



Habilidades geométricas no ensino médio: um diálogo com as teorias de Hoffer e dos Van Hiele

Arthur Gonçalves Machado Júnior
Leandro dos Santos Vieira
Manoel de Souza Lamim Netto

Resumo: Este trabalho investiga em que termos as habilidades geométricas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) do ensino médio privilegiam as teorias do pensamento geométrico dos Van Hiele e das habilidades geométricas de Hoffer. Realizamos um breve aporte explicativo sobre os documentos citados e as referidas teorias que embasaram a análise. Metodologicamente utilizamos a Análise de Conteúdo e obtivemos o material a partir do recorte das habilidades dos documentos relacionados à Geometria. O estudo revela uma predominância das habilidades de aplicação e do nível da ordenação em ambos os documentos e que as habilidades lógicas estão pouco presentes nos PCN+. Porém, constatamos que o nível rigor não é contemplado em nenhum deles. Concluimos também que o nível de dedução formal se encontra mais presente na BNCC e que essas diferenças podem ser explicadas devido aos novos objetivos deste documento.

Palavras-chave: Ensino Médio. Habilidades geométricas. PCN+. BNCC. Teorias de Hoffer e dos Van Hiele.

Arthur Gonçalves Machado Júnior
Doutor em Educação Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPA), campus Belém. Professor da Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Pará, Brasil.

<http://orcid.org/0000-0002-9933-2894>
✉: agmj@ufpa.br

Leandro dos Santos Vieira
Mestrando em Educação para Ciência pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (UNESP), campus Bauru. Professor da rede estadual de SP, Lençóis Paulista, São Paulo, Brasil.

<http://orcid.org/0000-0001-7212-9557>
✉: leandro.vieira@unesp.br

Manoel de Souza Lamim Netto
Mestrando em Educação para Ciência na Universidade Estadual Paulista (UNESP), campus Bauru. Professor de Matemática da Academia Militar das Agulhas Negras (AMAN), Resende, Rio de Janeiro, Brasil.

<http://orcid.org/0000-0002-5873-3376>
✉: manoel.netto@unesp.br

Recebido em 28/12/2021
Aceito em 07/07/2022
Publicado em 22/12/2022

Geometric skills at High School: a dialogue with Van Hiele and Hoffer theories

Abstract: This work investigates in which terms the geometric skills National Common Curriculum Base (BNCC) and the National Curriculum Parameters (PCN+) of high school privilege the theories of Van Hiele's geometric thinking and Hoffer's geometric skills. We made a brief explanatory contribution about the cited documents and the referred theories that supported the analysis. Methodologically, we used Content Analysis and obtained the material from the skills of documents related to Geometry. The study reveals a predominance of application skills and the level of ordination in both documents and that logical skills are little present in PCN+. However, we found that the level of rigor is not contemplated in any of them. We also concluded that the level of formal deduction is more present in the BNCC and that these differences can be explained due to the new objectives of this document.

Keywords: High school. Geometrical skills. PCN+. BNCC. Hoffer and Van Hiele theories.

Habilidades geométricas en la escuela secundaria: un diálogo con las teorías de Hoffer y Van Hiele

Resumen: Este trabajo investiga en qué términos las habilidades geométricas del Base Nacional Comum Curricular (BNCC) y los Parametros Curriculares Nacionales (PCN+) de secundaria privilegian las teorías del pensamiento geométrico de Van Hiele y las habilidades geométricas de Hoffer. Realizamos un breve aporte explicativo sobre los documentos citados y las referidas teorías que sustentaron el análisis.

Metodológicamente, utilizamos el Análisis de Contenido y obtuvimos el material a partir de las destrezas de documentos relacionados con la Geometría. El estudio revela un predominio de las habilidades de aplicación y el nivel de ordenación en ambos documentos y que las habilidades lógicas están poco presentes en PCN+. Sin embargo, encontramos que el nivel de rigor no está contemplado en ninguno de ellos. También concluimos que

el nivel de deducción formal está más presente en la BNCC y que estas diferencias pueden explicarse por los nuevos objetivos de este documento.

Palabras clave: Escuela secundaria. Habilidades geométricas. PCN+. BNCC. Teorías de Hoffer y Van Hiele.

1 Introdução

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996 trouxe em seu propósito uma reorganização da educação brasileira, reafirmou o direito à educação garantido pela Constituição Federal de 1988, definiu as responsabilidades, o regime de colaboração entre os entes federados e os princípios educacionais indispensáveis, auxiliando, dessa forma, na ampliação e no reconhecimento de diversos direitos educacionais. A partir de então, documentos do Conselho Nacional de Educação em 1998 regulamentaram e deram subsídio inicial para criação de propostas curriculares voltadas para o ensino médio, como os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) e suas Orientações Educacionais Complementares, indicada pela sigla PCN+ (BRASIL, 1999, 2002).

Facultou-se aos estados e municípios seguirem tais propostas em seus currículos regionais, o que gerou uma fragmentação curricular. No esforço de unificar essas propostas político-educacionais, além de melhor implementar as reformas educacionais presentes na LDB quanto à necessidade de uma base curricular a nível nacional (BRASIL, 1996), foi elaborada a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Desde a sua homologação em 2017 e 2018, ela vem em processo de implementação em todas as regiões brasileiras. No entanto, devido à sua extensão e ao conjunto variado de termos para auxiliar professores e gestores da educação básica na compreensão e sua implementação materiais de apoio foram publicados e consultas públicas foram realizadas desde então, como o Guia de implementação da BNCC. Desse modo, destaca-se a necessidade de compreender melhor esse documento, e, portanto, acreditamos ser útil promover discussões, em especial sobre as habilidades e competências em Geometria, que envolvam pontos de divergência e aproximação entre os documentos PCN+ e BNCC, uma vez que, durante décadas, os Parâmetros serviram como documento norteador das práticas didático-pedagógicas para a atuação de muitos professores na educação básica nas aulas de Geometria.

Por exemplo, os PCN+ indicam que o trabalho em Geometria deve possuir relevância científica e cultural, ou seja, ser capaz de ultrapassar o emprego de procedimentos de aplicabilidade direta de fórmulas em problemas de cálculo de áreas, superfícies e volumes, de modo a desenvolver com o educando o senso crítico e a curiosidade da Geometria inserida na realidade que o cerca. Nesta mesma perspectiva, a BNCC sugere que a Geometria “não pode ficar reduzida a mera aplicação de fórmulas de cálculo de área e de volume nem a aplicações numéricas imediatas de teoremas” (BRASIL, 2018, p. 272). Nesse sentido, ambos os documentos orientam que o estudo das propriedades e das relações

métricas deve ser apenas uma parte do trabalho em Geometria, sendo necessário também permitir ao aluno: “conhecer o mundo e desenvolver sentidos estéticos e éticos em relação a fatos e questões desse mundo (BRASIL, 2002, p. 119)”. Existe forte referência da BNCC no uso de registros por meio de fluxogramas e na elaboração de linguagens algorítmicas na resolução de problemas de Geometria, inclusive indicada em muitas habilidades desse documento. Tal perspectiva está associada a uma diretriz pedagógica muito presente nos dias de hoje que é o desenvolvimento do pensamento educacional, de narrativas digitais e simulações em sala de aula (VALENTE, 2016). Perspectiva essa que estava se inserindo nas discussões educacionais no fim da década de 90, período em que os PCN+ foram publicados, o que pode explicar a pouca referência neste documento ao uso de softwares dinâmicos. Nos PCN+, por outro lado, notamos forte apelo à Geometria clássica e aos seus sistemas axiomáticos e dedutivos a partir do estudo do significado de postulados e teoremas e do valor de uma demonstração.

O termo *competência*, nestes documentos, destaca-se como uma ideia estruturante e norteadora para o desenvolvimento de habilidades a serem alcançadas na educação básica. Já as *habilidades* são geralmente associadas a verbos de ação e correspondem a aptidões a serem desenvolvidas ao longo da educação básica, que contribuem, quando bem articuladas em seu conjunto, para o domínio das competências propostas (BRASIL, 1999, 2018). Assim, na mobilização de habilidades relacionadas aos conhecimentos geométricos, destaca-se que as de visualização, de desenho, de argumentação lógica e de aplicação devam também ser trabalhadas em sala de aula, e não apenas as de natureza axiomática (BRASIL, 1999). Essas orientações estão em consenso com as cinco habilidades geométricas básicas de Hoffer (1981) para aprendizagem de conteúdos em Geometria, que serão apresentadas posteriormente.

Segundo a BNCC (BRASIL, 2018) interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano, identificar transformações isométricas e produzir ampliações e reduções de figuras, formular e resolver problemas em contextos diversos e aplicar os conceitos de congruência e semelhança são exemplos de habilidades, apesar de não haver uma especificação em que nível do pensamento geométrico cada habilidade se encontra (HOFFER, 1981), contribuem para que os alunos desenvolvam o pensamento geométrico. Além disso, as habilidades relacionadas ao ensino de Geometria no ensino médio tanto na BNCC quanto nos PCN+ são importantes alicerces para que os alunos possam desenvolver as competências específicas em Matemática.

Buscando na literatura algumas investigações que objetivaram traçar um paralelo das habilidades e competências de Matemática presentes na BNCC e PCN, destacam-se os trabalhos de Veroneze, Nogaro, Silva e Zanoello (2016), Moraes e Pereira (2021) e Lara (2022). O Primeiro é um estudo em que os autores apontam que os objetivos e as competências dos PCN do ensino fundamental

receberam um novo olhar a partir da BNCC, mas que um currículo comum poderá mascarar problemas se estes currículos servirem somente para mensuração e estatísticas obtidas por meio de provas objetivas e padronizadas. O segundo realizou um trabalho em que buscou interpretar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico que as habilidades (em Geometria) da BNCC poderiam estar, além de apresentar propostas de atividades para cada nível, voltadas para o Ensino Fundamental I. O terceiro objetivou analisar possíveis aspectos didático-metodológicos que podem ser associados à BNCC de Matemática do Ensino Fundamental e conclui que as metodologias propostas nos PCN podem ser úteis na BNCC, uma vez que este tipo de abordagem é ausente no novo documento.

Desse modo, constatamos uma carência de pesquisas semelhantes voltadas para Ensino Médio. Além disso, considerando o lapso histórico de mais de dez anos de publicação entre os PCN+ e a BNCC, acreditamos que este trabalho poderá subsidiar uma discussão acerca de como a Matemática, por meio das habilidades nestes documentos, se relacionam com teorias voltadas à aprendizagem em Geometria: a teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico e das habilidades básicas em Geometria (HOFFER, 1998). Compreendendo a importância do desenvolvimento do pensamento geométrico e das relações entre as habilidades geométricas presentes nos documentos curriculares citados na aprendizagem de Geometria e tendo em vista a carência de pesquisas com objetivo de analisar as habilidades de Geometria desses documentos, questionamos: *em que termos os PCN+ e a BNCC do Ensino Médio privilegiam as habilidades geométricas básicas e o desenvolvimento do pensamento geométrico?*

Desta forma, este trabalho investiga em que termos as habilidades geométricas da BNCC e dos PCN+ do ensino médio privilegiam as teorias do pensamento geométrico dos Van Hiele e das habilidades geométricas básicas, segundo Hoffer (1981). Para tal, realizou-se uma análise com base no conteúdo dos textos que continham informações referentes as habilidades geométricas em ambos os documentos, a fim de identificar como estes trechos privilegiam o uso das duas teorias supracitadas.

2 Estrutura, competências e habilidades de Geometria nos PCNEM, PCN+ e BNCC

2.1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM)

A LDB compreende o ensino médio enquanto etapa final da educação básica que tem como finalidades a consolidação dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, a preparação básica para o trabalho e a cidadania, a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos

produtivos e o aprimoramento do educando como pessoa humana (BRASIL, 1996). Conforme os PCNEM, o ensino médio encontra-se dividido em três grandes áreas de conhecimento: (I) Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; (II) Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias e (III) Ciências Humanas e suas Tecnologias (BRASIL, 1999).

Os PCNEM propuseram três grandes competências para a área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: (i) Representação e comunicação, competência que envolve a leitura, a interpretação e a produção de textos nas diversas linguagens e formas textuais características dessa área do conhecimento; (ii) Investigação e compreensão, competência marcada pela capacidade de enfrentamento e resolução de situações-problema, utilização dos conceitos e procedimentos peculiares do fazer e pensar das ciências e (iii) Contextualização das ciências no âmbito sociocultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas ou transformadas por meio do pensar e do conhecimento científico.

No sentido de encaminhar um ensino compatível com as novas pretensões educativas, ampliar as orientações contidas nos PCNEM e no “pensar” de um novo documento que facilitasse o planejamento docente, foram elaboradas as novas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) que apresentaram elementos de utilidade para o professor de cada disciplina na definição de conteúdo, adoção de opções metodológicas e articulação entre disciplinas de cada área (BRASIL, 2002). Assim, uma de suas características é trabalhar temas com os quais se pode estruturar o ensino com as habilidades e competências já citadas no antigo PCNEM. Sendo assim, um conjunto de temas que propõe o trabalho com competências relevantes para ciência e cultura e que articule de forma lógica os conteúdos foi sistematizado em três eixos ou temas estruturadores: (i) Álgebra: números e funções; (ii) Geometria e medidas e (iii) Análise de dados. Cada eixo é subdividido em unidades temáticas e são definidas habilidades relacionadas a cada unidade a serem desenvolvidas com os alunos.

Quanto às práticas pedagógicas, os PCN+ trazem as seguintes orientações: (a) ensino das propriedades métricas envolvendo cálculos de distâncias, áreas e volumes é apenas uma parte do trabalho a ser desenvolvido que não pode ignorar as relações geométricas em si; (b) é preciso o estudo de propriedades de posições relativas de objetos geométricos; relações entre figuras espaciais e planas em sólidos geométricos; propriedades de congruência e semelhança de figuras planas e espaciais; análise de diferentes representações das figuras planas e espaciais, tais como desenho, planificações e construções com instrumentos; (c) aprofundar ideias de experimentação e de deduções informais sobre as propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, bem como o estudo de congruência e semelhança de figuras planas (do ensino fundamental) para que o aluno possa conhecer um sistema

dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma demonstração para fatos que lhe são familiares.

2.2 Base Nacional Comum Curricular para o Ensino Médio

A Base Nacional Comum Curricular é um documento normativo que dispõe de um conjunto de aprendizagens essenciais da educação básica com objetivo de assegurar uma formação adequada para todos os educandos. Sua previsão remonta o artigo 210 da Constituição Federal de 1988 que prevê uma formação básica comum e conteúdos mínimos para o ensino fundamental. Em 2015, discussões acerca da BNCC ganharam destaque no I Seminário Interinstitucional para a elaboração da BNCC. Neste mesmo ano, foi instituída uma comissão de especialistas que congregou esforços na direção da elaboração da proposta. Em 2015 a primeira versão da BNCC foi publicada, contendo somente orientações para o Ensino Fundamental.

A Lei de Diretrizes e Bases da Educação em seu artigo 36 (editada pela Lei nº 13.415, de 2017) regulamenta uma base nacional comum curricular para o Ensino Médio por meio da seguinte redação: “O currículo do ensino médio será composto pela Base Nacional Comum Curricular e por itinerários formativos, que deverão ser organizados por meio da oferta de curricular conforme a relevância para o contexto local e a possibilidade dos sistemas de ensino” (BRASIL, 1996). A partir disso, o ensino médio foi contemplado nas versões mais recentes da BNCC, como na versão de 2018. A BNCC propõe um novo arranjo curricular nas áreas de conhecimento do ensino médio, tendo como princípio a flexibilidade, pautada na possibilidade de construir currículos e propostas mais adequadas às especificidades locais e à multiplicidade de interesses dos estudantes, estimulando o protagonismo juvenil e fortalecendo o desenvolvimento de seus projetos de vida (BRASIL, 2018).

A Base, como também é conhecida, está organizada em 10 competências gerais da Educação Básica a serem desenvolvidas a fim de assegurar uma formação humana e integral que vise à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva. Cada área do conhecimento também possui competências próprias, podendo, dessa forma, objetivar as habilidades almejadas que os alunos desenvolvam. Assim como nos PCN+, elas distribuem-se em áreas: I – linguagens e suas tecnologias; II – matemática e suas tecnologias; III – ciências da natureza e suas tecnologias; IV – ciências humanas e sociais aplicadas. Na BNCC a Matemática é compreendida como uma grande área do conhecimento. Dessa forma, foram elaboradas 5 competências específicas no que tange o ensino de Matemática e suas tecnologias para o ensino médio. Para cada competência, é indicado um conjunto de habilidades que

envolve diversos conteúdos de Matemática, diferindo, desta forma, da organização de competências por temas estruturadores ou eixos nos PCN+.

3 Os níveis do pensamento e habilidades em Geometria

No final da década de 50, o casal de educadores holandeses, Dina Van Hiele-Geldof e Pierre Marie Van Hiele propuseram um modelo teórico sobre a formação de conceitos geométricos no aprendizado de Geometria. A teoria foi desenvolvida em 1957 a partir de suas teses de doutorado na Universidade de Utrecht. Tal modelo propõe que o educando em seu processo de desenvolvimento de habilidades geométricas avance em uma estrutura sequencial composta de cinco níveis, nos quais “a linguagem, o insight e o tipo de experiências desempenham papéis especiais nesse desenvolvimento” (Viana, 2000, p.38). Segundo Van Hiele (1959, apud Hoffer, 1981), os níveis são: (i) visualização (reconhecimento); (ii) análise; (iii) ordenação (dedução informal); (iv) dedução formal e (v) rigor, descritos a seguir:

Visualização: todo processo de desenvolvimento geométrico começa neste nível, também denominado reconhecimento, no qual o contato com o aspecto físico do objeto é indispensável e determinante. O educando reconhece as formas geométricas por meio de suas aparências e adquire um vocabulário que lhe permitirá identificar algumas formas específicas e reproduzi-las em desenhos. No entanto, ele não é capaz de reconhecer características gerais que lhe possibilitem diferenciar as formas geométricas a partir de suas propriedades.

Análise: neste nível o aluno já é capaz de reconhecer algumas propriedades, mas não é capaz de estabelecer interrelações entre as figuras. Por exemplo, de que todo retângulo deve possuir quatro ângulos retos e os pares de lados opostos congruentes ou de que todo quadrado é um losango, ainda que conheça algumas características específicas de cada uma dessas formas geométricas. Por isso, se diz que a criança neste nível se importa mais com as diferenças do que com as semelhanças entre as propriedades. Além disso, o conhecimento das características individuais permite ao aluno agrupar figuras com mesmas propriedades.

Ordenação: nesta etapa, também denominada dedução informal, o aluno é capaz de ordenar logicamente as figuras em classes e entender as interrelações de propriedades tanto das formas quanto entre elas. Por exemplo, é capaz de compreender que todo quadrado é um losango, mas que nem todo losango é um quadrado. No entanto, ainda não foi introduzido à dedução formal axiomática, embora seja capaz de acompanhar as etapas de uma demonstração.

Dedução formal: o aluno é capaz de compreender a importância do pensamento dedutivo axiomático. Como um aprofundamento do pensamento geométrico desenvolvido no nível anterior, o educando é introduzido à linguagem matemática axiomática da Geometria, a fim de visualizar as condições necessárias e suficientes que validam um resultado. Além disso, é capaz de acompanhar e construir demonstrações da geometria euclidiana.

Rigor: uma compreensão abrangente do sistema lógico-dedutivo ocorre neste nível, no qual o educando é capaz de justificar a necessidade de postulados e a consequência de eventuais modificações ou supressões destes para validação de todo o conjunto de resultados. Por exemplo, a relação do quinto postulado de Euclides com a concepção básica de um segmento de reta. O aluno trabalha com geometrias e axiomas não euclidianos, tais como a esférica, elíptica e hiperbólica. Este nível é raramente atingido no nível da educação básica, segundo a teoria.

O artigo "Geometry is more than proof" (HOFFER, 1981) conduz um trabalho com tema semelhante aos estudos de Dina e Pierre Van Hiele mencionando-os. O estadunidense Alan Hoffer, autor daquele artigo, apresenta 5 habilidades geométricas básicas para a aprendizagem de Geometria tanto quanto as de deduções formais em uma época em que as habilidades vinculadas às provas e demonstrações eram vistas como a parte mais importante no ensino de Geometria. São elas as (i) *habilidades visuais*, de reconhecimento e percepção espacial de figuras através da visualização dos alunos; (ii) as *habilidades verbais*, relacionadas ao vocabulário em geometria que deve ser trabalho com os alunos, como postulados, proposições, propriedades e relações entre figuras, bem como seus nomes; (iii) as *habilidades de desenho*, relacionadas ao saber expressar geometricamente por meio de desenhos e construções geométricas com auxílio de ferramentas como régua, compasso e transferidor; (iv) as *habilidades de lógica*, relacionadas a análise de argumentos bem como reconhecimento de argumentos válidos e não válidos nas etapas de deduções formais e as (v) *habilidades de aplicação*, que são relacionadas a ideia de observar e descrever fenômenos do mundo por meio da Geometria e sua aplicação em outras ciências. Além disso, Hoffer também relaciona tais habilidades (primeira coluna vertical) com os níveis dos Van Hiele (primeira linha horizontal) por meio do quadro reproduzido a seguir.

Quadro 1: Habilidades Básicas em Geometria em relação ao modelo dos Van Hiele

Níveis	I	II	III	IV	V
Habilidades	RECONHECIMENTO	ANÁLISE	ORDENAÇÃO	DEDUÇÃO	RIGOR
VISUAL	Reconhece figuras diferentes de um desenho. Reconhece informações rotuladas numa figura.	Percebe as propriedades de uma figura como parte de uma figura maior.	Reconhece inter-relações de diferentes tipos de figuras. Reconhece propriedades comuns de diferentes tipos de figuras.	Usa informação sobre uma figura para deduzir outras informações.	Reconhece suposições injustificadas feitas através do uso de figuras. Concebe figuras relacionadas em vários sistemas dedutivos.
VERBAL	Associa o nome correto com uma figura dada. Interpreta sentenças que descrevem figuras.	Descreve acuradamente várias propriedades de uma figura.	Define palavras precisa e concisamente. Formula sentenças mostrando inter-relações entre figuras.	Entende a distinção entre definição, postulados e teoremas. Reconhece o que é dado num problema e o que se pede para achar ou fazer.	Formula extensões de resultados conhecidos. Descreve vários sistemas dedutivos.
DESENHO	Faz esquemas de figuras identificando acuradamente as partes dadas.	Traduz numa figura a informação verbal dada. Usa as propriedades de figuras para desenhar ou construir as figuras.	Dadas certas figuras é capaz de construir outras figuras relacionadas as figuras dadas.	Reconhece quando e como usar elementos auxiliares numa figura. Deduz a partir de informação dada como desenhar ou construir uma figura específica.	Entende as limitações e capacidades de vários instrumentos de desenho. Representa pictoriamente conceitos atípicos em vários sistemas dedutivos.
LÓGICA	Percebe que há diferenças e semelhanças entre figuras. Entende a conservação de forma de figuras em posições diferentes.	Entende que figuras podem ser classificadas em tipos diferentes. Percebe que propriedades podem ser usadas para distinguir as figuras.	Entende qualidades de uma boa definição. Usa propriedades de figuras para determinar se uma classe de figuras está contida numa outra classe.	Usa regras de lógica para desenvolver provas. É capaz de deduzir consequências a partir de informação dada.	Entende as limitações e capacidades de hipóteses e postulados. Sabe quando um sistema de postulados é independente, consistente e categórico.
APLICAÇÕES	Identifica formas geométricas em objetos físicos.	Reconhece propriedades geométricas de objetos físicos. Representa fenômenos físicos em papel ou num modelo.	Entende o conceito de um modelo matemático que representa relações entre objetos.	É capaz de deduzir propriedades de objetos a partir de informações dadas ou obtidas. É capaz de resolver problemas que relacionam objetos.	Usa modelos matemáticos para representar sistemas abstratos. Desenvolvem modelos matemáticos para descrever fenômenos físicos, sociais e da natureza.

Fonte: Hoffer (1981)

Os estudos de Hoffer provaram que as habilidades relacionadas até o nível da dedução formal devem ser trabalhadas durante o ensino médio e tem auxiliado, desde então, diversos pesquisadores e educadores da área da Educação Matemática a compreenderem de que maneira ocorre o aprendizado em Geometria, ressignificando os objetivos desse ensino e o articulando com os demais ramos da Matemática.

4 Percurso metodológico

Como forma de atingir o objetivo de investigar em que termos a BNCC e os PCN+ do ensino médio privilegiam o desenvolvimento do pensamento geométrico e das habilidades geométricas básicas, este trabalho se vale de uma abordagem qualitativa, realizada por meio da pesquisa documental. Esse tipo pesquisa tem os documentos como fonte natural e poderosa de informações, sob a natureza de determinados contextos (LÜDKE; ANDRÉ, 2015). Emprega-se neste trabalho a *Análise de Conteúdo* enquanto instrumento metodológico para análise dos dados. Tal metodologia permite identificar características do conteúdo de qualquer tipo de comunicação a partir de sua classificação e categorização (CARLOMAGNO; DA ROCHA, 2016). Segundo Oliveira (2016), tal método consiste em uma pré-análise dos dados obtidos, na qual o pesquisador realiza um recorte representativo a partir de uma classificação segundo categorias de análise, seguida das etapas de descrição analítica e de argumentação inferencial, nas quais o pesquisador tece uma interpretação à luz do referencial teórico adotado, objetivando responder às questões norteadoras de pesquisa.

Nesses termos, analisamos os textos referentes às habilidades dos PCN+ e da BNCC do Ensino Médio, obtidos nos próprios documentos em site oficiais. Em seguida, após a obtenção do material, realizamos um recorte das habilidades relativas exclusivamente à Geometria. Do conjunto de habilidades existentes nos documentos, delimitamos nossa análise para 28 habilidades, sendo 16 dos PCN+ e 12 da BNCC. Em se tratando da BNCC, esse recorte foi feito dentre as habilidades que compõem cada competência específica a partir da leitura de cada habilidade e selecionando aquelas que continham alguma noção relacionada à Geometria em seus textos. No caso dos PCN+, delimitamos todas as habilidades relacionadas às unidades temáticas: geometria plana, espacial, analítica e métrica, presentes no eixo geometria e medidas. Posteriormente, analisamos o conteúdo textual das habilidades encontradas nestes documentos tendo como referências as relações entre as teorias de Hoffer e de Van Hiele, objetivando destacar a presença e relevância dessas teorias nos dois documentos. Em seguida, distribuímos os trechos em categorias de análise (MORAES; GALIAZZI, 2006).

5 Discussão e Análise dos dados

As habilidades contidas nos PCN+ e na BNCC em relação à Geometria do Ensino Médio foram identificadas de acordo com as cinco habilidades básicas de Hoffer (1981). Os trechos das habilidades dos PCN+ e da BNCC estão nas primeiras colunas dos quadros 2 e 3. Notamos que determinados trechos podiam se referir a mais de uma das habilidades de Hoffer. Por conta disso, optou-se pelo uso de asteriscos e aspas para delimitar em que parte cada trecho faz referência com determinada habilidade. Além disso, as segundas colunas de cada quadro correspondem ao nível de desenvolvimento do pensamento geométrico explorado em cada habilidade segundo o modelo dos Van Hiele. Neste caso, a análise apontou qual foi o maior nível alcançado e, por extensão, os níveis anteriores a ele. Nas terceiras colunas, tecemos breves considerações resultantes da análise realizada para cada habilidade que serão ilustradas e aprofundadas a partir dos gráficos em seguida.

Quadro 2: Análise das habilidades de Geometria dos PCN+ em relação às cinco habilidades de Hoffer (1981) e modelo dos Van Hiele

Trecho das habilidades geométricas do PCN+	Nível de pensamento geométrico	Considerações
Identificar dados e relações geométricas relevantes na resolução de situações-problema.	4	Contempla as habilidades verbais em nível 4 na medida em que o aluno reconhece o que é dado num problema e o que se pede para achar ou fazer, segundo quadro 1 por Hoffer (1981).
“Analisar e interpretar diferentes representações de figuras planas”*, “como desenhos, mapas, plantas de edifícios etc.”**	3	* Contempla habilidades visuais por inter-relacionar diferentes representações de figuras planas por meio de suas análises e interpretações, sendo também considerada em nível 3 da teoria dos Van Hiele. ** A habilidade de aplicação é identificada no texto por causa do envolvimento de desenhos, mapas e plantas de edifícios que comumente está relacionado ao mundo a nossa volta. Também está relacionada ao nível 3 por sugerir o trabalho com relações entre as figuras com objetos do mundo físico.
Usar formas geométricas planas para representar ou visualizar partes do mundo real.	2	Refere-se à habilidade de aplicação em nível 2 da teoria Van Hiele, devido ao reconhecimento de propriedades geométricas ou representação por meio delas de objetos do mundo real.
Utilizar as propriedades geométricas relativas aos conceitos de congruência e semelhança de figuras.	3	Por ser uma aplicação direta de conhecimentos procedimentais referentes a um conceito específico de Geometria, esta habilidade foi considerada de aplicação. Está em nível 3 pelo fato de os alunos inter-relacionarem propriedades comuns entre congruência e semelhança de figuras.

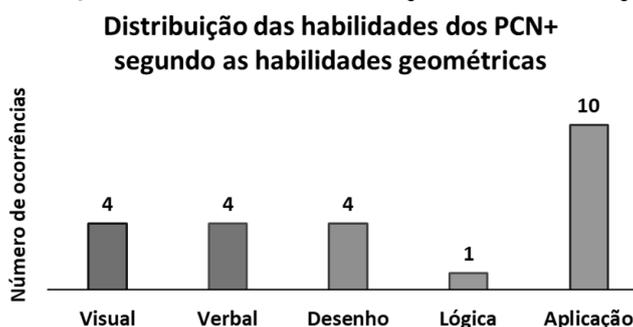
Fazer uso de escalas em representações planas	3	<p>Refere à habilidade de aplicação pelo uso das escalas como modelo matemático para representações no plano. É possível que esta habilidade contemple o nível 3 do modelo dos Van Hiele por levar o aluno a entender a importância do uso das escalas em algumas atividades geométricas.</p> <p>Ressaltamos que uma interpretação do texto não nos permite deduzir que as habilidades de desenho sejam contempladas nesta habilidade, apesar de o trabalho com escalas geralmente envolver o uso de instrumentos de medição.</p>
Usar formas geométricas espaciais para representar ou visualizar partes do mundo real, como peças mecânicas, embalagens e construções.	2	Refere-se à habilidade de aplicação em nível 2 da teoria dos Van Hiele, devido reconhecimento de propriedades geométricas ou representação por meio delas de objetos do mundo real.
Interpretar e associar objetos sólidos a suas diferentes representações bidimensionais, como projeções, planificações, cortes e desenhos.	3	Relacionada à habilidade visual em nível 3, por envolver reconhecimento de inter-relações de diferentes tipos de figuras bem como as propriedades comuns entre figuras poligonais e poliédricas.
Utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.	3	<p>Pode ser entendida como atividades de modelagem matemática utilizando instrumentos da Geometria em que se entende o conceito de um modelo matemático e sua relação com a situação modelada, além da interpretação e validação do modelo naquela realidade. Sendo assim, esta habilidade encontra-se no nível 3 do modelo dos Van Hiele.</p>
Interpretar modelos e fazer uso de modelos para a resolução de problemas geométricos		
Compreender o significado de postulados ou axiomas e teoremas e reconhecer o valor de demonstrações para perceber a Matemática como ciência com forma específica para validar resultados.	4	Esta habilidade é verbal por exigir apenas reconhecimento e entendimento sobre teoremas e axiomas dentro da Geometria euclidiana, o que pode levar o aluno a entender o sistema axiomático e, por isso, também desenvolve o pensamento geométrico dos alunos até o nível 4, da dedução formal.
Identificar e fazer uso de diferentes formas "para realizar medidas" e cálculos.	3	<p>Abarca as habilidades de aplicação, devido ao seu caráter procedimental. A habilidade de aplicação neste contexto contempla o nível da ordenação.</p> <p>Os trechos entre aspas contemplam habilidades de desenho, uma vez que envolve atividades de medição, ainda que muito elementares e possivelmente em nível 1 no modelo dos Van Hiele.</p>
Utilizar propriedades geométricas "para medir, quantificar e fazer estimativas" de comprimentos, áreas e volumes em situações reais relativas, por exemplo, de recipientes, refrigeradores, veículos de carga, móveis, cômodos, espaços públicos.		

“Efetuar medições”, reconhecendo, em cada situação, a necessária precisão de dados ou de resultados e estimando margens de erro.	1	Por utilizar o uso de instrumentos como régua, por exemplo, a parte entre aspas foi considerada como habilidade de desenho segundo a teoria de Hoffer, uma vez que ao efetuar medições, o aluno possivelmente identificará acuradamente as partes dadas da figura. Esta desenvolve o nível 1 da teoria dos Van Hiele.
Reconhecer que uma mesma situação pode ser tratada com diferentes instrumentais matemáticos, de acordo com suas características.	3	Contempla habilidade visual e faz possíveis relações entre objetos, denotando nível 3 por trazer a possibilidade de reconhecimento de inter-relações de diferentes tipos de figuras bem como as propriedades comuns entre elas.
Associar situações e problemas geométricos a suas correspondentes formas algébricas e representações gráficas e vice-versa.	3	Abarca habilidades verbais por envolver o desenvolvimento de habilidades de expressão por meio de simbologia própria (algébrica e gráfica). Contempla o nível 3 do modelo dos Van Hiele por propor inter-relações do algébrico para o gráfico e vice-versa, abordando essas duas formas de representação.
Construir uma visão sistemática das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre eles	3	O objetivo contemplado nesta habilidade pode ser alcançado por meio do desenvolvimento conjunto das das habilidades visuais, verbais, de desenho, lógica e de aplicação para entendimento da Geometria como um todo dentro da Matemática e suas conexões com a álgebra, aritmética, trigonometria, entre outras áreas. Para essa finalidade, o nível da ordenação é fundamental, uma vez que nem sempre para entender essas conexões é necessário deduzir ou entender teoremas.

Fonte: elaborado pelos autores

A partir do Quadro 2, elaboramos a figura a seguir que ilustra a distribuição de trechos das habilidades de Geometria dos PCN+ nas habilidades geométricas de Hoffer (1981).

Figura 1: Distribuição das habilidades dos PCN+ segundo as habilidades geométricas



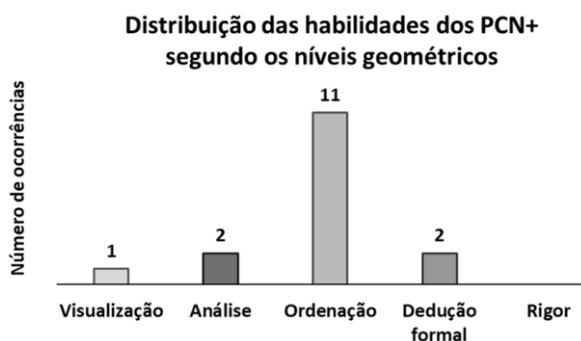
Fonte: elaborada pelos autores

Podemos observar que as habilidades de aplicação foram as mais presentes nos PCN+ devido ao fato de o documento considerar a Geometria como uma importante e necessária linguagem para leitura e interpretação do espaço, além das orientações para o uso de formas geométricas para representar e visualizar partes do mundo real. Segundo o documento, esta é uma capacidade importante para a compreensão e construção de modelos para resolução de questões da Matemática e de outras disciplinas (BRASIL, 2002). Além disso, as habilidades de aplicação são reflexos do papel instrumental da Matemática no ensino médio (BRASIL, 1999), na medida em que proporcionam ao educando o desenvolvimento de estratégias para serem utilizadas em outras áreas do conhecimento, bem como em atividades profissionais.

Com o mesmo número de ocorrências, quatro, estão as habilidades visuais, verbais e de desenho. Vale a pena destacar que essas três estão presentes em sete das dezesseis habilidades analisadas, evidenciando que um trabalho consistente com a Geometria não deve privilegiar apenas o desenvolvimento de uma habilidade. A menos presente, com apenas uma ocorrência, é a habilidade de lógica. Para compreendermos esse fato, apoiamo-nos em Hoffer (1981) que afirma que, se a “Geometria é uma das matérias do currículo que mais ajudam os alunos a aprenderem a analisar a forma de um argumento e a reconhecerem a forma de argumentos válidos e não-válidos no contexto de figuras geométricas” (HOFFER, 1981, p. 5) e a Matemática deve ser entendida como Ciência própria em “que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas” (BRASIL, 1999, p. 40-41), então a carência de habilidades de lógica pode encorajar a memorização sem entendimento das provas de teoremas e propriedades no trabalho em sala de aula.

A figura 2 ilustra a distribuição de trechos das habilidades dos PCN+ nos níveis de Van Hiele e foi elaborada a partir do quadro 2. Podemos observar que o nível ordenação foi o mais contemplado com onze ocorrências, seguido dos níveis análise e dedução formal com duas ocorrências, visualização com uma e rigor com nenhuma.

Figura 2: Distribuição das habilidades dos PCN+ segundo os níveis geométricos



Fonte: elaborada pelos autores

Com relação à predominância do nível 3 e aparecimento dos níveis 2 e 1 do modelo dos Van Hiele, acreditamos que isto se dá ao fato de os PCN+ terem incorporado as novas tendências de ensino que se opuseram ao ensino tradicional de Geometria euclidiana presente nos currículos do passado. Pires (2008) afirma que os PCN, à época de sua elaboração, incorporaram as tendências de pesquisas da área da Educação Matemática que destacaram o potencial das práticas de ensino baseadas na metodologia de Resolução de Problemas e de sua valorização enquanto instrumental para compreender o mundo à sua volta. Hoffer (1981) já se mostrava descontente quanto ao ensino tradicional de sua época e defendeu um currículo que privilegiasse as habilidades não somente em níveis mais formais de dedução, mas que explorasse outros conceitos geométricos sem a necessidade de provas. Para ele, a Geometria não deveria ser concebida simplesmente como um conjunto de provas de teoremas.

Nossa análise corrobora os argumentos desses autores, pois identificamos apenas duas ocorrências do nível 4. Destacamos que elas estão associadas às habilidades dos PCN+ que privilegiaram somente habilidades verbais, sendo uma delas relacionada à compreensão de vocabulário utilizado na Geometria axiomática e a outra relacionada ao trabalho com a identificação de dados e mobilização de conceitos geométricos para a resolução do problema. Isso evidencia que o educador não deve abandonar o pensamento dedutivo no seu trabalho em sala de aula, mas abordá-lo de forma introdutória visando ao desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas. Assim, é importante que o nível de pensamento geométrico da dedução formal do modelo dos Van Hiele também seja trabalhado no ensino médio.

O quadro a seguir apresenta os trechos analisados das doze habilidades da BNCC, segundo as habilidades de Hoffer e os níveis de Van Hiele, além de breves considerações relativas à análise feita.

Quadro 3: Análise das habilidades de Geometria da BNCC em relação às cinco habilidades de Hoffer (1981) e modelo dos Van Hiele

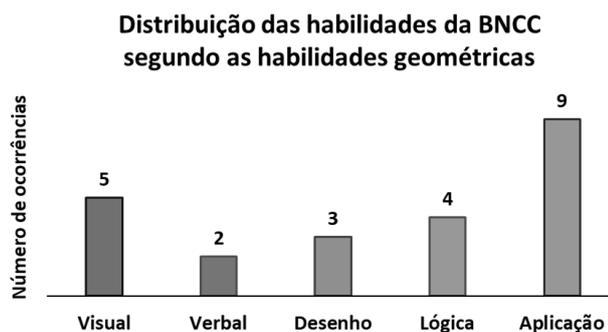
Trecho das habilidades geométricas da BNCC	Nível de pensamento geométrico	Considerações
(EM13MAT105) “Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas” * “para construir figuras” ** “e analisar elementos da natureza e diferentes produções humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).” ***.	3	Foram contempladas as habilidades visuais*, de desenho** e aplicação*** em nível 3. As orientações para o emprego de transformações no plano fazem referência às habilidades visuais, na medida em que o educando estabelece interrelações entre figuras, tais como a preservação da distância entre pontos, e reconhece propriedades comuns.
(EM13MAT201) Propor ou participar de ações adequadas às demandas da região, preferencialmente para sua comunidade, “envolvendo medições” e cálculos de perímetro, de área, de volume, de capacidade ou de massa.	3	O trecho indicado por aspas refere-se às habilidades de desenho, pois envolve medições de figuras, além do restante do texto abarcar habilidades de aplicação em nível 3, uma vez que ações voltadas para a realidade da comunidade na qual a escola está inserida podem envolver o estudo de fenômenos do mundo por meio da Geometria.
(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) “e deduzir expressões de cálculo” para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.	4	Contempla todas as habilidades em nível 4, com exceção das de desenho. A habilidade de lógica, indicada por aspas, é privilegiada na medida em que a habilidade orienta a construção dedutiva das expressões de cálculo relativas às figuras geométricas. Ademais, as habilidades visuais relacionam-se aos métodos para obtenção de áreas que sugerem que o educando utilize informações sobre uma figura, cuja área deverá ser obtida, para deduzir outras informações.
(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.	3	Refere-se às habilidades de aplicação em nível 3. A habilidade sugere de maneira procedimental o emprego de conceitos matemáticos na elaboração e resolução de problemas, portanto, relacionadas às habilidades de aplicação.
(EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.		
(EM13MAT401) e (EM13MAT402) “Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau e 2º grau (respectivamente) para representações geométricas no plano cartesiano” distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica	2	Refere-se, em aspas, às habilidades verbais em nível 2, na medida em que sugere o trabalho com conversão de representações entre os sistemas algébrico e geométrico a partir da descrição de propriedades de figuras e curvas que descrevem as funções polinomiais.

(EM13MAT407) Interpretar e construir vistas ortogonais de uma figura espacial para representar formas tridimensionais por meio de figuras planas.	3	Abarca as habilidades visuais e de desenho em nível 3. A orientação para se trabalhar a interpretação e conversão de representações entre figuras espaciais e planas refere-se às habilidades visuais, juntamente com as habilidades de desenho para suas construções.
(EM13MAT504) Investigar processos de obtenção da medida “do volume de prismas, pirâmides, cilindros e cones incluindo o princípio de Cavalieri” para a obtenção das fórmulas “de cálculo da medida do volume dessas figuras.”	4	Refere-se às habilidades de lógica e aplicação, em aspas. Os processos de investigação de dedução de expressões matemáticas para volume de sólidos geométricos privilegiam as habilidades de lógica no nível 4. A orientação para o emprego do princípio de Cavalieri remete às habilidades de aplicação.
(EM13MAT505) “Resolver problemas sobre ladrilhamentos do plano”*, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica para conjecturar a respeito dos “tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados”**, “generalizando padrões observados.”***	4	Esta habilidade sugere a compreensão das noções visuais de composição de polígonos para resolução de situações-problema. Compreende habilidade de aplicação*, visual** e lógica***. A generalidade de padrões neste contexto foi considerada estando no nível 4, pois exigem capacidade de abstração próprias da geometria axiomática.
(EM13MAT506) “Representar graficamente a variação”* da “área e do perímetro de um polígono regular”** “quando os comprimentos de seus lados variam”***, analisando e classificando as funções envolvidas.	3	Abarca as habilidades visuais*** que relacionam propriedades geométricas de área e perímetro com funções em nível 3, bem como habilidades verbais*, de conversões de representações algébrica e geométrica e de aplicação** em situações que envolvem área e perímetro de polígonos regulares.
(EM13MAT509) “Investigar a deformação de ângulos e áreas provocada pelas diferentes projeções”* “usadas em cartografia, como a cilíndrica e a cônica.”**	3	Contempla as habilidades visuais* e de aplicação** em nível 3. As orientações com o trabalho de conceitos de deformação de ângulos e áreas referem-se a habilidades visuais de reconhecimento de interrelações de propriedades de diferentes figuras planas.
(EM13MAT512) Investigar propriedades de figuras geométricas questionando suas conjecturas por meio da busca de contraexemplos, para refutá-las ou reconhecer a necessidade de sua demonstração para validação, como os teoremas relativos aos quadriláteros e triângulos	4	Refere-se às habilidades de lógica em nível 4, na medida em que sugere o trabalho com os alunos acerca da necessidade da argumentação lógica para validação de resultados em Geometria.

Fonte: elaborado pelos autores

Tomando como base o quadro 3, elaboramos a figura a seguir que ilustra a distribuição de trechos das habilidades de Geometria da BNCC nas habilidades geométricas de Hoffer (1981).

Figura 3: Distribuição das habilidades da BNCC segundo os níveis geométricos



Fonte: elaborada pelos autores

Constatamos que as habilidades geométricas mais recorrentes na BNCC foram as habilidades visuais e de aplicação ambas com nove ocorrências, seguidas das de lógica, de desenho e verbais, sendo esta última a menos presente. A figura mostra que houve pequenas diferenças em relação à análise feita para os PCN+ no que diz respeito às habilidades de aplicação, que se mantiveram com grande frequência, revelando que esse caráter de aplicação da Geometria não foi abandonado. O predomínio das habilidades de aplicação em nossa análise vai ao encontro das orientações da BNCC para o trabalho em sala de aula com resolução de situações-problemas, fazendo referência a uma Geometria presente nos mais diversos contextos. A BNCC também sugere o desenvolvimento de “habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas” (BRASIL, 2018, p. 529) que também fazem referência à habilidade de aplicação segundo Hoffer (1981).

Vale a pena destacar que, durante o processo de análise de ambos os documentos, identificamos alguns trechos das habilidades que sugeriam o uso de conceitos matemáticos, tais como teoremas específicos e resultados conhecidos que apontavam para um aspecto procedimental que, no entanto, não são contemplados no modelo teórico de Hoffer (1981). Na tentativa de delinear uma convergência com alguma habilidade do modelo de Hoffer, concluímos que tais trechos deveriam ser incluídos na categoria referente à habilidade de aplicação, o que pode ter contribuído para o número expressivo de ocorrências em relação às demais habilidades geométricas. Também constatamos a partir da figura 3 que, em relação aos PCN+, as habilidades verbais e de desenho ainda se mantiveram privilegiadas nas habilidades de geometria da BNCC, não obstante termos apontado uma pequena redução em suas ocorrências. Assim como nos PCN+, estas habilidades mantiveram-se bem distribuídas, não destoando dentre as demais que foram pouco ou bastante frequentes nos documentos. Segundo Hoffer (1981), o ensino de Geometria faz bastante uso da linguagem na Matemática, devido à

abundância de vocabulários que expressam e representam propriedades e relações entre as figuras por meio das habilidades verbais.

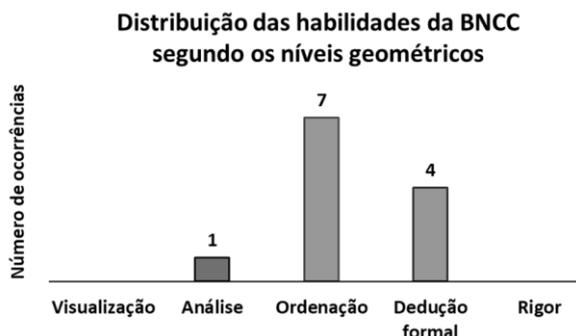
No tocante às habilidades verbais, é importante destacar que a BNCC faz referência à capacidade de representar e elaborar os registros matemáticos e suas conversões, especialmente entre os sistemas geométricos e algébricos, a fim de modelar situações, resolver situações-problema e promover o raciocínio matemático. Apesar dessas orientações, nossa análise revelou que apenas duas habilidades abordam o trabalho com essa capacidade de representação, relacionadas, principalmente, às representações algébricas no plano cartesiano a partir de suas curvas. Além disso, constatamos três ocorrências das habilidades de desenho que foram contempladas nas habilidades da BNCC por sugerirem a construção de vistas ortogonais de figuras espaciais, bem como a construção de figuras, no contexto das transformações, e o uso de instrumentos para realizar medições. Para Hoffer (1981), estas habilidades devem ser trabalhadas com os alunos, pois são capazes de auxiliar o aprendizado de relações geométricas, a apreensão de propriedades e conceitos de área e volume, bem como o entendimento de postulados de retas e ângulos. Todavia, a BNCC do ensino médio não faz referência explícita ao desenvolvimento de habilidades de desenho geométrico a partir do uso de régua, compassos, transferidores ou outros instrumentos de medida.

Também destacamos a ocorrência de cinco habilidades visuais na BNCC, conforme figura 3. Se compararmos com a análise nos PCN+, quando constatamos quatro ocorrências, não observamos significativa alteração em sua frequência, apontando que o desenvolvimento dessas habilidades foi e ainda é bastante sugerido nesses documentos. Os trechos das oito habilidades identificadas foram associados às habilidades visuais de Hoffer (1981) quando fazem referências ao reconhecimento imediato e à percepção espacial de figuras por meio das características visuais básicas em atividades que envolvem transformações, composição de polígonos, representações de figuras, deformações de ângulos e áreas e o aumento e redução de figuras.

Por outro lado, nossa análise identificou que houve uma grande diferença quanto às habilidades de lógica em relação ao documento anterior. Nesse sentido, constatamos que a BNCC enfatiza a necessidade de analisar argumentos e “estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração” (BRASIL, 2018, p. 529). Além disso, as quatro habilidades apontadas sugerem o desenvolvimento da capacidade de abstração, de investigação da validade das expressões matemáticas, fazendo, inclusive, referência explícita a uma abordagem que se aproxime da geometria axiomática na habilidade EM13MAT512.

A figura 4, elaborada segundo o quadro 3, apresenta a distribuição de trechos das habilidades da BNCC nos níveis de Van Hiele.

Figura 4: Distribuição das habilidades da BNCC segundo níveis geométricos



Fonte: elaborada pelos autores

O nível de ordenação está bastante presente na BNCC, como nos PCN+. A predominância do nível de ordenação pode ser explicada pelo fato de ele exigir que os educandos sejam capazes de estabelecer interrelações de propriedades entre figuras geométricas, mas não necessariamente estudarem a geometria axiomática. Além disso, a terceira coluna do quadro 1, referente ao nível 3, vai ao encontro das orientações dessas habilidades da BNCC, na medida em que orienta o uso de ideias, procedimentos e práticas matemáticas que exigem o reconhecimento e a aplicação de propriedades comuns, bem como de construção de figuras e compreensão dos conceitos de definição e modelo matemáticos. Desse modo, notamos que as habilidades de Geometria da BNCC transitam em um meio termo entre os níveis 1 e 5, o que pode ser justificado pelo seu processo de elaboração que buscou o diálogo com as comunidades escolares locais de todo o país, esforçando-se para compreender melhor o trabalho em sala de aula e os desafios da educação brasileira (BRASIL, 2018).

Por outro lado, destacamos que o nível de dedução formal se encontra mais presente na BNCC se comparado aos PCN+, passando de duas para quatro ocorrências. As habilidades que se referem a esse nível orientam o trabalho para o desenvolvimento das capacidades de raciocínio, argumentação, generalização e investigação de hipóteses tais como a obtenção de expressões para cálculo de áreas e volumes, por exemplo. A figura 4 também indica que os níveis de visualização que já eram pouco contemplados nos PCN+ agora na BNCC não possuem ocorrências, o que pode ser explicado pela proposta da BNCC de aprofundar os conhecimentos de Geometria trabalhados no ensino fundamental, para que os educandos tenham “mais ferramentas para compreender a realidade e propor as ações de intervenção especificadas para essa etapa” (BRASIL, 2018, p. 530). Desse modo, parece pertinente supor que as habilidades geométricas do modelo de Hoffer relativas ao nível da visualização, o mais

elementar dos cinco, já tenha sido atingido no ensino médio, o que indicaria a sua inexistência em nossa análise.

Notamos também que o nível de rigor se manteve inalterado, não sendo contemplado em nenhum dos documentos. Importa destacar que este nível, segundo a teoria dos Van Hiele, devido à necessidade de uma ampla compreensão de geometrias e axiomas não euclidianos que muitas vezes extrapolam os objetivos da Matemática para a educação básica, é raramente atingido, o que corrobora mais uma vez, a inexistência de suas ocorrências em nossa análise. No entanto, a inclusão de geometrias não-euclidianas na educação básica é defendida por Baldini (2008). Segundo a autora, ao possibilitar o trabalho com conceitos geométricos aquém da geometria euclidiana, o aluno poderá compreender que existem vários espaços geométricos no universo, o que contribuirá para um melhor entendimento dos conceitos da própria geometria euclidiana, além de possibilitar um redimensionamento da prática pedagógica do professor de Matemática. Essas considerações também foram abordadas no trabalho de Martos (2002), uma aplicação no contexto do ensino fundamental, em que os alunos puderam explorar alguns conceitos da geometria esférica por meio de comparações com a geometria euclidiana e conceitos geográficos, tais como fuso horário e globo terrestre, evidenciando a possibilidade de se produzir significados em geometrias não-euclidianas ainda no ensino básico.

6 A título de considerações finais

Durante anos o trabalho em sala de aula esteve pautado nos PCN. Hodiernamente, a implementação da BNCC é tema pertinente nos espaços escolares entre educadores e gestores, devido a sua extensão, variedades de termos e proposta de referência educacional comum. Portanto, é pertinente promover discussões que encontrem pontos de divergência e de convergência entre esses documentos, nos quais os termos competências e habilidades destacam-se como ideias estruturantes e norteadoras para as organizações de ensino e aprendizagem no ambiente escolar. Particularmente intrigados quanto ao ensino de Geometria nesse novo contexto, este trabalho investigou em que termos a BNCC e os PCN+ do ensino médio privilegiam o desenvolvimento do pensamento geométrico e das habilidades geométricas básicas. A análise, tendo como suporte a teoria de Alan Hoffer a partir dos pressupostos dos Van Hiele, revela que foi atribuída grande importância às habilidades geométricas de aplicação nos PCN+ e na BNCC do ensino médio, quando comparadas as demais nos dois documentos.

Argumentamos que possíveis justificativas encontram-se na ênfase dos PCN+ no papel instrumental da Matemática e nas orientações para o uso de formas geométricas para representar e visualizar partes do mundo real a partir da compreensão e construção de modelos, bem como nas

orientações da BNCC para o trabalho com resolução de situações-problemas, fazendo referência a uma Geometria presente nos mais diversos contextos. Além disso, muitos dos trechos das habilidades analisadas dos documentos sugerem o uso de teoremas e resultados conhecidos, bem como cálculos de áreas e volumes que se aproximam de um caráter procedimental. No entanto, os referenciais das habilidades de Hoffer não abarcam esses casos, levando-nos a aproximar tais trechos em habilidades de aplicação, o que contribuiu para a sua maior frequência nos documentos.

De maneira semelhante, identificamos que alguns trechos da BNCC propõem o uso de tecnologias digitais da informação e comunicação, como calculadoras e planilhas eletrônicas para o ensino de Geometria. No entanto, não há habilidades ou níveis nos modelos teóricos apresentados que contemplem essa abordagem, apontando para a necessidade de uma atualização que abarque as influências digitais no desenvolvimento do pensamento geométrico. Também constatamos que as habilidades verbais e de desenho se mantiveram privilegiadas em ambos os documentos de modo bem distribuído, apontando que neles o seu desenvolvimento é bastante reforçado, bem como a necessidade de um desenvolvimento conjunto das outras habilidades. Destacamos, ainda, que as habilidades de lógica estão pouco presentes nos PCN+. Tomando Hoffer (1981) como referência e as próprias orientações dos PCN+, argumentamos que uma abordagem geométrica do pensamento lógico-dedutivo pode favorecer a capacidade de análise de argumentos e raciocínio dos alunos. Sendo assim, apontamos que essa carência de habilidades de lógica pode favorecer a prática da memorização. Por outro lado, houve uma valorização das habilidades de lógica na BNCC em relação aos PCN+, o que vai ao encontro das orientações daquele de desenvolver a capacidade de abstração e de investigação da validade das expressões matemáticas, aproximando-se da geometria axiomática.

Quanto aos níveis geométricos da teoria dos Van Hiele, a investigação destacou que o nível da ordenação está bastante presente em ambos os documentos. Acreditamos que tal predominância pode ser explicada pelo fato de as habilidades de Geometria não estarem nem nos níveis iniciais e nem nos finais, o que corrobora a ideia da Base de refletir as múltiplas realidades da educação brasileira, considerando os desafios e as diversidades regionais. Por outro lado, destacamos que o nível de dedução formal se encontra mais presente na BNCC se comparado aos PCN+, indicando um resgate da valorização dos processos de investigação, raciocínio, argumentação e generalização que se inserem no contexto da Geometria. Destaca-se também que os níveis de visualização, pouco contemplados nos PCN+, agora na BNCC não possuem ocorrências. Isso pode ser explicado pela proposta da Base de aprofundar os conhecimentos de Geometria trabalhados no ensino fundamental, sugerindo que as habilidades geométricas relativas ao nível mais elementar já tenham sido atingidas no ensino médio, o que indicaria a sua inexistência em nossa análise. Constatamos também zero ocorrências do nível rigor

em ambos os documentos. A teoria dos Van Hiele argumenta que esse nível raramente é atingido na educação básica por exigir uma boa compreensão de geometrias e axiomas não euclidianos. Todavia, destacamos que alguns estudos da área vão de encontro a essas concepções, apontando resultados positivos da inclusão de geometrias não-euclidianas na educação básica, possibilitando a compreensão da existência de outros espaços geométricos no universo e contribuindo para um melhor entendimento dos conceitos da própria geometria euclidiana (DE CARVALHO; FERNANDES, 2011).

Em termos de síntese, os achados desta investigação, além de apontarem um desequilíbrio na organização curricular em relação às habilidades geométricas necessárias para o Ensino Médio, quando comparados aos princípios expressos por Hoffer no que tange o desenvolvimento dessas habilidades, propiciou, a partir das competências e habilidades expressas nos documentos quando aproximadas aos níveis de desenvolvimento geométricos expressos por Hoffer, apontar posturas/práticas capazes de complementar, em especial a partir da parte diversificada da BNCC, o ensino em relação às aprendizagens da geometria escolar.

Por fim, pretendemos que este trabalho possa subsidiar outras discussões que mobilizem esforços na direção de uma melhor compreensão da BNCC e sua relação com os PCN+, especificamente no âmbito da Educação Matemática e da Geometria do ensino médio. Além disso, esperamos estar contribuindo com estudos que empreguem os modelos teóricos dos Van Hiele e de Alan Hoffer, bastante difundidos e relevantes para investigações voltadas ao ensino da Geometria. Desse modo, reforçamos a importância da criação de espaços na comunidade científica que busquem discutir as orientações da BNCC e PCN+ à luz de referenciais teóricos capazes de auxiliar o trabalho escolar.

7 Referências

BALDINI, Loreni Aparecida Ferreira, **Geometria não-euclidiana: uma introdução**. Caderno pedagógico (PDE – Programa de desenvolvimento educacional) – Secretaria estadual de educação e Universidade Estadual de Londrina. 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1503-6.pdf>. Acesso em: 05 de junho de 2022.

BRASIL. **Lei nº. 9.394**, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, Brasília, 23 dez. 1996.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio**. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular: ensino médio**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018.

CARLOMAGNO, Márcio C.; DA ROCHA, Leonardo Caetano. Como criar e classificar categorias para fazer análise de conteúdo: uma questão metodológica. **Revista Eletrônica de Ciência Política**, v. 7, n. 1, 2016.

DE CARVALHO, Maria Aparecida da Silva; FERNANDES, Ana Márcia. **Anais...** 13 Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM). O ensino de geometria não euclidiana na educação básica. 26 a 30 de junho, Recife. 2011.

HOFFER, Alan. Geometry is more than proof. **The Mathematics Teacher**, v. 74, n. 1, p. 11-18, 1981.

LARA, Victor. **Relações entre habilidades da BNCC e a teoria de Van Hiele: propostas de atividades para o Ensino Fundamental I**. 2022. 54 f. Monografia (Graduação em Matemática - Licenciatura) - Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto. 2022.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. 2. ed. reimpr. Rio de Janeiro: E.P.U, 2015.

MARTOS, Zionice Garbelini. O trabalho pedagógico envolvendo geometrias não-euclidianas no Ensino Fundamental. **Zetetike**, v. 10, n. 1-2, p. 43-70, 2002.

MORAES, Roque; GALIAZZI, Maria do Carmo. Análise textual discursiva: processo reconstrutivo de múltiplas faces. **Ciência & Educação** (Bauru), v. 12, n. 1, p. 117-128, 2006.

MORAES, João Carlos Pereira; PEREIRA, Ana Lúcia. Análise de competências específicas na BNCC de matemática, indícios para abordagem metodológica e afastamentos dos PCN. **Revista Valore**, v. 6, p. 955-967, 2021.

LIMA, José Leonardo Oliveira; MANINI, Miriam Paula. Metodologia para análise de conteúdo qualitativa integrada à técnica de mapas mentais com o uso dos softwares Nvivo e Freemind. **Informação & Informação**, v. 21, n. 3, p. 63-100, 2016.

PIRES, Célia Maria Carolino. Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil. **Boletim de Educação Matemática (BOLEMA)**, v. 21, n. 29, p. 13-42, 2008.

VALENTE, José Armando. Integração do pensamento computacional no currículo da educação básica: diferentes estratégias usadas e questões de formação de professores e avaliação do aluno. **Revista E-curriculum**, v. 14, n. 3, p. 864-897, 2016.

VERONEZE, Daniela; NOGARO, Arnaldo; SILVA, Fernanda Levandoski; ZANOELLO, Simone Fátima. Consensos e dissensos entre os parâmetros curriculares nacionais e a base nacional comum curricular. **Anais...** X Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM). São Paulo, 2016.

VIANA, Odalea Aparecida. **O conhecimento geométrico de alunos do CEFAM sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito**. 2000. 230 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. Campinas. 2000.