

O feedback como uma poderosa ferramenta para a aprendizagem matemática: Uma meta-análise de estudos portugueses

Leonor Santos

Resumo: O estudo teve por objetivo contribuir para uma compreensão aprofundada sobre as variáveis que podem determinar a eficácia do feedback para a aprendizagem matemática. Optou-se por uma meta-análise de natureza qualitativa de 18 estudos portugueses em Educação Matemática que consideraram o feedback como pelo menos um dos objetos do estudo, e cujo contexto foi a sala de aula de Matemática. Os resultados obtidos permitiram construir um modelo conceitual da eficácia do feedback constituído por quatro componentes que se interrelacionam entre si: as características do feedback, variáveis decorrentes dos alunos, variáveis do contexto e conhecimento profissional do professor.

Palavras-chave: Aprendizagem matemática. Avaliação formativa. Feedback. Eficácia do feedback. Sala de aula de Matemática.

Feedback as a powerful tool for mathematical learning: A meta-analysis of Portuguese studies

Leonor Santos
Doutorada em Didática da Matemática,
Universidade de Lisboa, Lisboa,
Portugal.

 <https://orcid.org/0000-0003-1283-032X>

 mlsantos@ie.ulisboa.pt

Recebido em 30/01/2022
Aceito em 08/04/2022

Abstract: The study aimed to contribute to an in-depth understanding of the variables that can determine the efficacy of feedback for mathematical learning. We opted for a qualitative meta-analysis of 18 Portuguese studies in Mathematics Education that considered feedback as at least one of the objects of the study, and whose context was the Mathematics classroom. The results obtained allowed the construction of a conceptual model of the efficacy of feedback consisting of four interrelated components: the characteristics of the feedback, variables related with the students, variables of the context and teacher's professional knowledge.

Keywords: Mathematics learning. Formative assessment. Feedback. Feedback' efficacy. Mathematics classroom.

La retroalimentación como herramienta poderosa para el aprendizaje matemático: un metanálisis de los estudios portugueses

Resumen: El estudio tuvo como objetivo contribuir a una comprensión profunda de las variables que pueden determinar la efectividad de la retroalimentación para el aprendizaje matemático. Optamos por un metanálisis cualitativo de 18 estudios portugueses en Educación Matemática que consideraron la retroalimentación como al menos uno de los objetos del estudio, y cuyo contexto fue el aula de Matemáticas. Los resultados obtenidos permitieron construir un modelo conceptual de la efectividad de la retroalimentación que consta de cuatro componentes interrelacionados: las características de la retroalimentación, las variables provenientes de los estudiantes, las variables del contexto y conocimiento profesional del maestro.

Palabras clave: Aprendizaje matemático. Evaluación formativa. Retroalimentación. Eficacia de la retroalimentación. Aula de matemáticas.

1 Introdução

Quando falamos de avaliação pedagógica associamo-la a todo o processo avaliativo desenvolvido no contexto do trabalho com os alunos. Existem duas modalidades de avaliação: a avaliação formativa e a avaliação sumativa. Distinguem-se entre si pelos propósitos com que são feitas. A avaliação formativa, de dimensão pedagógica, tem por objetivo apoiar a aprendizagem e regular o ensino. A avaliação sumativa, de dimensão social, tem por fim último aceder ao estado de aprendizagem do aluno, num certo momento, para efeitos de controlo (SANTOS, L., 2002).

É reconhecido internacionalmente que a avaliação formativa tem ainda pouco expressão na sala de aula de Matemática, verificando-se que existe uma supremacia de práticas de avaliação sumativa em detrimento de práticas avaliativas formativas (EC, 2011; SANTIAGO, DONALDSON, LOONEY e NUSCHE 2012). Muito embora haja um amplo consenso sobre a potencialidade de práticas de avaliação formativa (BLACK e WILIAM, 1998; 2003), em particular em Matemática, continua a haver dificuldade em ser desenvolvida de forma expressiva e continuada. Não é objeto deste artigo a análise das diversas razões que poderão explicar esta realidade. No entanto, não podemos deixar de assinalar que os professores parecem associar às práticas de avaliação formativa uma lógica aditiva, entendendo que têm de acrescentar outras coisas àquilo que já fazem (SANTOS, L., 2016). Ora, só por si, esta perceção constitui um obstáculo forte para essas práticas se tivermos em linha de conta a escassez de tempo habitualmente sentida pelos professores de Matemática para o cumprimento do programa. Uma outra razão forte tem a ver com a escassez de conhecimento sobre a avaliação (CLARK, 2012) e a falta de clareza quanto a significado dos conceitos associados à avaliação (FERNANDES, 2006) talvez resultante da pouca atenção que é dada a esta área do saber, tanto na formação inicial de professores, como na formação contínua.

Difícilmente conseguimos encontrar alguma prática de avaliação formativa que não recorra nalgum momento ao feedback. Entendemos neste artigo, que feedback é toda a informação, oral ou escrita, dada com a intencionalidade de ativar os processos cognitivos e metacognitivos do aluno no sentido de regular os seus processos de aprendizagem (HATTIE e JAEGER, 1998; HATTIE e TIMPERLEY, 2007), mesmo que efetivamente não consiga fazê-lo. Segundo Sadler (1998), o feedback é um elemento chave em qualquer processo de avaliação formativa. É, porventura, “o mais poderoso mediador para melhorar o desempenho” (HATTIE e JAEGER, 1998, p. 114). Pela sua reconhecida importância, podemos mesmo arriscar afirmar que o feedback é uma das práticas de avaliação formativa mais estudadas ao longo das últimas décadas.

A Matemática é indispensável na formação global do aluno (ex. NCTM, 2014). O presente estudo centra-se na aprendizagem matemática que ocorre no quotidiano do trabalho entre o professor e os alunos na sala de aula, quando se usa o feedback. Uma das questões ainda em discussão na educação matemática reporta-se à eficácia do feedback. Esta questão é central uma vez que o feedback não é importante por si só, mas sim pelo contributo que pode dar à aprendizagem matemática dos alunos. Assim, o presente artigo apresenta uma meta-análise de estudos portugueses sobre o feedback, seja ele oral ou escrito, publicados nas últimas décadas, com o objetivo de contribuir para uma compreensão aprofundada sobre as variáveis que podem estar presentes na eficácia do feedback sobre a aprendizagem matemática.

2 Revisão de literatura

A informação está associada ao feedback. No entanto, "o feedback é um processo dialógico e não uma mensagem enviada" (NICOL, 2010, p. 503). A partir de um feedback externo, o aluno estabelece um diálogo interno, adaptando e integrando o feedback externo recebido. É quando esse diálogo toma sentido para o aluno que estão criadas as condições para se pode falar em eficácia do feedback.

O que realmente importa é aprofundar as condições em que o feedback pode potenciar a aprendizagem, isto é, pode ser eficaz, atingindo os propósitos para os quais é feito num contexto de avaliação formativa. Desde logo coloca-se a questão de quando o feedback deve ser fornecido ao aluno, seja pelo professor, seja pelos seus pares. Segundo Wiliam (1999), tal só deve acontecer após ter sido dado tempo para o aluno pensar e trabalhar a tarefa. Deste modo, o feedback pode adquirir para si significado, pois o aluno já conhece a tarefa, teve oportunidade de pensar sobre ela e poderá mesmo ter sentido dificuldades. Mas devemos ser mais exigentes. Para que o feedback possa ser considerado útil pelos alunos, tais situações deverão preferencialmente não estarem ainda acabadas e não terem sido sujeitas a qualquer tipo de classificação, uma vez que a atribuição de uma classificação a uma produção pode dar ao aluno uma ideia de que está terminada e, conseqüentemente, não vale a pena dedicar-lhe mais tempo e esforço.

Hattie e Timperley (2007) propõem-nos um modelo para pensar a eficácia do feedback quando olhamos para o seu foco. Este modelo parte de três questões chave, não necessariamente sequenciais, nem lineares: Para onde vou? (Quais os objetivos? - Feed up); Como estou a ir? (Que progressos estou a desenvolver no sentido dos objetivos - Feed back); e O que fazer a seguir? (Que devo fazer para progredir ainda mais? - Feed forward). Segundo estes autores, um

feedback eficaz é aquele que ajuda a compreender o fosso (*gap*) entre “Para onde vou?” e “Como estou a ir?” e fornece pistas para os passos seguintes “O que fazer a seguir?”, reduzindo essa diferença. Identificam quatro possíveis focos para o feedback: o self, a tarefa, o processo e a autorregulação. Concluem que a eficácia do feedback dirigido à tarefa, ao processo e à autorregulação se interrelacionam, contribuindo entre si para a eficácia em cada um destes domínios. O feedback dirigido ao processo e à autorregulação são poderosos para um melhor desempenho da tarefa. O feedback dirigido à tarefa poderá ser também eficaz para a aprendizagem, quando a informação nele contida contribua para a uma compreensão mais profunda, e conseqüentemente para o aperfeiçoamento do processo e da autorregulação. Um feedback dirigido ao self é raramente eficaz.

Quanto à sua forma, diversas tipologias de feedback têm sido apresentadas na literatura. A título de exemplo, refira-se o feedback avaliativo (veredicto, discurso profético) e o descritivo (que especifica o progresso, ou constrói o caminho a seguir) (GIPPS, 1999; SANTOS, L., 2008). Decorrente desta categorização e da observação de crianças dos 1.º e 2.º anos de escolaridade, Tunstall e Gipps (1996) apresentaram outras possíveis categorias: recompensa versus castigo; aprovação versus reprovação; objetivo específico versus aperfeiçoamento específico e construção de desempenho versus continuação do percurso a seguir.

Compreender a perspetiva que alunos têm sobre a eficácia dos diferentes tipos de feedback fornecido pelo professor foi igualmente objeto de estudo. Por exemplo, Gamlem e Smith, a partir da seleção de seis turmas que se ofereceram voluntariamente (150 alunos), desenvolveram um estudo com 11 alunos do 8.º ao 10.º ano na Noruega numa amostra aleatória estratificada. Os resultados evidenciam que os alunos consideram muito útil o feedback dialógico, interativo, que aponta pistas para prosseguir (GAMLEM e SMITH, 2013). Estes resultados vêm na mesma linha da pesquisa desenvolvida por Butler (1987) onde foram estudados os efeitos de quatro formas de feedback – comentário, classificação, elogio e ausência de comentário – sobre o desempenho em Matemática na realização de uma dada tarefa por 200 crianças israelitas, dos 5.º e 6.º anos de escolaridade, com diferentes níveis de aproveitamento. Apenas o grupo de alunos que receberam comentários à sua primeira tarefa apresentaram uma melhoria estatisticamente significativa no pós-teste. Os outros três grupos não apresentaram diferenças significativas.

No que ao feedback oral diz respeito, um estudo desenvolvido por Van Der Kleij e Adie (2020) evidencia que nem sempre o feedback oral é reconhecido por alunos do ensino secundário

em Matemática. A percepção dos alunos e a eficácia do feedback revelaram ser dependentes do contexto e dos alunos.

Um aspeto particular do contexto diz respeito à natureza das tarefas a trabalhar com os alunos. Segundo Bangert-Drowns, Kulick, e Kulik (1991), o feedback dado a tarefas mais estruturadas parece ser menos eficaz do que aquele que é fornecido a tarefas de natureza mais aberta, e conseqüentemente tendencialmente mais exigente para os alunos por fazerem apelo a níveis cognitivos elevados. Em Matemática, estas últimas tarefas requerem a interação/discussão com outros, e favorecem a diferenciação pedagógica (SANTOS, L. e CAI, 2016).

3 Opções metodológicas

O objetivo do presente estudo foi o de contribuir para uma compreensão aprofundada sobre as variáveis que podem estar presentes na eficácia do feedback na aprendizagem matemática. Optou-se por uma meta-análise de natureza qualitativa (SCHREIBER e ASNER-SELF, 2011) de estudos realizados em Portugal, de forma que, através de uma releitura cuidada e completa das obras selecionadas e do estabelecimento de inter-relações, se conseguisse fazer emergir novos resultados ou identificar aspetos invariantes dos resultados anteriormente obtidos, dando-lhes consistência e robustez.

Os critérios de seleção das obras em análise foram os seguintes:

- Considerar o feedback como pelo menos um dos objetos do estudo, uma vez que o foco da meta-análise é a eficácia do feedback;
- Ser desenvolvido no campo do ensino e aprendizagem da Matemática, dada a área disciplinar do estudo;
- O contexto do estudo ser a sala de aula de Matemática, por se considerar que o feedback deve acontecer no trabalho quotidiano com os alunos, privilegiando assim o contexto habitual onde esse trabalho acontece, com todas as suas potencialidades e condicionantes;
- Ser uma dissertação de mestrado ou uma tese de doutoramento na área da educação Matemática ou decorrer da divulgação dos referidos estudos, para garantir qualidade e credibilidade nas obras selecionadas;
- Ser publicado no século XXI, de forma que as obras apresentem alguma atualidade.

Foram selecionadas 18 publicações (Quadro 1).

Quadro 1: Obras selecionadas e o tipo de publicação

Tipo de publicação		Autores
Tese de doutoramento		Santos, E. (2020)
		Vieira (2019)
		Semana (2016)
		Dias, P. (2013)
Dissertação de mestrado		Dias, C. (2012)
		Semana (2008)
		Dias, S. (2008)
		Menino (2004)
Artigos de divulgação	Revistas	Vieira e Santos, L. (2019)
		Santos, L. (2016)
		Santos, L. e Semana (2015)
	Anais de encontros	Semana e Santos, L. (2010)
		Dias, P. e Santos, L. (2010)
		Semana e Santos, L. (2009)
		Santos, L. e Pinto (2009)
		Dias, S. e Santos, L. (2008)
		Santos, L. e Dias, S. (2006)
		Menino e Santos, L. (2004)

Fonte: Elaborado pela autora.

A análise de cada estudo teve em conta quatro categorias: características do feedback; b) variáveis decorrentes dos alunos; c) variáveis do contexto; e d) conhecimento profissional do professor. As três primeiras tomaram em conta do modelo de interinfluências proposto por Santos, L. e Pinto (2018). A quarta categoria emergiu da análise dos dados.

4 O que nos dizem alguns estudos portugueses sobre feedback

4.1 Características do feedback

Muitas podem ser as formas que o feedback pode apresentar. No âmbito do Projeto AREA, foi desenvolvido um estudo piloto por Leonor Santos e Sónia Dias, em 2006, em duas turmas do 9.º ano de escolaridade. Os alunos tinham, em grupo, de fazer uma pesquisa na Internet e preparar uma apresentação oral dos resultados da sua pesquisa sobre um de quatro temas dados: a evolução do conceito de número ao longo dos tempos; o número irracional π (π); o irracional ϕ (número de ouro) e Richard Dedekind (1831-1916). Estes trabalhos seriam apreciados pelo professor e posteriormente fornecido feedback para que os alunos pudessem melhorá-los, atendendo ao feedback recebido. Foram fornecidos diferentes *tipos de feedback* (Quadro 2):

Quadro 2: Tipo de feedback fornecido

Tipo de feedback	Exemplos de feedback fornecido aos alunos
Descritivo	Tem de ser melhor explicado. Muito texto/letra muito pequena para um slide A capa está completa? Qual deveria ser o último slide? Simbologia matemática?
Recorrendo a simbologia	<input checked="" type="checkbox"/> quando algo estava errado e tinha de ser mudado, <input type="checkbox"/> quando alguma coisa tinha de ser mudado Um sublinhado em “ cobrinha ” quando a ideia estava certa, mas alguma coisa estava errada, ou a justificação, ou algum termo matemático, ? quando algo não se percebia, ou não fazia sentido

Fonte: Adaptado de SANTOS, L. e Dias, S. (2006)

Os resultados deste estudo evidenciam que a simbologia que assinala um erro é interpretada pelos alunos como algo que não está correto. Mas o que fazem de seguida está relacionado com o desempenho que têm a Matemática:

Para alunos com bom desempenho a Matemática, a simbologia é suficiente, pois funciona como uma chamada de atenção que os faz mobilizar conhecimentos anteriores para melhorarem o produto na segunda versão. Para alunos com desempenho médio, a simbologia não chega para corrigirem a informação errada. (SANTOS, L. e DIAS, S., 2006, p. 15)

Este estudo parece assim indicar que alunos com desempenho médio ou fraco a Matemática necessitam de um feedback mais descritivo e menos simbólico, respeitando o sugerido na teoria (GIPPS, 1999).

Ainda no que respeita às características do feedback, foi desenvolvido um conjunto de estudos na aula de Matemática com alunos do 3.º ciclo de escolaridade (alunos de 12 aos 14 anos de idade) que evidenciou que a *dimensão do feedback* é um fator que pode influenciar a sua eficácia (SANTOS, L. e PINTO, 2009). Os feedbacks curtos parecem ser contribuir mais para a compreensão dos alunos do que os longos. Textos longos levantam-lhes dificuldades, quer na interpretação das diferentes ações que o professor propõe, quer na sua prioridade, como nos explica uma aluna do 8.º ano de escolaridade com desempenho fraco a Matemática: “Eu tinha de juntar a informação da primeira frase mais os comentários para fazer a segunda (...) Então chegou a altura em que estava toda baralhada” (SANTOS, L. e PINTO, 2009, p. 54).

A *forma sintática* é outra característica do feedback que pode ter influência nos efeitos que produz. A forma interrogativa parecer ser a mais promissora para os alunos, como nos explica um aluno do 8.º ano com bom desempenho a Matemática: “O comentário geral é importante. Mas percebo melhor as questões do que o comentário geral. Quando o professor mete as questões, nós tentamos dar a resposta. É mais fácil!” (SANTOS, L. e PINTO, 2009, p. 53). É, no entanto, de

chamar a atenção que a forma interrogativa pode levar o aluno a responder de forma direta, em vez de reorientar o modo de pensar do aluno, intencionalidade do feedback (SANTOS, L. e PINTO, 2009).

O feedback assumiu ainda um importante papel no desenvolvimento ao longo de todo um ano letivo de um portfólio realizado por alunos de uma turma do 11.º ano de escolaridade, acabando, pela sua continuidade, a tornarem-se “uma rotina” (DIAS, C., 2012, p. 219). Iniciando-se como um suporte para a conceptualização por parte dos alunos do que se entende por portfólio, o feedback juntamente com o desenvolvimento deste instrumento contribuiu para “uma negociação de significados matemáticos e o estabelecimento de ZDP [zonas de desenvolvimento proximal] com vista à construção de novo conhecimento” (DIAS, C., 2012, p. 219).

4. 2 Variáveis decorrentes dos alunos

Sónia Dias na sua dissertação de mestrado (DIAS, S., 2008) evidencia com um caso muito interessante o modo como as *características dos alunos* pode ter implicações para a eficácia do feedback. O estudo decorreu numa sua turma do 8.º ano. A tarefa proposta aos alunos foi a que a seguir se apresenta (figura 1):

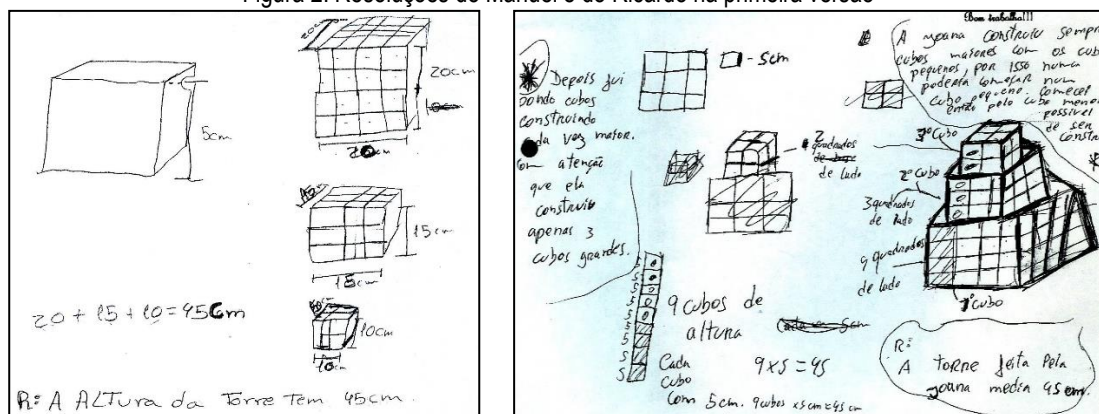
Figura 1. A altura da torre e a altura da Joana

No Natal, a Joana recebeu como presente uma caixa com cubos. Os cubos eram todos do mesmo tamanho, as suas arestas mediam 5 cm e enchem completamente a caixa que também era em forma de cubo. Como muitas crianças, a Joana adora construir torres e não demorou muito a tirar todos os cubos da caixa e a fazer construções. Começou por construir um cubo grande, depois fez outro cubo mais pequeno e colocou-o em cima desse e, por fim, formou outro cubo ainda mais pequeno que assentou sobre o anterior. Quando acabou de montar a torre, percebeu que tinha usado todos os cubos que havia na caixa. Mesmo assim, a sua torre era mais baixa do que ela, o que a deixou um pouco desapontada. Consegues dizer que altura tinha a torre feita pela Joana?

Fonte: DIAS, S. (2008, p. 250)

Como habitualmente, no final da aula levou consigo as resoluções dos seus alunos para as comentar para que estes pudessem melhorá-las na aula seguinte. Entre as resoluções em análise, deparou-se com a do Manuel e a do Ricardo (figura 2).

Figura 2: Resoluções do Manuel e do Ricardo na primeira versão



Fonte: DIAS, S. (2008, p. 89)

Fonte: DIAS, S. (2008, p. 104)

Manuel é um aluno com uma repetência anterior e desempenhos oscilantes em Matemática. Iniciou o ano letivo anterior com nível 2 e terminou-o com nível 3 (a avaliação sumativa é traduzida por uma escala de cinco níveis, sendo 1 o nível mais baixo e 5 o mais elevado). Pelos desenhos que fez e as anotações que escreveu, Manuel revela ter uma boa capacidade visual, mas ignorou a condição inicial de o número total de cubos formar ele próprio um cubo. O Ricardo, sem repetências, iniciou o ano transato com nível 3 e terminou-o com nível 4. Este aluno investiu nas explicações, em particular indicando que o menor cubo que poderia construir, usando mais de um cubo de 5cm era $2 \times 2 \times 2$. Mas, tal como Manuel, Ricardo parece ter ignorado a mesma condição do problema. Assim sendo, a professora forneceu o mesmo feedback a ambos os alunos (figura 3):

Figura 3: Feedback fornecido a Manuel e a Ricardo

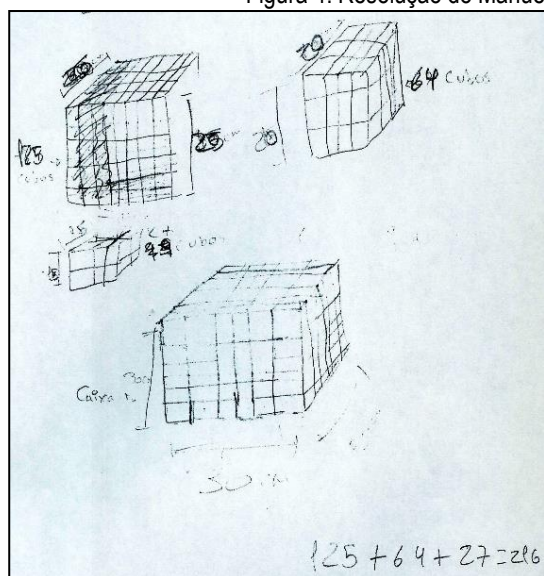
Entendeste muito bem o problema e o esquema que utilizaste é bastante claro.
 Porém, esqueceste-te de uma condição! É que a caixa onde tinham os "cubinhos" de 5 cm de aresta é ela própria um cubo, e ficava cheia com os cubinhos.
 Quanto cubos utilizas na tua torre? Estes são para formar o teu cubo que é a caixa?
 Continua a exploração, estás no bom caminho.

Fonte: DIAS, S. (2008, p. 90)

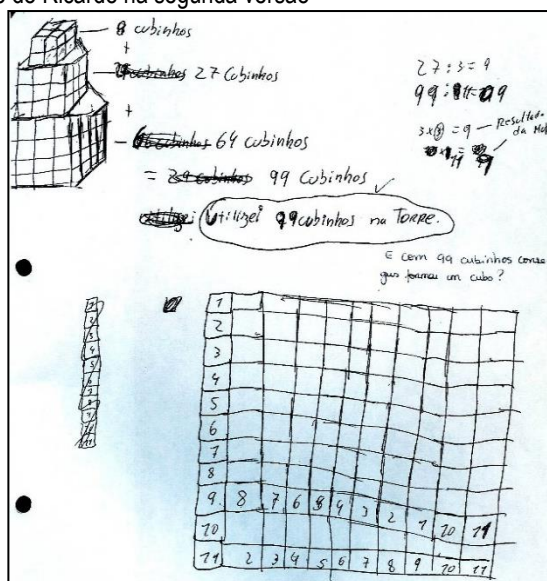
O feedback da professora procurou intencionalmente reforçar positivamente o que já tinha sido feito pelos alunos e incentivá-los a continuar a resolução colocando-lhes questões que os

orientasse a rever as condições estabelecidas no enunciado. As segundas versões das resoluções produzidas por estes alunos são as que a seguir se apresentam (figura 4):

Figura 4: Resolução do Manuel e do Ricardo na segunda versão



Fonte: DIAS, S. (2008, p. 91)



Fonte: DIAS, S. (2008, p. 105)

Como pode ser observado, o Manuel corrigiu a sua primeira resolução, enquanto o Ricardo manteve o mesmo erro. Manuel foi acrescentando e retirando cubos de 5cm de aresta, sem perder de vista a visualização espacial. Interrogado pela professora sobre a expressão que assinala no canto inferior direito da sua folha explica como pensou revelando que compreendeu o problema:

Manuel: Como a stôra estava a dizer que estava bem (...) mas que me tinha esquecido duma condição, da caixa, depois decidi fazer de novo...

Professora: E quando tu leste essa informação, o que é que pensaste logo?

Manuel: Pensei em fazer a torre normalmente e depois ver quantos cubos é que eram. E depois fiz um cubo grande que era a caixa para ver se cabiam todos, tipo fiz várias tentativas.

[...]

Professora: Pronto, mas tu aqui somas 125 com 64 com 27. Que números são estes?

Manuel: São os cubinhos todos dos três cubos.

Professora: Dá 216. Tu chegaste alguma vez a verificar se com 216 conseguias construir o cubo maior?

Manuel: Sim, fiz aqui [aponta para o cubo onde tem escrito caixa]. (DIAS, S., 2008, p. 90)

Já Ricardo informa a professora que não conseguiu encontrar a solução que perfizesse um total de cubos pequenos que constituíssem eles próprios um cubo:

Ricardo: Na altura fiz a torre só que não confirmei, ou seja não meti os cubinhos todos dentro da caixa em forma de cubo.

Professora: Não confirmaste?

Ricardo: Não confirmei.

Professora: Pronto, mas foste fazê-lo na segunda fase. (...) Depois disto pergunto “Quantos cubos utilizas na tua torre? Estes dão para formar o tal cubo que é uma caixa?” E tu dizes “Utilizei 99 cubinhos na torre”, e ficaste por aí.

Ricardo: Eu depois tentei ver se conseguia formar o cubo que é a caixa mas depois não cheguei lá. (DIAS, S., 2008, p. 106-105)

Por insistência da professora, Ricardo acaba por avançar com uma proposta de feedback que poderia ser para si mais eficaz. Segundo o aluno, a pista a dar deveria ser mais concreta, apontando exatamente o que deveria fazer:

Professora: Então, o que é que eu poderia ter escrito?

Ricardo: Tenta fazer mais hipóteses com outros cubinhos.

Professora: Então se eu escrevesse “Experimenta com outros cubos” seria claro?

Ricardo: Acho que sim, com outros cubos seria claro. (DIAS, S., 2008, p. 105)

O *desempenho a Matemática* pode igualmente explicar os diferentes níveis de eficácia do feedback. No estudo anteriormente referido (SANTOS, L. e DIAS, S., 2006), alunos do 9.º ano, com baixo desempenho a Matemática, perante a impossibilidade de melhorarem o seu trabalho mesmo com o feedback fornecido, tendem a deixar ficar a informação, apesar de saberem que está errada, pois assumem que não sabem corrigir e têm receio que, ao retirarem a informação, o trabalho perca coerência. Estes mesmos alunos tendem ainda a não recorrer ao professor para esclarecerem algum feedback que não entendem, enquanto alunos com um bom desempenho a Matemática procuram também o professor para eventuais esclarecimentos. Por outras palavras, há alunos que solicitam o feedback oral para completar o feedback escrito quando este não é suficientemente claro para eles. Resultados semelhantes foram encontrados em outros estudos agora com alunos do 8.º ano (SEMANA, 2008; SANTOS, L. e SEMANA, 2015), muito embora se reconheça a importância de completar o feedback escrito com o oral uma vez que “A eficácia do feedback oral prende-se com o facto de este acontecer a par das experiências de aprendizagem, possibilitando uma regulação interactiva e, por isso, poder ser dirigido a cada caso e desenvolvido até ao nível necessário” (SEMANA e SANTOS, L., 2009, p. 11).

4.3 Variáveis do contexto

De uma nova análise dos dados do estudo desenvolvido por Sónia Dias, em 2008, ficou evidenciado a existência de uma *relação entre a natureza da tarefa* proposta aos alunos e *as características do feedback* (Quadro 3):

Quadro 3: Relação entre o tipo de tarefa e as características do feedback

Tipo de tarefa	Dimensões de análise	Características do feedback
Problemas	Foco Intencionalidade Dimensão	Conceitos matemáticos, estratégias, compreensão do enunciado Reforço positivo e incentivo Longo
Investigações	Foco Intencionalidade Dimensão	Processos matemáticos (justificação, explicitação, desenvolvimento, correção ou clarificação) Chamada de atenção, reforço positivo e incentivo Longo
Exercícios	Foco Intencionalidade Dimensão	Conceitos matemáticos, compreensão do enunciado Chamada de atenção Curto

Fonte: Adaptado de DIAS, S. e SANTOS, L. (2010, p. 133-134)

Se compararmos os dois tipos de tarefas mais fechadas, problemas e exercícios, muito embora sejam distintos, o foco do feedback apresenta algumas características semelhantes. Este tipo de feedback, focado na tarefa (HATTIE e TIMPERLEY, 2007), é difícil de escrever uma vez que procura dar pistas sobre os conceitos matemáticos envolvidos sem os explicitar ou identificar o erro cometido. Para além disso, a eficácia do feedback tende a ser reduzida no que ao futuro diz respeito, uma vez que está muito direcionado com a tarefa específica. Já nas tarefas de investigação, o feedback é sobretudo focado na autorregulação (HATTIE e TIMPERLEY, 2007), interrogando os alunos sobre os processos matemáticos que desenvolveram. Note-se que, numa primeira versão, os alunos tendem a apresentar explicações procedimentais em vez de justificações matemáticas, isto é, apresentam como fizeram o seu trabalho e não porque o fizeram desse modo (SEMANA e SANTOS, L., 2010). Podemos ainda afirmar que, em tarefas de nível cognitivo elevado, o feedback fornecido pelo professor parece ser de dimensão longa, quando comparado com feedback fornecido em tarefas que apelam para a memorização ou procedimentos sem conexão (STEIN e SMITH, 1998).

Mas não só a natureza das tarefas pode influenciar a eficácia do feedback. Outra dimensão do contexto a considerar é a *cultura de avaliação* estabelecida na sala de aula de Matemática. A eficácia do feedback será tanto maior quanto a apropriação, por parte dos alunos, de uma cultura de avaliação que reconheça que é possível melhorar-se o que se produziu, não havendo penalização pelos erros cometidos. É assim uma cultura favorável a um efetivo envolvimento dos alunos no processo:

Os alunos que não estão habituados a este tipo de avaliação em duas fases, tendem a desconfiar das reais intenções do professor, e isto foi claro na tarefa proposta no decorrer do primeiro período, anterior à tarefa “Adição e subtração de frações”, pois será uma das explicações para o menor empenho demonstrado pelos alunos na aula em que lhes foi dada possibilidade de melhorarem as suas produções. (DIAS, S. e SANTOS, L., 2008, p. 142)

É de fazer notar que a presente cultura de avaliação não pode deixar de ser assumida, tanto por alunos, como pelo professor. Só assim realmente ela pode existir de forma sólida e consistente na sala de aula de Matemática. Tal cultura é evidenciada pela professora Ilda, professora de Matemática de uma turma do 12.º ano, estudada na tese de doutoramento de Isabel Vieira (VIEIRA, 2019), quando nos explica que encara o erro como uma oportunidade de aprendizagem por parte dos alunos:

Às vezes até percebo antecipadamente que vai sair disparate, mas até é bom que isso aconteça para que percebam que há espaço para todos na aula e serve para os obrigar a refletir sobre os disparates e a procurarem a sua resolução. (Ilda, docente do 12.º ano, VIEIRA e SANTOS, L., 2019, p. 164)

Associada a esta cultura de avaliação está o *grau de confiança* que é possível estabelecer entre professor e alunos. Quanto maior essa confiança existir, mais favorável é o contexto para que o feedback seja eficaz (SANTOS, L. e CAI, 2016). Neste contexto, é então possível que os alunos encarem positivamente um feedback mesmo crítico porque o veem como um contributo para a sua aprendizagem, tal como é evidenciado no estudo referido desenvolvido com alunos do 12.º ano:

A maior parte dos professores só identifica o certo e o errado e não percebe que mesmo aquilo que parece errado pode envolver raciocínios ou conceitos que estão corretos. Na aula de Matemática os erros foram importantes para a nossa aprendizagem (Vanessa, aluna do 12.º ano, VIEIRA e SANTOS, L., 2019, p. 164)

Quando essa cultura de confiança está instalada, os alunos reconhecem que é igualmente contributivo para a aprendizagem, tanto o feedback fornecido pelo professor, como pelos seus pares:

Ajuda o facto de recebermos críticas construtivas, tanto por parte da professora, como dos colegas, pois isso também nos ajuda a melhorar (Cristiano, aluno 12.º ano, VIEIRA e SANTOS, L., 2019, p. 162)

O próprio feedback dado pelos nossos colegas também foi muito importante e de uma grande ajuda para melhorar a qualidade dos nossos trabalhos (Efigénio, aluno 12.º ano, VIEIRA e SANTOS, L., 2019, p. 163)

4.4 Conhecimento profissional do professor

No que ao feedback oral diz respeito, desde logo, podemos afirmar, sem sombra de dúvida, que os comentários orais/questionamentos fornecidos pelo professor são uma prática corrente na sala de aula de Matemática. Se lhe juntarmos uma intencionalidade a esta ação do

professor, uma ação pensada com o propósito de contribuir para a aprendizagem, designamo-la por feedback.

Mas fornecer feedback eficaz traz *tensões* aos professores. Tal foi descrito no estudo desenvolvido por Sílvia Semana que estudou a prática de uma professora de Matemática a lecionar o 8.º ano, em particular quando moderava os momentos de discussão coletiva. Esta professora reconhece que tem tendência para repetir indiscriminadamente os contributos dos alunos, muito embora tente controlar-se:

Eu tenho muito a tendência para (...) falar e depois, para repetir sempre o que eles dizem, e se alguém apresenta alguma coisa, eu volto outra vez a repetir para ter a certeza que todos estão a perceber, o que nem sempre acontece (...) mas tenho feito um esforço [para evitar]. (professora Joana, SEMANA, 2016, p. 236)

Noutras ocasiões, avança com uma explicação em vez de incentivar os alunos a fazê-lo, embora saiba que não o deve fazer, como explica:

Quando eu peguei no marcador para ir lá explicar junto com o Eduardo, eu pensei assim: “O que é que tu estás a aqui a fazer?” (Risos) “Era suposto ser o grupo a apresentar e estou aqui no quadro a ...”, percebes? (professora Joana, SEMANA, 2016, p. 239)

Num outro estudo realizado por Elvira Santos com dois professores de Matemática a lecionarem o 5.º ano de escolaridade, o professor João refletiu sobre as dificuldades que teve em fornecer um feedback que fosse eficaz. Tal situação ocorreu quando os alunos estavam a procurar chegar à fórmula da área do paralelogramo a partir da área do retângulo com recurso ao Geogebra, tendo lugar a seguinte interação:

Professor João: Qual poderá ser a outra forma? Como é que a gente, sem mexer na área, pode transformar um no outro? Lembraste quando fizemos com os pentaminós? Os pentaminós tinham o quê?

Fábio: Ah!

Professor João: Nos pentaminós eles eram todos iguais?

Vicente: Não.

Professor João: Não. Como é que vocês transformavam um pentaminó no outro?

Vicente: Mudando as peças de um lado para o outro (SANTOS, E., 2020, p. 163)

Posteriormente, em contexto de trabalho colaborativo, o professor João refletiu com os seus colegas partilhando que esperava que, fazendo referência a uma situação anteriormente vivida pelos alunos, eles conseguissem perceber o que teriam de fazer nesta nova situação, mas tal acabou por não acontecer:

Tiravam o triângulo deste lado e tiravam daquele, ou seja, cortavam. Não perceberam que tinham que dar aqui a volta. E eu, como tu viste, tivemos ali a tentar dar a volta. Dobraram e falei nos pentaminós para eles perceberem que havia ali, mas eles não conseguiram. Eu estava à espera que dava ali o clique, por isso é que eu empatei mais um bocadinho e não fizemos a revisão final. (professor João, SANTOS, E., 2020, p. 167)

Mas não é apenas o feedback oral que levanta dificuldades aos professores. O feedback escrito coloca igualmente desafios ao professor, independentemente do conhecimento que o professor detém sobre a avaliação e as suas práticas. No caso particular de professores com pouca experiência, acresce as dificuldades e incertezas, dado que “é necessário decidir o que escrever e como escrever de tal modo que não seja dada a resposta ao aluno de forma imediata, mas também não seja redigido um comentário tão geral que não o possa ajudar” (MENINO, 2004, p. 175). Dar feedback é uma prática profissional exigente para o professor e consumidora de muito tempo (MENINO e SANTOS, L., 2004). Deste modo, há que escolher criteriosamente as situações de ensino e aprendizagem a comentar.

As práticas avaliativas que passam pelo fornecimento de feedback, seja ele oral ou escrito, tomam naturalmente características particulares de acordo com o professor que os desenvolve. Paulo Dias, na sua tese de doutoramento, estudou duas práticas avaliativas – a interação professor-aluno na sala de aula de Matemática e o relatório escrito em duas fases – desenvolvidas por dois professores de Matemática a lecionarem turmas do 11.º ano. Nestas práticas foram evidenciadas respetivamente a natureza interativa do questionamento e a semântica do comentário escrito. Muito embora o estudo tivesse sido desenvolvido num contexto de trabalho colaborativo que envolveu os dois professores e o investigador ao longo de todo um ano letivo, os resultados evidenciam semelhanças e diferenças nas práticas avaliativas dos dois professores (Quadro 4).

Quadro 4: Semelhanças e diferenças nas práticas avaliativas dos professores estudados

Prática avaliativa		Professor José	Professora Maria
Interação professor-aluno	Estímulo às estratégias individuais	Ajuda a seleção de dados Orienta a partir do trabalho do aluno Incentiva a identificação de erros	
	Eficácia matemática	Promove a completude das respostas Avalia o conhecimento matemático Valoriza a comunicação matemática	
Feedback fornecido ao relatório escrito	Estímulo às estratégias individuais	Confronta os registos escritos com as expressões orais Promove o acesso a trabalhos anteriores (âncoras)	Encaminha para a identificação de erros e sua ultrapassagem Incentiva a reflexão sobre a identificação e ultrapassagem de erros
	Eficácia matemática	Encaminha os alunos a partir das estratégias definidas pelos próprios	Encaminha para a identificação de erros e sua ultrapassagem Incentiva à apresentação de uma resposta correta e completa
		Assinala falhas e erros Recorda trabalhos anteriores (âncoras)	Incentiva à reflexão

Fonte: Adaptado de Dias, P. (2013)

Da análise do Quadro 4 ressalta que as semelhanças encontradas são mais evidentes na interação professor-alunos do que no feedback escrito fornecido. É ainda de fazer notar que para ambos os professores estas práticas avaliativas não faziam parte do seu quotidiano, pelo que é relevante assinalar que, segundo Dias, P. (2013, p. 310), “Quer nas práticas de Maria, quer nas práticas de José, encontramos evoluções para uma perspetiva de avaliação centrada no aluno”.

Nos professores com experiência em práticas de avaliação formativa, a sua autoconfiança sobressai, tal como evidenciado no discurso de Ilda, professora de Matemática participante no estudo de Vieira (2019): “Eles trabalham autonomamente à tarde e eu dou o feedback à tarde ou à noite, eles vão-se mantendo a trabalhar para me acompanhar” (VIEIRA, 2019, p. 279).

Os alunos reconhecem a disponibilidade de Ilda para fornecer feedback:

A professora Ilda dá uma grande importância à utilização das redes sociais para interagir conosco. (Camila, aluna do 12.º ano, VIEIRA, 2019, p. 280)

E também é muito importante a rapidez com que a professora nos responde, quando não é no próprio dia, é no dia seguinte. (Humberto, aluno do 12.º ano, VIEIRA, 2019, p. 280)

Desde sempre, no meu caso desde o 7.º ano, a professora sempre facultou o e-mail para que os alunos pudessem tirar dúvidas. Mas eu percebo que a dada altura são tantos alunos que é impossível responder a todos e por isso uma dúvida no *Facebook* permite que todos tenham acesso a uma resposta que pode responder a dúvidas de vários alunos. (Heitor, aluno do 12.º ano, VIEIRA, 2019, p. 280)

No entanto, apesar da sua experiência, Ilda reconhece que se trata de uma prática que lhe continua a consumir muito tempo:

Eu, com quatro turmas, vejo-me aflita. Agora imagino colegas com sete e nove turmas! Como é possível acompanhar tantos alunos, nem conhecê-los quanto mais identificar o que aprendem ou não. [...] O *feedback* é muito importante mas consome muito tempo e eu gostava de saber rentabilizar este tempo, não tanto o tempo de aula, mas mais o meu tempo de trabalho individual. (VIEIRA, 2019, p. 279)

5 Discussão e conclusões

Reconhecemos que estudar a eficácia do feedback é essencial, mas traz consigo complexidade. Neste estudo partimos do modelo que considerava três domínios que podem determinar a eficácia do feedback: *características do feedback*, *variáveis associadas aos alunos*, e *variáveis do contexto* (SANTOS, L. e PINTO, 1018). Ao longo do seu desenvolvimento surgiu uma nova dimensão: *conhecimento profissional do professor*. Assim, propomos o modelo conceptual que a seguir se apresenta para estudar a eficácia do feedback (figura 5):

Figura 5: Modelo concetual da eficácia do feedback



Fonte: Elaborada pela autora

Este modelo evidencia desde logo a complexidade do processo. Não só são variadas as dimensões que podemos encontrar em cada um dos quatro domínios considerados, como existe uma forte relação entre estes. Uma dimensão de um domínio pode facilmente cruzar-se com uma dimensão de um outro domínio. Acresce que são diversas as interrogações que emergem em cada domínio que urge dar resposta para conseguirmos que o feedback passe a ser realmente um

poderoso instrumento de apoio à aprendizagem matemática de *todos os alunos*, de modo a garantir o acesso e a equidade para todos (NCTM, 2014).

No que às *características que o feedback* pode apresentar emergiu uma ampla diversidade de formas, mas nem todas igualmente promotoras de aprendizagem. Poder-se-á mesmo afirmar que dos resultados evidenciados, para um aluno com elevado desempenho a Matemática não parece ser muito relevante a forma e dimensão do feedback. Mas o problema começa a existir realmente quando nos centramos nos outros alunos. Por outras palavras, as características do feedback cruzam-se com as *variáveis associadas aos alunos*. Pergunta-se então: Não serão os alunos que revelam maiores dificuldades em Matemática aqueles que mais precisam de um feedback eficaz? Quando o feedback escrito não é por si só suficiente, como incentivar os alunos a procurarem um feedback oral do professor?

Acresce uma nova dificuldade quando pensamos na relação que emergiu dos estudos analisados entre o *contexto* definido pela natureza das tarefas e as *características do feedback*. Atendo à aprendizagem matemática necessária para responder aos desafios do séc. XXI (OECD, 2021) dificilmente se podem dispensar tarefas de elevado nível cognitivo e, conseqüentemente, feedback que lhe seja adequado (BLACK e WILIAM, 1998). Como compatibilizar então os objetivos atuais da aprendizagem matemática com o fornecimento de feedback facilitador dessa mesma aprendizagem, quando este parece inevitavelmente ter características menos promissoras para a compreensão dos alunos?

Quanto ao *conhecimento profissional do professor* ressalta que fornecer um feedback eficaz exige não só um robusto conhecimento didático, mas também um conhecimento profundo de cada aluno e das suas capacidades e particularidades. O uso do feedback é uma tarefa muito complexa que exige uma aprendizagem através de uma constante reflexão sobre a sua forma e os resultados obtidos em termos dos seus efeitos na aprendizagem. Esta reflexão exige uma intencionalidade comprometida com uma conceção de avaliação para a aprendizagem que leve a fazer escolhas nas tarefas que se usa, na forma como se analisam e, sobretudo, no modo como essa análise se devolve aos alunos para que possa ser produtiva em termos de aprendizagem. Mas com uma experiência continuada de fornecimento de feedback, os professores podem desenvolver a capacidade de produzir feedbacks ajustando-os, quer aos alunos concretos, quer às próprias tarefas (SANTOS, L. e PINTO, 2010). Contudo, a evolução de práticas avaliativas não se faz de uma forma linear (WILIAM, LEE, HARRISON, e BLACK, 2010), mas é possível acontecer. Perguntamos, então: Qual a nossa responsabilidade enquanto educadores matemáticos para que

esta evolução realmente aconteça? Será que a formação inicial de professores responde a esta necessidade? E a formação continua?

Os diversos estudos analisados neste artigo, todos eles desenvolvidos no contexto da sala de aula de Matemática, assumiram que o feedback pode ser um poderoso instrumento para apoiar a aprendizagem. Mas, para que tal seja possível, os alunos têm que lhe reconhecer utilidade no presente e não num futuro para si mais ou menos longínquo. Por outras palavras, a abordagem pedagógica associada em todos os estudos em análise assenta no pressuposto de que qualquer produção dos alunos não tem de estar desde logo acabada. Há a oportunidade de se voltar a pensar, a refletir sobre o que se fez, decidindo como prosseguir para o seu aperfeiçoamento, trabalho esse sustentado por um apoio chamado de feedback. Mas pergunta-se: Será esta a forma habitual de pensar o trabalho dos alunos em Matemática no contexto escolar? Em última instância, com a cultura ainda predominante de que uma primeira versão é uma versão acabada, até que ponto o feedback faz sentido e tem potencialidades para ser eficaz?

A concluir deixamos uma chamada de atenção que traduz a complexidade associada ao feedback: Não pode ser assumido à partida que, pelo facto de ser dado feedback aos alunos, eles sabem o que devem fazer de seguida (SADLER, 1998). Ao concordarmos com a posição deste autor, leva-nos a reconhecer que, embora já exista muita investigação neste campo, muito há ainda para estudar e compreender.

Referências

BANGERT-DROWNS, Robert; KULICK, James; KULIK, Chen-Lin. Effects of frequent classroom testing. **Journal of Educational Research**, v. 85, p. 89-99, 1991. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00220671.1991.10702818>

BLACK, Paul; WILIAM, Dylan. Assessment and classroom learning. **Assessment in Education: Principles, Policy & Practice**, v. 5, n 1, p. 7-74, 1998. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/0969595980050102>

BLACK, Paul; WILIAM, Dylan. In praise of educational research' formative assessment. **British Educational Research Journal**, v. 29, n. 5, p. 624-637, 2003. <http://www.jstor.org/stable/1502114>

BUTLER, Ruth. Task-involving and ego-involving properties of evaluation: Effects of different feedback conditions on motivational perceptions, interest and performance. **Journal of Educational Psychology**, v. 79, p. 474-482, 1987. Disponível em: <https://doi.org/10.1037/0022-0663.79.4.474>

CLARK, Ian. Formative assessment: A systematic and artistic process of instruction for supporting school and lifelong learning. **Canadian Journal of Education**, Ottawa, v. 35, n 2, p. 24-40, 2012.

DIAS, Célia. **Portefólio reflexivo de Matemática enquanto instrumento de avaliação reguladora da aprendizagem de alunos do 11.º ano na disciplina de Matemática**. 2012. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.

DIAS, Paulo. **Práticas letivas promotoras da regulação da aprendizagem matemática pelos alunos**. Tese (Doutoramento em Educação Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

DIAS, Sónia. **O papel do feedback escrito na avaliação reguladora do ensino e das aprendizagens Um estudo de caso com alunos de 8º ano na disciplina de Matemática**. 2008. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa.

DIAS, Sónia; SANTOS, Leonor Por que razão é importante identificar e analisar os erros e dificuldades dos alunos? O feedback regulador. In MENEZES, Luís; SANTOS, Leonor; GOMES, Helena; RODRIGUES, Cátia (Orgs.). **Avaliação em matemática: Problemas e desafios**. Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2008, p. 133-143. Disponível em https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1152/4/Atas_eiem_2007_SP.pdf; acesso em 22 jan. 2022, às 12h15.

DIAS, Sónia; SANTOS, Leonor. O feedback e os diferentes tipos de tarefas matemáticas. **Anais ... XX Seminário de Investigação em Educação Matemática**, APM, Aveiro, 2010, p. 126- 136.

EUROPEAN COMMISSION. **Mathematics education in Europe: Common challenges and national policies**. Brussels: EURYDICE, 2011.

FERNANDES, Domingos. Para uma teoria da avaliação formativa em **Revista Portuguesa de Educação**, v. 19, n. 2, p. 21-50, 2006.

GAMLEM, Siv; SMITH, Kari. Student perception of classroom feedback. **Assessment in Education: Principles, Policy & Practice**, v. 20, n.2, p. 150–169. 2013. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/0969594X.2012.749212>

GIPPS, Caroline. Socio-cultural aspects of assessment. *Review of Research in Education*, v. 24, p. 355-392, 1999. Disponível em: <https://doi.org/10.3102/0091732X024001355>

HATTIE, John; JAEGER, Richard. Assessment and Classroom Learning: a deductive approach. **Assessment in Education**, v. 5, n.1, p. 111-122, 1998.

HATTIE, John; TIMPERLEY, Helen. The power of feedback. **Review of Educational Research**, v. 77, n. 1, p. 81-112, 2007. Disponível em: <https://doi.org/10.3102/003465430298487>

MENINO, Hugo. **O relatório escrito, o teste em duas fases e o portfolio como instrumentos de avaliação das aprendizagens em Matemática: Um estudo no 2º ciclo do Ensino Básico**. Dissertação (Mestrado em Educação, especialidade Didática da Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2004.

MENINO, Hugo; SANTOS, Leonor. Instrumentos de avaliação das aprendizagens em matemática. O uso do relatório escrito, do teste em duas fases e do portefólio no 2.º ciclo do ensino básico.

Anais ... XV Seminário de Investigação em Educação Matemática. Lisboa: APM, p. 271-291, 2004.

NICOL, David. From monologue to dialogue: improving written feedback in mass higher education. **Assessment & Evaluation in Higher Education**, v. 35, n.5, p. 501-517, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/02602931003786559>

OECD. *21st-Century Readers: Developing Literacy Skills in a Digital World*. PISA, OECD Publishing, Paris, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.1787/a83d84cb-en>

SADLER, D. Royce. Formative assessment: Revisiting the territory. **Assessment in Education**, v. 5, n.1, 77-83, 1998. <https://doi.org/10.1080/0969595980050104>

SANTIAGO, Paulo; DONALDSON, Graham; LOONEY Anne; NUSCHE, Deborah. **OECD Reviews of Education and Assessment in Education. Portugal 2012**. Paris: OECD Publishing, 2012.

SANTOS, Elvira. **Regular o ensino com tarefas que usam tecnologia acompanhadas de uma avaliação reguladora da aprendizagem**. Tese (Doutoramento em Educação Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2020.

SANTOS, Leonor. Auto-avaliação regulada: porquê, o quê e como? In ABRANTES, Paulo e ARAÚJO, Filomena (Orgs.), **Avaliação das Aprendizagens**. Das concepções às práticas. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Básico, 2002, p. 75-84.

SANTOS, Leonor. Dilemas e desafios da avaliação reguladora. In MENEZES, Luís; SANTOS, Leonor; GOMES, Helena; RODRIGUES, Cátia (Orgs.), **Avaliação em matemática: Problemas e desafios**. Viseu: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2008, p. 11-35. Disponível em: https://repositorio.ipv.pt/bitstream/10400.19/1152/4/Atas_eiem_2007_SP.pdf; acesso em 24 jan. 2022, às 11h00.

SANTOS, Leonor. A articulação entre a avaliação somativa e a formativa, na prática pedagógica: Uma impossibilidade ou um desafio? **Revista Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação**, v. 24, n.92, p. 637-669, 2016. <http://dx.doi.org/10.1590/S0104-40362016000300006>

SANTOS, Leonor; CAI, Jinfa. Curriculum and assessment. In Gutiérrez, Ángel, Leder, Gilah, e Paolo Boero (Eds.), **The Second Handbook in the Psychology of Mathematics Education**. Rotterdam, Netherlands: Sense Publishers, 2016, p. 153-185.

SANTOS, Leonor; DIAS, Sónia. Como entendem os alunos o que lhes dizem os professores? A complexidade do feedback. **Anais ... PROFMAT, 2006** (CD-ROM). Lisboa: APM, 2006.

SANTOS, Leonor; PINTO, Jorge. Lights and shadows of feedback in mathematics learning. In **Proceedings of the 33rd Conference of International Group for the Psychology of Mathematics Education**, v. 5, p. 49-56, 2009.

SANTOS, Leonor, PINTO, Jorge. The evolution of feedback practice of a mathematics teacher. **Anais ... PME 34, International Group for the Psychology of Mathematics Education**. Belo Horizonte, Brazil, 2010, vol. 4, p.145-152.

SANTOS, Leonor; PINTO, Jorge. Ensino de conteúdos escolares: A avaliação como fator estruturante. In VEIGA, Feliciano (Coord.), **O Ensino como fator de envolvimento numa escola para todos**. Lisboa: Climepsi Editores, 2018, p. 503-539.

SANTOS, Leonor; SEMANA, Silvia. Developing mathematics written communication through expository writing supported by assessment strategies. **Educational Studies in Mathematics**, v. 88, n.1, p. 65-87, 2015. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10649-014-9557-z>

SCHREIBER, James; ASNER-SELF Kimberly. *Educational research. The interrelationship of questions, sampling, design, and analysis*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2011.

SEMANA, Semana. **O relatório escrito enquanto instrumento de avaliação reguladora das aprendizagens de alunos do 8.º ano de escolaridade em matemática**. Dissertação (Mestrado em Educação, especialidade em Didática da Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2008.

SEMANA, Semana. **Prática avaliativa de uma professora na promoção da autorregulação da aprendizagem dos alunos em matemática**. Tese (Doutoramento em Educação Matemática) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2016.

SEMANA, Sílvia; SANTOS, Leonor. Written report in learning geometry: explanation and argumentation. **Anais ... CERME 6**. Lyon, France, 2010, p. 766-775.

SEMANA, Sílvia; SANTOS, Leonor. Estratégias de avaliação na regulação das aprendizagens em matemática. **Anais ... XIX SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA (CD-ROM)**. Lisboa: APM, 2009.

THE NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Principles for action: Ensuring mathematical success for all**. Reston, VA: NCTM, 2014.

STEIN, Mary Kay; SMITH, Margaret Schwan. Mathematics tasks as a framework for reflection. **Mathematics teaching in the middle school**, v. 3, n.4, p. 268-275, 1998. Disponível em: <https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268>

TUNSTALL, Pat; GIPPS, Carolina. Teacher feedback to young children in formative assessment: a typology. **British Educational Research Journal**, v. 22, n.4, p. 389-404, 1996. Disponível em : <https://doi.org/10.1080/0141192960220402>

VAN DER KLEIJ, Fabienne; ADIE, Lenore. Towards effective feedback: an investigation of teachers' and students' perceptions of oral feedback in classroom practice. **Assessment in Education: Principles, Policy & Practice**, v. 27, n.3, p. 252-270, 2020. <https://doi.org/10.1080/0969594X.2020.1748871>

VIEIRA, Isabel. **Avaliar para aprender nas disciplinas de inglês e matemática no ensino secundário**. 2019, Tese (Doutoramento em Avaliação em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2019. Disponível em: <http://repositorio.ul.pt/handle/10451/37477>, acesso em 22 jan. 2022, às 16h20.

VIEIRA, Isabel; SANTOS, Leonor. Avaliar para aprender em inglês e matemática no ensino secundário. **Linhas Críticas**, v. 25, p. 153-172, 2019. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.26512/lc.v25.2019.23798>

WILIAM, Dylan. Formative assessment in mathematics. **Equals: Mathematics and Special Educational Needs**, v. 5, n.3, p. 8-11, 1999.

WILIAM, Dylan; LEE, Clare; HARRISON, Christine; BLACK, Paul. Teachers developing assessment for learning: Impact on student achievement. **Assessment in Education**, v. 11, n.1, p. 49-65, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/0969594042000208994>