLINA-PORTILLO y CONTRERAS, 2020). En particular, en Castillo, Burgos y Godino (en prensa) se emplea la teoría de la idoneidad didáctica para desarrollar una Guía de Análisis de Lecciones de libros de Texto de Matemáticas (GALT-Matemáticas) como recurso para guiar la reflexión de los docentes en formación o en ejercicio sobre los procesos de instrucción planificados en lecciones de libros de texto.

La elección del tema de la proporcionalidad viene justificada por la importancia curricular que tiene este contenido y por las dificultades que muestran tanto estudiantes como profesores con el razonamiento proporcional (BUFORN; LLINARES y FERNÁNDEZ, 2018; FERNÁNDEZ y LLINARES, 2011, 2012; VAN DOOREN et al., 2009). A esto se añade que la proporcionalidad, no recibe un tratamiento adecuado en los libros de texto de matemáticas y que los textos de matemáticas contienen errores y debilidades que afectan a aspectos claves del razonamiento proporcional (AHL, 2016; BURGOS, CASTILLO et al., 2020; JOHNSON, 2010; SHIELD y DOLE, 2013).

A continuación, se introducen los elementos esenciales del marco teórico y el problema específico de investigación. Luego se presenta el contexto y metodología empleada. Se incluyen algunos elementos básicos del estudio preliminar, especialmente en relación a los criterios de idoneidad didáctica para el estudio de la proporcionalidad que permitan identificar conflictos en una lección de libro de texto, así como el diseño e implementación de la intervención formativa. Posteriormente se incluyen los resultados del análisis de las respuestas dadas por los futuros maestros a fin de detectar potenciales aspectos conflictivos en la lección. Finalmente, presentamos una síntesis e implicaciones de la experiencia formativa y del proceso metodológico aplicado.

2 Marco teórico y problema de investigación

La consideración de la lección de un libro de texto como un proceso instruccional (previsto o planificado) en el que el autor propone una secuencia de prácticas matemáticas para el estudio del tema en cuestión, permite aplicar las distintas herramientas teóricas del EOS (GODINO, 2002; GODINO et al.,

2007) para analizarla sistemáticamente (BURGOS, CASTILLO et al., 2020). En dicho marco teórico los objetos matemáticos emergen de las prácticas matemáticas que se movilizan al dar respuesta a cierta situación-problema y se considera toda una tipología de objetos (situación-problema, lenguaje, conceptos, proposiciones, procedimientos, y argumentos) según su naturaleza y finalidad (GODINO et al., 2007). Estos objetos matemáticos no están aislados, sino que se relacionan entre sí formando *configuraciones* que pueden ser *epistémicas* (objetos y procesos matemáticos puestos en marcha desde una institución para la solución de un problema matemático) o *cognitivas* (red de objetos y procesos matemáticos utilizados por los estudiantes para enfrentar una situación-problema).

El *significado institucional de referencia* de un objeto (contenido o tema matemático) viene determinado por lo que las instituciones matemáticas y didácticas consideran el sistema de prácticas operativas y discursivas inherentes al objeto. Por otro lado, el sistema de prácticas que se planifican sobre un objeto matemático para un cierto proceso de instrucción (por ejemplo, el previsto en una lección de un libro de texto) constituye el *significado institucional pretendido*. El EOS introduce la noción de *conflicto semiótico* como “una disparidad o desajuste entre los significados atribuidos a una misma expresión por dos sujetos -personas o instituciones- en interacción comunicativa y pueden explicar las dificultades y limitaciones de los aprendizajes y las enseñanzas implementadas” (GODINO, 2002, p. 258). Cuando la disparidad se produce entre significados de tipo institucional (por ejemplo, entre el significado de referencia y el implementado en una lección de libro de texto o por un profesor) se dice que se trata de un *conflicto epistémico*, mientras que si discordancia tiene lugar entre el significado manifestado por un sujeto y el de referencia se dice que se trata de un *conflicto cognitivo*. Un *conflicto instruccional* surge como resultado de desajustes en los modos de interacción o el uso de recursos.

La *idoneidad didáctica* de un proceso de instrucción se entiende como el grado en que dicho proceso reúne ciertas características que permiten calificarlo como óptimo o adecuado para conseguir la adaptación entre los significados personales logrados por los estudiantes (aprendizaje) y los significados institucionales pretendidos o implementados (enseñanza), teniendo en cuenta las circunstancias y recursos disponibles (entorno) (GODINO, 2013; GODINO et al., 2021). La noción de idoneidad didáctica y su desglose operativo en componentes e indicadores observables, para cada una de las facetas que intervienen en un proceso instruccional, sirve de base para la elaboración de *Guías de análisis de lecciones de libros de textos* en las que se reflejan las diversas variables a considerar (BURGOS, CASTILLO et al., 2020).

La aplicación de estas guías para valorar el grado de idoneidad en cada uno de los componentes por medio de indicadores que actúan a modo de rúbrica, ayuda a identificar conflictos epistémicos,

cognitivos e instruccionales (vistos como ausencia o parcialidad en el cumplimiento de los indicadores) en el análisis del proceso de instrucción previsto en una lección de libro de texto.

Teniendo en cuenta la especificidad del conocimiento matemático, estas guías deben ser enriquecidas y particularizadas de acuerdo al tema específico que se quiere enseñar (BREDA et al., 2017). Por este motivo, de forma previa a este trabajo, los investigadores adaptaron la GALT-Matemáticas (CASTILLO et al., en prensa) al tema específico de proporcionalidad (GALT-proporcionalidad) (CASTILLO; BURGOS y GODINO, 2022) de manera que sirviese de pauta para el análisis sistemático de la lección.

En este trabajo se describe una acción formativa con futuros maestros de primaria orientada a desarrollar la competencia de análisis de la idoneidad didáctica de lecciones de libros de texto en el tema de proporcionalidad. El objetivo específico de la investigación es analizar los conflictos (epistémicos, cognitivos e instruccionales) presentes en la lección que son identificados por los futuros maestros como resultado de aplicar la guía de análisis de idoneidad didáctica de una lección de proporcionalidad (GALT-proporcionalidad).

3 Metodología

La experiencia descrita en este artículo se desarrolló con un grupo de 61 estudiantes de tercer curso del Grado de Educación Primaria, en el marco de la asignatura de Diseño y Desarrollo del Currículum de Matemáticas de Educación Primaria durante el curso lectivo 2019-2020. El enfoque metodológico que adoptamos es la ingeniería didáctica entendida en un sentido generalizado (GODINO et al., 2014), que distingue cuatro fases de investigación: estudio preliminar en sus diferentes dimensiones (epistémica, ecológica, cognitiva, afectiva, interaccional y mediacional), diseño del experimento (selección de tareas, secuenciación y análisis a priori de las mismas), implementación (observación de las interacciones entre personas y evaluación de los aprendizajes logrados), análisis retrospectivo (derivado del contraste entre lo previsto en el diseño y lo observado en la implementación). Además, se aplicó la metodología de análisis de contenido (COHEN; MANION y MORRISON, 2011) para examinar los protocolos de respuesta de los futuros maestros, adoptando las facetas, componentes y subcomponentes de la idoneidad didáctica para clasificar y describir las respuestas de los participantes.

A continuación, se describen algunos elementos fundamentales del estudio preliminar, diseño e implementación de la experiencia. Los resultados y análisis retrospectivo de la misma se incluyen en la sección 4.

3.1 Estudio preliminar

La adaptación de la GALT-Matemáticas al tema de la proporcionalidad, supuso la formulación de indicadores explícitos para este contenido, basados en resultados de investigaciones y en juicios expertos asumidos por la comunidad académica (GODINO; RIVAS y ARTEAGA, 2012). Destacamos en esta sección aquellos indicadores de la GALT-proporcionalidad (CASTILLO et al., 2022), fundamentales en las facetas epistémica, cognitiva e instruccional (nos referimos como instruccional a los aspectos interaccional y mediacional considerados de manera conjunta).

Faceta epistémica

- *Situaciones-problema.* Se emplea una muestra diversa y representativa de tareas (de valor faltante, comparación, tabulares) que correspondan a los diversos significados de la proporcionalidad: intuitivo-informal (comparación cualitativa) geométrico (tareas de semejanza, escalas), aritmético (problemas de comparación, valor faltante) y algebraico (introducción del modelo de la función lineal) (AROZA; GODINO y BELTRÁN-PELLICER, 2016). Estas situaciones deben hacer explícita la relación multiplicativa en situaciones proporcionales, permitir distinguir comparaciones multiplicativas de las aditivas e involucrar tanto razones internas (relaciones entre diferentes valores de la misma magnitud) como externas (entre valores de magnitudes diferentes) (FERNÁNDEZ y LLINARES, 2011; LAMON, 2007; RUIZ y VALDEMOROS, 2006; SHIELD y DOLE, 2013).
- *Lenguajes.* Se utilizan diferentes tipos de expresión y representación (gráfica, simbólica, tablas de valores, material manipulativo, etc.). Estas representaciones ayudan a identificar y distinguir las relaciones multiplicativas que se establecen dentro de las magnitudes proporcionales y entre dichas magnitudes (SHIELD y DOLE, 2013).
- *Conceptos.* Se presentan de manera precisa los conceptos fundamentales de la proporcionalidad (razón, tasa, proporción, porcentaje, fracción y número racional), y se define con claridad la naturaleza multiplicativa de las comparaciones entre cantidades de magnitudes proporcionales contemplando las ideas de covariación e invarianza en la relación de proporcionalidad (LAMON, 2007).
- *Proposiciones.* Se establecen las proposiciones suficientes y necesarias que permiten distinguir una situación proporcional: correspondencia biunívoca, monotonía y presencia de una constante de proporcionalidad (FIOL y FORTUNY, 1990).
- *Procedimientos y argumentos.* Los procedimientos fundamentales de proporcionalidad (en particular, reducción a la unidad y regla de tres) se presentan de manera clara, argumentando las

condiciones que garantizan si una relación es o no de proporcionalidad y la pertinencia de aplicar dichos procedimientos. Se trata de “colocar el foco sobre la relación entre el procedimiento y la pertinencia de su uso en relación con la identificación de las relaciones entre las cantidades y la covariación” (BUFORN et al., 2018, p. 19).

- *Relaciones*. Se establecen relaciones del tema de proporcionalidad con los números racionales y las magnitudes (se trata la razón entre números, entre cantidades de una misma magnitud, entre cantidades correspondientes, etc.). Los diferentes enfoques de la proporcionalidad (AROZA et al., 2016) aparecen articulados.
- *Procesos*. Se plantean situaciones que permitan al alumno utilizar el modelo matemático de la función lineal para representar y comprender relaciones multiplicativas que promueven un significado unificado a los conceptos de razón, proporción y proporcionalidad (FIOL y FORTUNY, 1990). Además, se proponen situaciones donde los estudiantes tengan oportunidad de describir, explicar y hacer generalizaciones sobre patrones numéricos que permitan avanzar desde el tratamiento aritmético de la razón y proporción hasta el algebraico basado en la función lineal.

Faceta cognitiva

- Se promueve el acceso y logro de todos los estudiantes, por ejemplo: se emplean estrategias de construcción progresiva, aditivas, multiplicativas, razón unitaria, regla de tres, etc. (FERNÁNDEZ y LLINARES, 2011; SILVESTRE y PONTE, 2011).
- Se consideran situaciones con diferentes niveles de dificultad: que involucren números enteros, no enteros, relaciones de divisibilidad entre cantidades, que se altere el orden de los datos en los problemas (FERNÁNDEZ y LLINARES, 2011; VAN DOOREN et al., 2009).
- Se advierte de errores y dificultades de los alumnos tanto conceptuales como procedimentales: ilusión de linealidad –esto es, aplicar procedimientos lineales en la resolución de problemas no lineales (VAN DOOREN et al., 2003)– realizar operaciones al azar, usar estrategias aditivas erróneas (FERNÁNDEZ y LLINARES, 2011; VAN DOOREN et al., 2009).

Faceta instruccional

- El autor hace una presentación adecuada de la proporcionalidad, enfatizando los conceptos clave del tema (razón, proporción, relación de proporcionalidad, constante de proporcionalidad) y usando diversas estrategias y recursos argumentativos que logren implicar y captar la atención de los estudiantes.

- Se contemplan momentos donde los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio: exploran ejemplos y contraejemplos para investigar si una situación concreta es de proporcionalidad, crean y resuelven problemas decidiendo la estrategia más adecuada y comunican la solución.
- Se promueve el uso de modelos matemáticos (función lineal) y visualizaciones para motivar y contextualizar el contenido; así como materiales manipulativos (escalímetro, el pantógrafo, el compás de proporción), audiovisuales e informáticos.
- La secuenciación de contenidos y actividades es adecuada: comienza el estudio de la proporcionalidad con experiencias intuitivas correspondientes a una aproximación cualitativa (actividades de estimación), para después buscar el progreso desde el pensamiento aditivo (pre-proporcional) al multiplicativo (proporcional) (RUIZ y VALDEMOROS, 2006; STREEFLAND, 1985). La introducción de la regla de tres se retrasa hasta que los alumnos han adquirido suficiente experiencia en el tema (MOCHÓN, 2012; SHIELD Y DOLE, 2013).

La ausencia de algunos de estos indicadores puede derivar en conflictos epistémicos, cognitivos e instruccionales.

3.2 Diseño. Análisis a priori de la lección e identificación de conflictos

La lección de proporcionalidad que se analiza corresponde al libro de texto de 6º curso de educación primaria de González et al. (2015). Se ha considerado dividida en tres configuraciones didácticas (unidades de análisis): magnitudes proporcionales (C1), reducción a la unidad y regla de tres (C2), escalas y mapas (C3).

El análisis a priori de la lección, según las distintas facetas, componentes y subcomponentes de la idoneidad didáctica y la identificación de los conflictos que presentamos a continuación, fue realizado de manera independiente por las investigadoras (se contó además con un colaborador externo) y confrontado posteriormente para consensuar una valoración global. Dicho análisis constituye el referente de lo que se espera que realicen los futuros maestros, para precisar los conflictos detectados en la lección. Así mismo, permitirá analizar y evaluar las respuestas de los participantes. En lo que concierne a este trabajo, incluimos el análisis en los aspectos epistémico, cognitivo e instruccional, centrando la atención en los componentes que muestran algún tipo de deficiencia o discordancia que pueda ser fuente de conflictos.

Faceta epistémica

Situaciones-problemas

Para presentar cada una de las configuraciones el autor incluye una única situación inicial resuelta, que en todos los casos responde a un ejemplo particular, bien de magnitudes o de escalas, lo

que impide concretar el desarrollo claro de los conceptos de magnitudes proporcionales, escala o de los procedimientos de reducción a la unidad y regla de tres.

Posteriormente propone situaciones de aplicación para los contenidos correspondientes, las cuales son poco diversas y representativas de los contenidos de proporcionalidad, ya que no se incluyen situaciones de comparación, o de ampliación/reducción de figuras, siendo la mayoría de valor faltante. La formulación de problemas recibe un tratamiento limitado, únicamente aparecen dos tareas en las que los estudiantes deben buscar ejemplos de magnitudes proporcionales y elaborar una tabla de proporcionalidad asociada.

Lenguaje

Se usan expresiones como: “datos que están en cruz”, “número que no hemos utilizado aún” al presentar la regla de tres, sin referirse a los términos en una proporción, ni a numerador o denominador de fracciones equivalentes (ver Figura 2).

No se usan representaciones para distinguir las relaciones multiplicativas que se establecen *dentro* de las magnitudes proporcionales y *entre* dichas magnitudes.

Por otro lado, no se fomenta el uso e interpretación de diferentes representaciones de la proporcionalidad: las configuraciones C1 y C2, se limitan al manejo, construcción y lectura de tablas de valores y las únicas representaciones gráficas o manipulativas se consideran en C3.

Conceptos

Los conceptos fundamentales de la proporcionalidad, entre ellos, proporción y magnitudes proporcionales, no se presentan de manera clara en ninguna de las configuraciones:

- En C1 la relación de proporcionalidad entre magnitudes se introduce por medio de dos magnitudes particulares que se relacionan de forma multiplicativa en una tabla de proporcionalidad. No se introduce el carácter lineal por medio de la relación funcional $y=kx$, ni el concepto de constante de proporcionalidad. Además, se confunden los conceptos de magnitud y cantidad de magnitud (ver Figura 1).

Figura 1. Situaciones iniciales propuestas en C1

Fermín aparca su bicicleta durante 3 h. ¿Cuánto pagará?

Si aparcar durante 1 h cuesta 2 €, el triple de tiempo cuesta 3 veces más:

1 h → 2 € $\xrightarrow{\times 3}$ 3 h → 6 €

► Pagará 6 €.

El tiempo de aparcamiento y el precio son **magnitudes proporcionales**. Se pueden relacionar mediante una tabla de proporcionalidad.

Al multiplicar los números de la fila de arriba, obtenemos los de la fila de abajo.

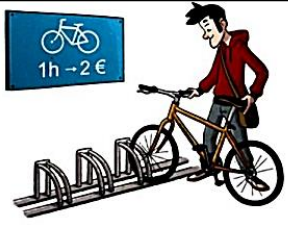
tiempo (h)	1	2	3	4	...
precio (€)	2	4	6	8	...

Al dividir los números de la fila de abajo, obtenemos los de la fila de arriba.

Al pasear en su bicicleta durante 1 h, Fermín encuentra 2 semáforos. Si pasea 3 h, ¿puede saber cuántos semáforos encontrará?

► No, porque el número de semáforos que encuentra no tiene por qué ser el mismo cada hora.

El tiempo y el número de semáforos no son magnitudes proporcionales. No se pueden relacionar con una tabla de proporcionalidad.



Fuente: González et al. (2015)

- En C2, la particularización “dividimos entre 2, es decir reducimos a la unidad”, puede suponer un potencial conflicto cognitivo (ver Figura 2), un eventual alumno puede interpretar el demediar como procedimiento equivalente a la reducción a la unidad.

Figura 2. Situación introductoria en C2

En un videojuego, Carmen obtiene 10 puntos por cada 2 monedas de oro que encuentra. Si en una partida encuentra 30 monedas, ¿cuántos puntos obtiene?

Para calcularlo tenemos que reducir a la unidad.

1.* Escribimos la tabla de equivalencias.

n.º de monedas	2	30
n.º de puntos	10	?

2.* Dividimos entre 2, es decir, reducimos a la unidad.

n.º de monedas	2	1
n.º de puntos	10	5

3.* Calculamos el dato que buscamos.

n.º de monedas	2	30
n.º de puntos	10	150

También podemos calcularlo mediante la **regla de tres**.

Si conocemos 3 términos, podemos calcular el cuarto así:

1.* Escribimos los datos de esta manera:

n.º de monedas	n.º de puntos
$\frac{2}{30}$	$\frac{10}{?}$

2.* Multiplicamos los datos conocidos que están en cruz.

n.º de monedas	n.º de puntos
$\frac{2}{30}$	$\frac{10}{?}$

3.* Dividimos el resultado entre el número que no hemos utilizado aún.

n.º de monedas	n.º de puntos
$\frac{2}{30}$	$\frac{10}{?}$


¿? representa el dato que queremos calcular.

Por tanto, el valor del dato que queremos calcular es:

$30 \times 10 = 300$

$300 : 2 = 150$

► Carmen ha obtenido 150 puntos.



Fuente: González et al. (2015)

- En C3 no existe una definición general del concepto de escala, sólo se hace referencia a casos particulares.

Proposiciones. En la lección no se incluyen las propiedades fundamentales de la relación de proporcionalidad, ni las condiciones que deben cumplir dos magnitudes para ser proporcionales.

Tampoco se presentan de manera clara las condiciones necesarias y suficientes que permiten distinguir una situación proporcional. Concretamente en C1 sólo se indica en el ejemplo 2 “no tiene por qué ser el mismo cada hora” (ver Figura 1) lo que implica que el alumno interprete que existe cierta condición de invariancia que debe cumplirse para que la relación sea de proporcionalidad. Similarmente, en C2, se indica sólo a través de una nota que los procedimientos son aplicables si las magnitudes son proporcionales, pero no se especifican las condiciones que deben cumplirse. Esto puede suponer un conflicto si los alumnos deben asumir condiciones de regularidad que garanticen la proporcionalidad directa, cuando esta no está especificada. Por ejemplo, en la tarea 22, se debe asumir que “cada cuarto del queso cuesta lo mismo” (ver Figura 3).

Figura3. Situación 22 propuesta en C1



Fuente: González et al. (2015)

Procedimientos

Los procedimientos presentados en la situación inicial en C1 se reducen a multiplicaciones y divisiones por números enteros, realizados de forma implícita en las representaciones (Figura 1). Los algoritmos de reducción a la unidad y regla de tres consisten en la aplicación de pasos mecanizados que no se argumentan ni explican de manera clara (Figura 2). En particular, la regla de tres se reduce a la traducción de “una manera dada” de los “datos” en una proporción, por medio de razones internas, sin justificar esta disposición y no otra.

Las situaciones propuestas en C1 y C2 son de aplicación de los procedimientos aritméticos por medio de tablas o por fracciones equivalentes, por lo que los alumnos no tienen oportunidad de negociar o generar por ellos mismos procedimientos.

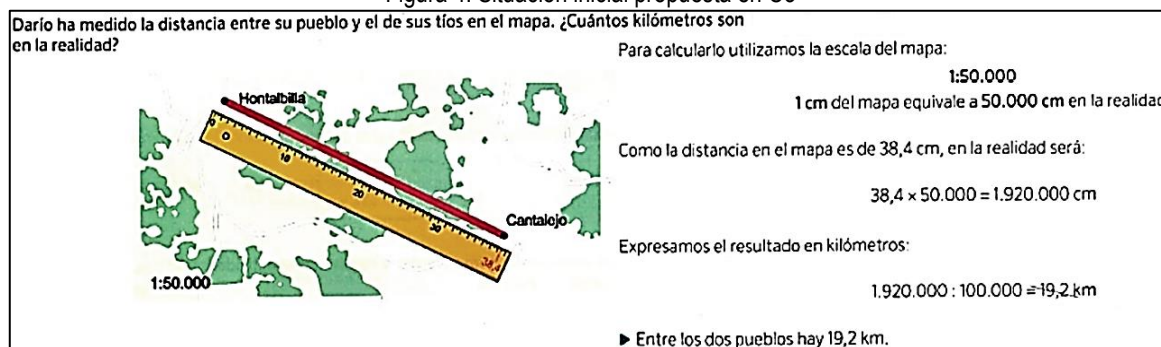
Argumentos

Las proposiciones y procedimientos de la proporcionalidad no se explican ni argumentan adecuadamente. En concreto:

- En C1, la argumentación se basa en la existencia de una relación multiplicativa entre cantidades de magnitudes expuesta en las representaciones: “si dos magnitudes son proporcionales, se relacionan en una tabla de proporcionalidad”. Sólo se argumenta de forma explícita al afirmar que el tiempo de un paseo y el número de semáforos vistos en ese paseo no son magnitudes proporcionales, ya que no existe una condición de regularidad (ver Figura 1).

- En C2, se acepta que “los métodos de reducción a la unidad y la regla de tres solo se pueden aplicar cuando hay proporcionalidad entre las magnitudes”, pero no hay una justificación explícita. Tampoco se explica por qué se multiplica en cruz para resolver la ecuación proporcional que aparece en la regla de tres.
- En C3 los procedimientos se justifican a partir de la definición de escala sin contemplar la relación de proporcionalidad directa (ver Figura 4).

Figura 4. Situación inicial propuesta en C3



Fuente: González et al. (2015)

Relaciones. En la lección no existen relaciones claras con el tema de fracciones o de números decimales, ni se hace explícita la conexión con las magnitudes. Por otro lado, no se identifican, articulan o desarrollan los diversos enfoques de la proporcionalidad (sólo parcialmente se tratan el aritmético en C1 y C2, y el geométrico en C3).

Procesos. En la lección analizada no se plantean situaciones para que los alumnos generalicen o formulen y expliquen conjeturas que involucren la relación de proporcionalidad directa entre magnitudes. Tan solo dos tareas en las que los alumnos deben proponer ejemplos de magnitudes directamente proporcionales y otra en la que deben explicar el significado de ciertas escalas.

Faceta cognitiva

El autor no refiere de modo explícito a conocimientos previos necesarios (equivalencia de fracciones, medida y cantidades de magnitud); sólo se incluye una breve nota en C1 referida a la definición de magnitud. Si bien el nivel de dificultad de los contenidos es adecuado, observamos una falta de progresión en el grado de dificultad de las tareas. Por ejemplo, las situaciones introductorias en las configuraciones C1 y C2 sólo emplean números enteros, mientras que algunas de las tareas propuestas después al alumno involucran decimales; la tarea 29 en C2 (Figura 5) involucra más de dos magnitudes en la misma situación (aspecto que no se contempla en el resto de tareas propuestas).

Figura 5. Problemas propuestos en C2

Francisco quiere preparar lentejas para 12 personas según esta receta que ha encontrado.

- ¿Qué cantidad de lentejas necesita?
- Escribe la receta con las cantidades necesarias de cada ingrediente para 12 personas.
- El coste de los ingredientes para 8 personas es de 15,50 € aproximadamente. ¿Cuánto costarán los ingredientes para 12 personas?

Lentejas para 8 personas

medio kilo de lentejas

1 cebolla


2 dientes de ajo

1 patata

200 g de chorizo

25 g de aceite

1 puerro



Fuente: González et al. (2015)

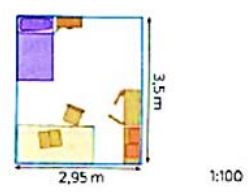
Similarmente, las tareas 35 y 36 (Figura 6) precisan averiguar la medida en el mapa o plano conociendo la escala y una medida en la realidad; esto supone un cambio en el orden de los datos del problema el cual no es conocido por los estudiantes (el autor sólo indica un ejemplo en el cual hallar la medida real conocida la escala y la medida en un mapa).

Figura 6. Situaciones 35 y 36 propuestas en C3

De Sevilla a Huelva hay 93 km de distancia aproximadamente. Calcula cuál sería la medida que corresponde en cada caso.

- En un mapa de escala 1:10.000
- En un mapa de escala 1:25.000
- En un mapa de escala 1:50.000

Ariadna ha medido el largo y el ancho de su habitación de la casa nueva.



- ¿A qué escala está dibujado el plano?
- ¿Cuáles son las medidas de la habitación en el plano?

Fuente: González et al. (2015)

No se incluyen actividades de ampliación (modelización con la función lineal) o refuerzo, además de no promoverse el uso flexible de diversas estrategias correctas para resolver las situaciones de proporcionalidad.

Faceta instruccional

Interacción. La presentación que hace el autor de la lección no es del todo adecuada, dado que no se presta la atención suficiente a conceptos clave y algunos enunciados de las situaciones son incompletos o confusos. Por ejemplo, como hemos observado, en C1 (Figura 1) no se explica por qué “al multiplicar [por 2 indicado de manera diagramática] los números de la fila de arriba, obtenemos los de la fila de abajo”, ni cuál es el significado de dicha constante (la constante de proporcionalidad) en la situación descrita. Por otro lado, algunos enunciados de las tareas son confusos. También, la actividad 37 en C3 (Figura 7) es confusa, dado que solicita la escala de un mapa en el que 1 cm representa dos distancias distintas.

Figura 7. Actividad para determinar la escala



Fuente: González et al. (2015)

La poca diversidad de recursos argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos es otra deficiencia que detectamos. Además, las interacciones discentes se promueven de forma muy limitada al proponer únicamente dos ejercicios para realizar en parejas (sólo las tareas 27 y 37), donde además no se solicita una argumentación que fomente el diálogo, comunicación o debate de ideas.

Autonomía. El proceso de estudio planificado por medio de la lección prevé escasos momentos donde los alumnos puedan asumir la responsabilidad del estudio, planteen cuestiones y presenten soluciones, exploren contraejemplos, investiguen o conjeturen.

Recursos. El uso de recursos materiales aparece de forma muy limitada. Aunque en C1 se incentiva al uso de recursos informáticos (smSaviadigital.com), no se promueve el uso de materiales como el escalímetro, el pantógrafo o el compás de proporción, los cuales son característicos del tema de proporcionalidad.

Secuenciación. La secuenciación de contenidos y actividades no se considera adecuada. Los métodos de reducción a la unidad y regla de tres se introducen en C2 sin haber permitido previamente el uso de estrategias intuitivas, informales, basadas en las relaciones dentro y entre magnitudes proporcionales. Además, se sigue siempre la misma estructura para presentar los contenidos, esto es, se comienza con una explicación de tipo procedimental basada en ejemplos sin establecer las definiciones más relevantes, y posteriormente se presentan actividades para el alumno. El espacio dedicado a todas las configuraciones es el mismo sin dedicar más atención a los contenidos que presentan más dificultad de comprensión.

3.3 Implementación de la experiencia formativa

La intervención se desarrolló en cuatro sesiones: dos de formación teórica y dos de trabajo práctico colaborativo (de dos horas de duración cada una). La primera sesión formativa se dedicó al papel de los libros de texto en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Se introdujeron las nociones de configuración didáctica y configuración de prácticas, objetos y procesos, y su uso para el análisis de la actividad matemática en una lección de libro de texto, con base en la lectura de Burgos, Castillo et al.

(2020). En la siguiente clase de formación teórica, se introdujo la noción de idoneidad didáctica, sus facetas, componentes e indicadores (GODINO, 2013).

En la primera sesión práctica los estudiantes trabajaron en equipos (siguiendo la metodología habitual de las clases prácticas de esta asignatura) para realizar el análisis de la lección de libro de texto de proporcionalidad de 6º curso de educación primaria, dividida en las tres configuraciones descritas en la sección previa. En este primer momento, los futuros maestros deben identificar las prácticas, objetos (conceptos, procedimientos, argumentos, proposiciones, lenguajes) y procesos que intervienen en cada una de las configuraciones didácticas.

La segunda sesión práctica se desarrolló de manera virtual, dirigida por la profesora habitual del curso, debido a la suspensión de la actividad docente por el COVID-19. Los futuros maestros debían realizar un análisis detallado de la idoneidad didáctica de la lección por medio de la aplicación de la GALT-proporcionalidad. Para ello se les facilitaron las tablas correspondientes con los componentes, subcomponentes e indicadores de idoneidad en las distintas facetas, a las que se añadía una columna final para que incluyesen las observaciones teniendo en cuenta las especificaciones de los indicadores. A continuación, los futuros maestros debían elaborar un juicio razonado sobre la idoneidad didáctica de la lección en cada una de las facetas, lo que supone, en particular, identificar los conflictos epistémicos, cognitivos potenciales e instruccionales, que centran la atención de este trabajo. Se dispone del informe de trabajo colaborativo elaborado por 14 equipos. Estos 14 equipos estaban formados por 4 o 5 estudiantes y se habían constituido al inicio del curso académico, de manera que estaban habituados a trabajar juntos. La valoración de la idoneidad didáctica de la lección debía estar consensuada por todo el equipo y en caso de discrepancia no resuelta podían consultar a la profesora. Sin embargo, no hubo necesidad al respecto.

4 Resultados

En esta sección describimos y analizamos los conflictos semióticos que detectaron los futuros maestros como resultado de aplicar la GALT-proporcionalidad para valorar la idoneidad didáctica de la lección del libro de texto.

4.1 Identificación de conflictos semióticos

Para el análisis de las respuestas dadas por los futuros maestros, se han considerado aquellas observaciones que precisan de manera específica algún tipo de conflicto o precisan la razón de que un indicador de idoneidad no se cumpla al aplicar la GALT-proporcionalidad.

Los conflictos de tipo epistémico y cognitivo identificados por los futuros maestros aparecen resumidos en la Tabla 1 y clasificados según las componentes en dichas facetas de la idoneidad didáctica. A continuación, mostramos ejemplos de cada categoría.

Tabla 1. Conflictos epistémicos y cognitivos identificados tras el análisis de idoneidad

Componentes	Descripción del conflicto	Frec ¹
Faceta epistémica		
Situaciones	Poca diversidad de situaciones, no se emplean tareas de comparación.	5
	No se promueve que el alumno plantee problemas en C3.	7
Lenguajes	Escasa variedad de representaciones, no se realizan procesos de traducción, ni se analiza la pertinencia de cada tipo de representación.	6
	No se fomenta que los alumnos manejen, construyan e interpreten las diferentes representaciones.	5
Conceptos	No se definen términos como: proporcionalidad, covariación, invariancia, magnitudes proporcionales, reducción a la unidad, regla de tres, escala. La explicación de magnitudes proporcionales y escala se limita a ejemplos particulares.	7
	Explicación en C1 basada en un único ejemplo sin aclarar la naturaleza de la relación multiplicativa entre magnitudes.	2
Argumentos	Explicaciones escuetas, los procedimientos no se argumentan; las proposiciones no se explican y son escasas.	12
	No existe variedad de métodos de prueba o razonamiento, no se solicita argumentar o reflexionar en los ejercicios.	9
Relaciones	No se establecen de manera clara las relaciones con las fracciones.	4
	Sólo se considera al enfoque aritmético en C1.	3
Procesos	No se da oportunidad para que el alumno cree problemas (modelización), se limita a la resolución de ejercicios (ejercitación), sin justificar la respuesta (comunicación).	11
	No se promueve la identificación de patrones numéricos, no se pide al alumno describir o explicar los procesos, se prioriza automatismo.	10
Faceta cognitiva		
Conocimientos previos	No se tratan algunos conocimientos previos necesarios.	7
Diferencias individuales	La mayoría de situaciones son de aplicación de procedimientos previamente explicados.	7
	No se promueven diversas estrategias de resolución de las tareas.	7

¹Frec: frecuencia de equipos. (Fuente: Elaboración propia)

A continuación, se muestran ejemplos de las observaciones en cada categoría de las recogidas en la Tabla 1. En ellas los participantes precisan el incumplimiento en algún indicador de la GALT-proporcionalidad en la faceta epistémica a cognitiva.

- *Situaciones-problemas.* Los equipos apuntan como conflictiva la poca representatividad de las situaciones, dado que “la mayoría son de valor faltante o tabulares” (E3), indicando que “no se emplean tareas de comparación” (E7) o bien que “pueden darse ambigüedades ya que sólo se les muestra un ejemplo inicial con una remota explicación del mismo” (E6 para C3). También cinco equipos señalan que no se promueve la habilidad para plantear problemas ya que el alumno “simplemente tiene que resolverlos” (E13).

- *Lenguajes*. Los participantes indican como carencia de la lección la poca diversidad de representaciones (“[en C2] solamente aparecen representaciones simbólicas algebraicas y de tablas”, E3) y que no se explican los procesos de traducción, lo que consideran que puede conllevar dificultades de comprensión al interpretar o emplear las mismas. Cinco equipos indican que no se brindan oportunidades al alumno para construir e interpretar las diferentes expresiones y representaciones de la proporcionalidad (“no se fomenta que los alumnos manejen, construyan e interpreten las expresiones y representaciones de la proporcionalidad mediante gráficas, símbolos, material manipulativo”, E7).
- *Conceptos*. Seis equipos indican como conflicto la falta de definiciones explícitas de algunos términos y el sobreuso de ejemplos particulares. Además, dos equipos señalan que “no se define con claridad la naturaleza multiplicativa de las comparaciones entre magnitudes proporcionales” (E4), carencia relevante de la lección en relación al tratamiento del razonamiento proporcional.
- *Argumentos*. Nueve equipos señalan como conflicto la carencia o inexactitud de los argumentos. Como E3, indican que “no aparecen argumentos ni las proposiciones son explicadas. Solamente aparecen una serie de pasos que corresponderían a los procedimientos, pero tampoco aparece un argumento sobre ello”.
- *Relaciones*. Únicamente dos equipos precisan que en la lección no existe una relación explícita con los números racionales (“la relación de proporcionalidad con las fracciones no está realmente expuesta”, E11). Similarmente, tres equipos indican que en la lección siempre se trata el mismo tipo de problemas correspondientes a un enfoque aritmético de la proporcionalidad.
- *Procesos*. Tras analizar la idoneidad didáctica de la lección, la mayoría de los equipos señalan que no se desarrollan los procesos de comunicación, argumentación y generalización. De manera similar a E11 indican que “en pocas ocasiones se le pide que lo describa, explique... se da prioridad a que lo realicen de forma automatizada” (referido a C1).
- *Conocimientos previos*. Siete equipos indican que no se tienen en cuenta los conocimientos previos necesarios y cuatro de ellos precisan contenidos que se asumen como conocidos. Por ejemplo, E10 indica que:

En la primera configuración no se contemplan los conocimientos previos necesarios, se da por entendido la función lineal, el concepto de proporcionalidad, y los conceptos del triple, doble...Y no se da ningún repaso a los mismos antes de trabajar la lección...En la tercera configuración ... se da por entendido el sistema internacional de medida y sus conversiones.
- *Diferencias individuales*. Los equipos reconocen oportunamente una deficiencia en relación a la falta de situaciones de ampliación (modelización mediante la función lineal) y refuerzo (números pequeños, relaciones de divisibilidad entre las cantidades, ...), y que no se fomenta el uso de diversas estrategias de solución correctas que facilite el acceso a todos los estudiantes. Por

ejemplo, E10 reflexiona sobre el uso de las tablas de proporcionalidad en C1: “es la única estrategia ofrecida y en la mayoría de ejercicios pide trabajar con las tablas evitando descubrir otras estrategias”.

4.2 Faceta instruccional

En la Tabla 2 se resumen las categorías principales de conflictos instruccionales, según componentes, que han detectado los participantes tras el empleo de la GALT-proporcionalidad. Después mostramos ejemplos prototípicos de las descripciones asociadas.

Tabla 2. Conflictos instruccionales identificados tras el análisis de idoneidad

Componentes	Descripción del conflicto	Frec ¹
Faceta interaccional		
Interacción autor-alumno	Presentación de la información incompleta, poco clara y confusa.	8
	No se promueven situaciones que permitan el consenso o debate mediante argumentos, se limita a la exposición de pasos a seguir.	6
Interacciones discentes	Pocas tareas para trabajar en parejas; no dan lugar a debate.	4
Autonomía	Los alumnos solamente asumen la responsabilidad del estudio al resolver tareas, no se promueve el planteo de contraejemplos, conjeturas ni el uso de diversas estrategias de solución.	5
Faceta mediacional		
Recursos	Se limita al uso de regla y papel cuadriculado y una página web.	2
Secuenciación	No se inicia el tema con experiencias intuitivas ni una aproximación cualitativa, la lección se enfoca en el pensamiento multiplicativo. La regla de tres no se introduce cuando se ha ganado experiencia. Algunos contenidos requieren más espacio.	3

¹Frec. Frecuencia de equipos. Fuente: Elaboración propia

Observamos que la mayoría expresan carencias en el componente relativo a la interacción autor-alumno, donde se contempla la adecuada presentación del tema, que se promuevan situaciones que busquen llegar al consenso y que se usen diversos recursos que implique al alumno en la exposición de la lección.

- *Interacción.* Cuatro equipos indican que la presentación de la información es insuficiente, poco clara o confusa. Además, seis equipos indican, de manera similar a E1, que “no encontramos ningún ejemplo en el que se promueva el consenso a través del debate o similares, simplemente una serie de pasos a seguir en ejemplos”.
- *Autonomía.* Cinco equipos indican, como E3, que “solamente se puede asumir responsabilidad a la hora de resolver las tareas que se les manden”. Algunos indican que no se dan oportunidades para que el alumno plantee contraejemplos (E5), proponga conjeturas, soluciones o use diversas estrategias de solución (aritméticas, búsqueda de relaciones entre cantidades por medio de las propiedades de la función lineal) (E7, E14).

- *Secuenciación.* E3 y E5 indican que no existen tareas que conecten con contenidos o unidades previas o posteriores. Estos equipos también comparten que “la regla de tres y reducción a la unidad están explicadas al mismo tiempo sin dejar que el alumnado afiance un concepto primero y después otro” (E3) y que no se introduce el tema con experiencias intuitivas de tipo aditivo (pre-proporcional) “ya que, hace su enfoque directamente en el pensamiento multiplicativo” (E5). Por su parte E8 indica que “en algunos contenidos debería dedicarse más tiempo y explicarlo a los niños con definiciones a través de conceptos y no solo con el ejemplo”.

Análisis retrospectivo

El análisis a priori de la lección hecho por los investigadores reveló importantes carencias relativas al contenido, es decir, a los significados y objetos matemáticos puesto en juego en la lección (conflictos epistémicos), a los conocimientos previos requeridos y la progresión en el aprendizaje (conflictos cognitivos potenciales), así como con la presentación del tema, los modos de interacción prevista y el uso de recursos (conflictos instruccionales). Los resultados en el aspecto epistémico coinciden con los obtenidos en trabajos previos en el marco del EOS que han aplicado la noción de conflicto semiótico a la revisión de libros de texto (ARTEAGA y DIAZ-LEVICOY, 2016; GEA; LÓPEZ-MARTÍN y ROA, 2015; SALCEDO et al., 2018), identificando entre otros conflictos el tratamiento inadecuado de los conceptos, presencia de definiciones poco claras, el uso de un lenguaje inapropiado en relación a los contenidos que se tratan y una visión limitada del tipo de situaciones-problema involucradas. El posterior análisis de los informes elaborados por los futuros maestros, muestra que han logrado poner de manifiesto limitaciones relevantes de la lección del libro de texto, tras aplicar la GALT-proporcionalidad. Fundamentalmente:

- Poca representatividad de situaciones-problema, ausencia o inexactitud de argumentos y descuido de los procesos de comunicación, modelización y generalización (en el aspecto epistémico). Coincidiendo con los resultados de Yang y Liu (2019) los profesores consideran importante que el contenido sea presentado desde diferentes puntos de vista o con un número suficiente de problemas de diferente tipo.
- No se tienen en cuenta los conocimientos previos requeridos y no se fomenta el uso de diversas estrategias correctas en la resolución de las tareas de proporcionalidad (en lo cognitivo).
- La presentación que hace el autor del texto es incompleta o confusa. En el aspecto instruccional, los futuros maestros destacan la importancia de que la exposición del contenido sea clara y pertinente, así como la necesidad de buscar un argumento consensuado, mostrando su rechazo al aspecto meramente expositivo. Esta opinión aparecía reflejada en el trabajo de Yang y Liu (2019) en el que

los profesores esperaban una “presentación adecuada del objeto matemático en el libro de texto” (p. 8).

Sin embargo, algunos conflictos importantes en la lección detectados por las investigadoras, pasaron prácticamente desapercibidos para la mayoría de los futuros maestros. Por ejemplo:

- No se presentan tareas que permitan distinguir las situaciones multiplicativas de las aditivas y no se define con claridad la naturaleza multiplicativa de las comparaciones entre cantidades de magnitudes directamente proporcionales –aspecto fuertemente relacionado con la comprensión y adquisición del razonamiento proporcional (LAMON, 2007)–.
- No se emplean razones internas y externas, y faltan representaciones adecuadas que permitan distinguir relaciones multiplicativas que se establecen entre y dentro de las magnitudes.
- Ausencia del modelo de función lineal $y=kx$, y de un trabajo con un grado mayor de generalización.
- Falta de claridad de las condiciones que justifican una situación de proporcionalidad, lo que puede llevar a los estudiantes a utilizar un razonamiento proporcional en circunstancias donde no es pertinente (VAN DOOREN et al., 2009).
- Secuenciación inadecuada que impide avanzar en una construcción apropiada del razonamiento proporcional (RUIZ y VALDEMOROS, 2006).

Una posible causa de este fenómeno puede deberse a un conocimiento didáctico-matemático deficiente en relación con la proporcionalidad, que impida a los futuros maestros interpretar o distinguir estos aspectos (IZSÁK y JACOBSON, 2017). Así se hace necesario profundizar en los conocimientos que requieren los futuros docentes para analizar la idoneidad didáctica de recursos educativos, como pueden ser las lecciones libros de texto, en un contenido concreto.

Síntesis

Los profesores que no analizan los materiales curriculares de forma productiva suelen presentar dificultades tales como: no reconocer los puntos fuertes y débiles de los materiales, hacer cambios contraproducentes o no realizar las modificaciones necesarias (BEYER y DAVIS, 2012). Por tanto, desde la formación se debe velar por que los profesores dispongan de herramientas para criticar los materiales curriculares, detectar deficiencias en los libros de texto y adaptarlos para hacer un uso adecuado de los mismos (BEYER y DAVIS, 2012; LLOYD y BEHM, 2005).

La emisión de juicios razonados sobre la idoneidad del proceso instruccional planificado en la lección de un libro de texto, requiere analizar los significados (entendidos como sistemas de prácticas operativas y discursivas) del contenido que se incluyen, los tipos de situaciones-problemas, los

conceptos, las representaciones (sus conversiones y tratamientos), los procedimientos, proposiciones y argumentos (los que se aportan y los que no). También supone la necesidad de identificar los conocimientos previos que se requieren a lo largo del proceso de instrucción y la medida en que los contenidos implementados son adecuados para los alumnos, los recursos didácticos que se contemplan, así como los modos de interacción previstos. Estos análisis deben permitir identificar las discordancias entre los significados institucionales, los elementos que obstaculicen el aprendizaje del contenido matemático por parte de los estudiantes y en general, las dificultades que surgen en la comunicación e interacción durante el proceso de instrucción.

En este artículo se ha descrito el diseño, implementación y resultados de una acción formativa en la que se ha proporcionado a futuros maestros de educación primaria una herramienta teórica y metodológica (la GALT-proporcionalidad) (CASTILLO et al., 2022) que permita guiar el análisis de una lección de libro de texto e identificar conflictos de tipo epistémico, cognitivo o instruccional en la lección de proporcionalidad. Este tipo de acciones formativas orientadas hacia el conocimiento y las competencias didácticas, pero centradas en el contenido de la disciplina, están en línea con trabajos de otros autores (BURGOS, BELTRÁN-PELLICER et al. 2020; DAVIS, 2015), que señalan la importancia que tiene el contenido, tanto a la hora de revelar la complejidad de los objetos matemáticos implicados como de desarrollar las matemáticas necesarias para su enseñanza. Profundizar en la comprensión de las características relacionadas con los objetos matemáticos, sus representaciones y relaciones que destacan los profesores en sus críticas de los materiales curriculares, aporta información metodológica y educativa relevante en los programas de formación de profesores (YANG y LIU, 2019). Dado que las críticas de los profesores a los libros de texto pueden estar relacionadas con su experiencia y conocimiento previo sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (YANG y LIU, 2019), es necesario investigar los resultados de una intervención formativa como la descrita en este trabajo, implementada con profesores en ejercicio, comparando las creencias inferidas a partir de sus críticas, el análisis e identificación de conflictos en las lecciones de libros de texto, y la gestión y uso efectivo del libro de texto en el aula.

Reconocimientos

Trabajo elaborado en el marco del proyecto de investigación: PID2019-105601GB-I00/AEI / 10.13039/501100011033 (Ministerio de Ciencia e Innovación), con apoyo del Grupo de Investigación FQM-126 (Junta de Andalucía, España). Se agradece por el apoyo económico de una beca en el exterior otorgada al primer autor por la Universidad de Costa Rica.

Referencias

AHL, Linda. Research findings' impact on the representation of proportional reasoning in Swedish Mathematics textbooks. **REDIMAT**, v. 5, n.2, p. 180-204, 2016.

AROZA, Carlos; GODINO, Juan D.; BELTRÁN-PELLICER, Pablo. Iniciación a la innovación e investigación educativa mediante el análisis de la idoneidad didáctica de una experiencia de enseñanza sobre proporcionalidad. **AIRES**, v. 6, n.1, p. 1-29, 2016.

ARTEAGA, Pedro; DÍAZ-LEVICOY, Danilo. Conflictos semióticos sobre gráficos estadísticos en libros de texto de educación primaria. **Educação e Fronteiras On-Line**, v. 6, n.17, p. 81-96, 2016.

ARTIGUE, Michèle. Ingénierie didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 9, n. 3, p. 281-308, 1989.

BARBOSA, Wagner; BARBOSA, Renata. O Enfoque Ontossemiótico: uma análise da geometria na coleção de livro didático de Matemática no Ensino Técnico Integrado ao Médio. **Revemop**, v. 3, p. e202113, 7 jul. 2021.

BEYER, Carrier; DAVIS, Elizabeth. Learning to critique and adapt science curriculum materials: Examining the development of preservice elementary teachers' pedagogical content knowledge. **Science Education**, v. 96, n. 1, p. 130-157, 2012.

BREDA, Adriana; PINO-FAN, Luis; FONT, Vicenç. Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. **EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v. 13, n. 6, p. 1893-1918, 2017.

BROWN, Matthew. (2009). The teacher-tool relationship: Theorizing the design and use of curriculum materials. In: REMILLARD, Jaine; HERBEL-EISENMANN, Beth; LLOYD, Gwendolyn (Eds.). **Mathematics teachers at work: Connecting curriculum materials and classroom instruction**. New York: Routledge, 2009, pp. 17–36.

BUFORN, Angela; LLINARES, Salvador; FERNÁNDEZ, Ceneida. Características del conocimiento de los estudiantes para maestro españoles en relación con la fracción, razón y proporción. **Revista Mexicana de Investigación Educativa**, v. 23, p. 229-251, 2018.

BURGOS, María; BELTRÁN-PELLICER, Pablo; GODINO, Juan D. Desarrollo de la competencia de análisis de idoneidad didáctica de vídeos educativos de matemáticas en futuros maestros de educación primaria. **Revista Española de Pedagogía**, v. 78, n. 275, p. 27–45, 2020.

BURGOS, María; CASTILLO, María et al. Análisis didáctico de una lección sobre proporcionalidad en un libro de texto de primaria con herramientas del enfoque ontosemiótico. **Bolema**, v. 34, n.66, p.40–69, 2020.

CASTILLO, María; BURGOS, María; GODINO, Juan D. Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la idoneidad didáctica. **Educação e Pesquisa**, en prensa

CASTILLO, María; BURGOS, María; GODINO, Juan D. Guía de análisis de lecciones de libros de texto de Matemáticas en el tema de proporcionalidad. **UNICIENCIA**, v. 36, n. 1, e15399, 2022.

CHOPPIN, Jeffrey. Learned adaptations: Teachers' understanding and use of curriculum resources. **Journal of Mathematics Teacher Education**, v.14, n.5, p. 331-353, 2011.

COBB, Paul et al. "Design experiments in educational research". **Educational Researcher**, v. 32, n.1, p. 9-13, 2003.

COHEN, Louis; MANION, Lawrence; MORRISON, Keith. **Research methods in education**. Londres: Routledge, 2011.

CRAMER, Kathleen; POST, Thomas. Connecting research to teaching proportional reasoning. **Mathematics Teacher**, v. 86, n.5, p. 404-407, 1993.

DAVIS, Brent. Las matemáticas que los profesores de educación secundaria conocen (o necesitarían conocer). **Revista Española de Pedagogía**, v.73, n. 261, p. 321-342, 2015.

FERNÁNDEZ, Ceneida; LLINARES, Salvador. Características del desarrollo del razonamiento proporcional en la Educación Primaria y Secundaria. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 30, n.1, pp. 129-142, 2012.

FERNÁNDEZ, Ceneida; LLINARES, Salvador. De la estructura aditiva a la multiplicativa: efecto de dos variables en el desarrollo del razonamiento proporcional. **Infancia y Aprendizaje**, v. 34, n.1, p. 67-80, 2011.

FIOL, M. Luisa; FORTUNY, Josep. **Proporcionalidad directa. La forma y el número**. Madrid: Síntesis, 1990.

FÚNEME, Cristian; LINARES, Leidy; SEPÚLVEDA, Omar. Análise ontosemiótica de um Livro Didático colombiano da Educação Básica: o caso da Matemática Comprimento do objeto. **Revemop**, v. 3, p. e202128, 6 set. 2021.

GEA, María M.; LÓPEZ-MARTÍN, María del Mar; ROA, Rafael. Conflictos semióticos sobre la correlación y regresión en los libros de texto de Bachillerato. **Avances de Investigación en Educación Matemática**, v. 8, p. 29-49, 2015.

GIACOMONE, Belén; GODINO, Juan. D; BELTRÁN-PELLICER, Pablo. Developing the prospective mathematics teachers' didactical suitability analysis competence. **Educação e Pesquisa**, v. 44, p.1-21, 2018.

GODINO, Juan D. et al. Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. **Bolema**, v. 31, n.57, p. 90-113, 2017.

GODINO, Juan D. et al. Ingeniería didáctica basada en el enfoque ontológico - semiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 34, p.167-200, 2014.

GODINO, Juan D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, v. 11, p. 111-132, 2013.

GODINO, Juan D. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactiques des Mathematiques**, v. 22, n. (2/3), p. 237-284, 2002.

GODINO, Juan D. et al. Uma perspectiva ontosemiótica dos problemas e métodos de pesquisa em educação matemática. **Revemop**, v. 3, p. e20210, 21 jun. 2021

GODINO, Juan D.; BATANERO, Carmen; FONT, Vicenç. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **The International Journal on Mathematics Education**, v. 39, n. 1-2, p. 127-135, 2007.

GODINO, Juan D.; FONT, Vicenç. La noción de configuración epistémica como herramienta de análisis de textos matemáticos: Su uso en la formación de profesores. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 8, n.1, pp. 67-98, 2006.

GODINO, Juan D.; RIVAS, Hernán; ARTEAGA, Pedro. Inferencia de indicadores de idoneidad didáctica a partir de orientaciones curriculares. **Práxis Educativa**, v. 7, n.2, p. 331-354, 2012.

GONZÁLEZ, Yolanda et al. **“6 Matemáticas. 6 Primaria. Trimestral. Savia”**, Ediciones SM, 2015.

GROSSMAN, Pam; THOMPSON, Clarissa. Learning from curriculum materials: Scaffolds for new teachers? **Teaching and Teacher Education**, v. 24, n.8, p. 2014 – 2026, 2008.

HUMMES, Viviane; FONT, Vicenç; BREDA, Adriana. Uso combinado del estudio de clases y la idoneidad didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la propia práctica en la formación de profesores de matemáticas. **Acta Scientiae**, v. 21, n.1, p. 64-82, 2019.

IZSÁK, Andrew; JACOBSON, Erick. Preservice teachers’ learning about relationships that are and are not proportional: A knowledge-in-pieces account. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 48, n.3, p.300–339, 2017.

JOHNSON, Gwendolyn J. **Proportionality in middle-school mathematics textbooks**. 2010. Doctoral thesis of Philosophy, Department of Secondary Education College of Education, University of South Florida.

LAMON, Susan. Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework. In: LESTER, Frank (Ed.). **Second handbook of research on mathematics teaching and learning**. Charlotte, NC: Information Age Publishing, 2007, pp. 629-668.

LLOYD, Gwendolyn M.; BEHM, Stephanie L. Preservice elementary teachers’ analysis of mathematics instructional materials. **Action in Teacher Education**, v. 26, n. 4, p. 48 – 62, 2005.

MOCHÓN, Simón. Enseñanza del razonamiento proporcional y alternativas para el manejo de la regla de tres. **Educación Matemática**, v. 24, n. 1, p. 133-157, 2012.

NICOL, Cynthia; CRESPO, Sandra. Learning to teach with mathematics textbooks: How preservice teachers interpret and use curriculum materials. **Educational Studies in Mathematics**, v. 62, p. 331 – 355, 2006.

PINO-FAN, Luis et al. Idoneidad epistémica del significado de la derivada en el currículo de bachillerato. **PARADIGMA**, v. 34, n. 2, p. 123 – 150, 2013.

PINO-FAN, Luis; PARRA-URREA, Yocelyn. Criterios para orientar el diseño y la reflexión de clases sobre funciones ¿Qué nos dice la literatura científica? **UNO. Revista de Didáctica de las Matemáticas**, v. 91, p. 45-54, 2021.

REZAT, Sebastian. Interactions of Teachers’ and Students’ Use of Mathematics Textbooks. In: GUEUDET, Ghislaine; PEPIN, Birgit; Trouche, Luc (Eds.). **From Text to ‘Lived’ Resources Mathematics Teacher Education 7**. Dordrecht: Springer, 2012, p. 231-245.

RILEY, Kate J. "Teachers' understanding of proportional reasoning". In: BROSNAN, Patricia; ERCHICK, Diana; FLEVARES, Lucia (Eds.). **Proceedings of the 32nd annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Columbus, OH: The Ohio State University, 2010, v. 6, pp. 1055-1061.

RUIZ, Elena; VALDEMOROS, Marta. Vínculo entre el pensamiento proporcional cualitativo y cuantitativo: el caso de Paulina. **Relime**, v. 9, n. 2, p. 299-324, 2006.

RUZ, Felipe; MOLINA-PORTILLO, Elena; CONTRERAS, José M. Idoneidad didáctica de procesos de instrucción programados sobre didáctica de la estadística, **PNA**, v. 14, n. 2, p. 141-172, 2020.

SALCEDO, Audy et al. Conflictos semióticos sobre estadística en libros de texto de matemáticas de primaria y bachillerato. **Revista de Pedagogía**, v. 39, n. 104, p. 223-244, 2018.

SHIELD, Malcom; DOLE, Shelley. Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. **Educational Studies in Mathematics**, v. 82, n. 2, p. 183-199, 2013.

SILVESTRE, Ana; PONTE, João. Una experiencia de enseñanza dirigida al desarrollo del razonamiento proporcional. **Revista Educación y Pedagogía**, v. 23, n. 59, p. 137-158, 2011.

STREEFLAND, Leen. Search for roots of ratio: some thoughts on the long-term learning process (towards... a theory) part II: the outline of the long-term learning process. **Educational Studies in Mathematics**, v. 16, n. 1, p. 75-94, 1985.

THOMPSON, Dennise. Reasoning-and-proving in the written curriculum: Lessons and implications for teachers, curriculum designers, and researchers. **International Journal of Educational Research**, v. 64, p. 141-148, 2014.

TÖRNROOS, Jukka. Mathematics textbooks, opportunity to learn and student achievement. **Studies in Educational Evaluation**, v. 31, p. 315-327, 2005.

VAN DOOREN, Wim et al. Add? or multiply? A study on the development of primary school students' proportional reasoning skills. In: **Proceedings of the 33rd conference of the international group for the psychology of mathematics education**, 2009, Thessalonika, Grecia, PME, 2009, v.5, pp. 281-288.

VAN DOOREN, Wim et al. The illusion of linearity: expanding the evidence towards probabilistic reasoning. **Educational Studies in Mathematics**, v.53, n.2, p. 113-138, 2003.

YANG, Kai-Lin. y LIU, Xin-Yi. Exploratory study on Taiwanese secondary teachers' critiques of mathematics textbooks. **Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education**, v.15, n.1, em1655, 2019. Doi: <https://doi.org/10.29333/ejmste/99515>