

# O processo histórico de disciplinarização do Cálculo Infinitesimal no Brasil

Marianna Del' Secchi Sypnievski  
Gert Schubring

**Marianna Del' Secchi Sypnievski**


Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

 <https://orcid.org/0009-0008-3814-9587>

 [mariannadsypi@gmail.com](mailto:mariannadsypi@gmail.com)

**Gert Schubring**

Doutor em matemática pela Universidade de Bielefeld/Alemanha. Professor Visitante da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ).

 <http://orcid.org/0000-0002-4093-1091>

 [gert.schubring@limc.ufrj.br](mailto:gert.schubring@limc.ufrj.br)

Recebido em 25/05/2023

Aceito em 09/09/2023

Publicado em 07/10/2023

**Resumo:** A disciplina de Cálculo sofreu diversas mudanças ao longo dos anos, entretanto, algumas de suas características possuem registro de longa data, tais como os tensionamentos entre rigor e intuição e a dicotomia no ensino voltado para matemáticos e engenheiros. Com intuito de descrever o processo de disciplinarização do Cálculo no Brasil ao longo do século XX, foi realizado um levantamento histórico sobre a organização do ensino de matemática em importantes instituições do país, destacando as principais reformas educacionais. A metodologia adotada foi a análise textual e contextual, aplicada a uma série de livros-textos que compuseram esse processo. As esferas de ensino analisadas foram as escolas secundárias, escolas técnicas e o ensino superior. A pesquisa também permite estabelecer relações com os efeitos do Movimento Internacional de Reforma no Brasil.

**Palavras-chave:** Ensino de Cálculo. Análise Real. Análises de livros-textos. Reformas Educacionais brasileiras. Movimento Internacional de Reforma.

## The historical process of disciplinarization of Infinitesimal Calculus in Brazil

**Abstract:** The discipline of Calculus has undergone several changes over the years, however, some of its characteristics have a long-standing record, such as the tension between rigor and intuition and the dichotomy in the teaching aimed at mathematicians and engineers. In order to describe the process of disciplinarization of Infinitesimal Calculus in Brazil throughout the twentieth century, a historical survey was carried out on the organization of mathematics teaching in important institutions in the country, highlighting the main educational reforms. The methodology adopted was textual and contextual analysis, applied to a series of textbooks that composed this process. The teaching spheres remained as secondary schools, technical schools and higher education. The research also allows establishing relations with the effects of the International Reform Movement in Brazil.

**Keywords:** Teaching Calculus. Real Analysis. Textbook analyses. Brazilian Educational Reforms. International Reform Movement.

## El proceso histórico de disciplinamiento del Cálculo Infinitesimal en Brasil

**Resumen:** La disciplina del Cálculo ha sufrido varios cambios a lo largo de los años, sin embargo, algunas de sus características tienen una larga trayectoria, como las tensiones entre el rigor y la intuición y la dicotomía en la enseñanza dirigida a matemáticos e ingenieros. Para describir el proceso de disciplinamiento del Cálculo en Brasil a lo largo del siglo XX, se realizó un levantamiento histórico sobre la organización de la enseñanza de las matemáticas en importantes instituciones del país, destacando las principales reformas educativas. La metodología adoptada fue el análisis textual y contextual, aplicado a una serie de libros de texto que compusieron este proceso. Las esferas de enseñanza analizadas fueron

las escuelas secundarias, las escuelas técnicas y la educación superior. La investigación también permite establecer relaciones con los efectos del Movimiento Internacional de Reforma en Brasil.

**Palabras clave:** Enseñanza del Cálculo. Análisis real. Análisis de libros de texto. Reformas Educativas Brasileñas. Movimiento de Reforma Internacional.

## 1 Introdução

A disciplina de Cálculo ao longo dos últimos anos tem sido um tema de grande debate entre educadores matemáticos. Atualmente no Brasil, os elementos do Cálculo Diferencial e Integral fazem parte do currículo do ensino superior e estão presentes na maioria dos cursos voltados para área das ciências exatas. No entanto, alguns problemas vêm sendo enfrentados tanto por professores, quanto por alunos envolvidos no assunto em questão. Dentre eles, temos as dificuldades de ensino e aprendizagem, os altos níveis de reprovação e evasão, e os tensionamentos entre rigor e intuição. Além desses conflitos também podemos notar outra vertente referente à dicotomia entre o ensino voltado para formação de matemáticos e engenheiros. Em um cenário internacional a situação não é diferente, onde também é possível encontrar diversas pesquisas e artigos sobre o assunto.

Essa ampla gama de estudos representa uma tentativa de melhoria desse ensino, e visa compreender quais fatores levam a esse problema e as possíveis soluções para enfrentar tais obstáculos. Na concepção de alguns professores, o maior empecilho é devido ao despreparo dos alunos baseado na estrutura curricular do ensino de matemática que não dá o suporte que tal disciplina necessita. No entanto, podemos observar que existem outros inúmeros fatores que também influenciam nesse processo. De acordo com Rezende (2003):

Muito se fala, muito se tem dito no meio acadêmico, a respeito do fracasso no ensino de Cálculo. Creio, no entanto, que, se investigarmos a origem histórica de tal fracasso, verificaremos que este tem início desde o momento em que se começa a ensinar Cálculo. (REZENDE, 2003, p. 15)

Nesse sentido, a pesquisa em história do ensino de Cálculo surge como uma tentativa de compreensão sobre o que o estudo em história pode nos revelar a respeito do formato desta disciplina tal como a conhecemos hoje, e suas possíveis relações com o ensino atual. Essa é uma noção que parte da perspectiva de que a matemática como disciplina possui influências históricas, filosóficas, culturais e de desenvolvimento da própria matemática.

Dessa forma, o intuito principal deste estudo caracteriza-se por compreender como ocorreu o processo de disciplinarização do Cálculo Infinitesimal. Em outras palavras, busca-se compreender como o Cálculo se tornou um objeto de ensino, como seu currículo foi estruturado,

como era ensinado e para quem era ensinado. Essas perguntas são o que caracterizam as questões norteadoras da pesquisa.

Com relação ao recorte temporal, podemos definir que os acontecimentos do século XX foram o foco central, por onde investigamos a trajetória da disciplina de Cálculo em ambientes do ensino secundário, técnico e superior. Mas como nenhum processo histórico ocorre de maneira puramente isolada, também se tornou válido apresentar alguns aspectos do ensino presentes no século XIX, onde destacamos a constituição das principais instituições do país, com intuito de estabelecer as relações de uma maneira coerente.

Sobretudo, podemos caracterizar que o ponto de partida para a construção desta pesquisa surge por meio de um evento que ocorreu no início do século XX, apresentado na Conferência Internacional do Ensino de Matemática de 1914. Trata-se do Movimento de Reforma Internacional liderado por Félix Klein, presidente da Comissão Internacional de Ensino de Matemática. Klein havia preparado com todo cuidado uma agenda de reformas para modernizar o ensino de matemática, pois ele havia percebido uma lacuna entre a matemática das escolas de ensino básico e a matemática do ensino superior. Schubring (1989) afirma que a peça chave para essa reforma, na visão de Klein, era a introdução dos elementos do Cálculo nos currículos das escolas secundárias. Dessa forma, a solução para romper com tal separação seria reformular o ensino de matemática baseado no pensamento funcional que o Cálculo fornece, e assim, a matemática desfrutaria de uma linearidade entre os níveis de ensino, além de contribuir para uma modernização curricular que se tornou necessária.

A partir da proposta apresentada delimitam-se alguns objetivos que buscamos atingir ao longo da pesquisa, sendo eles: descrever o processo histórico de desenvolvimento da disciplina de Cálculo no Brasil, analisar como o ensino de Cálculo foi estruturado a partir de livros-textos utilizados, descrever as reformas educacionais que contribuíram para a consolidação do Cálculo como disciplina, e analisar os efeitos do Movimento de Reforma Internacional no Brasil.

Nesse sentido, cabe aqui também destacar algumas considerações iniciais com relação ao ensino de Cálculo segundo os aspectos de rigor e intuição. Dentre os tipos de abordagem mais comuns, podemos notar dois estilos em torno desse ensino. O primeiro é caracterizado por apresentar aspectos mais rigorosos sobre os conceitos, como pôr exemplos as demonstrações e definições formais. E o segundo é baseado em noções mais intuitivas, por onde os conceitos surgem a partir de exemplos iniciais, quase sempre em conjunto com figuras, que logo em seguida são generalizados para outros casos, e o foco central costuma ser as aplicações. Dessa forma, no decorrer do texto, quando surgirem referências a um Cálculo do *estilo formal*, trata-se de uma

comparação com o primeiro tipo, ao mesmo passo em que o segundo se relaciona com as citações de Cálculo do *tipo intuitivo*.

## 2 Referencial Teórico

A história das disciplinas constitui um ramo da historiografia que vem sendo estudado com maior ênfase nas últimas décadas. Com o intuito de fornecer o devido embasamento que esta pesquisa necessita, cabe destacar as concepções empreendidas nos conceitos de *disciplinarização* e *disciplina*.

A noção de disciplinarização empregada nesta pesquisa assume em conformidade as ideias expostas por Dametto (2020). Nesse sentido, o termo se refere ao processo de constituição de um conjunto de saberes organizados em torno de um objetivo comum, com reflexões sobre como uma área de conhecimento se torna um assunto a ser ensinado, em particular presente em currículos escolares. Isto é, o processo de transformar uma área de conhecimento em uma disciplina pode ser entendido como a disciplinarização dela. Com isso, a disciplinarização é a constituição de uma disciplina presente em currículos de ensino. Esse processo pode ocorrer de forma oficial ou não, pois elementos de uma disciplina podem estar presentes nos currículos de forma diluída.

Com relação à disciplina, podemos encontrar dois itinerários, um centrado nas disciplinas escolares e o outro nas disciplinas acadêmicas. O termo *disciplina escolar* refere-se a uma disciplina dentro de um currículo escolar organizado, que possui um corpo de conhecimento institucionalmente voltado para ensino e aprendizagem, enquanto *disciplina acadêmica* refere-se a um campo ou ramo de aprendizagem associado a um departamento acadêmico dentro de uma universidade que visa o desenvolvimento de pesquisas e formação profissional de pesquisadores, acadêmicos e especialistas.

Para compreensão desta pesquisa, torna-se importante estabelecer as relações existentes entre matemática acadêmica e a matemática escolar. Schubring (2019) apresenta alguns pontos divergentes dessa relação através das teorias de dois pesquisadores franceses: Yves Chevallard e André Chervel.

O primeiro deles busca analisar como o conhecimento científico (saber sábio) torna-se conhecimento matemático escolar, ou seja, um conhecimento para ser ensinado. Chevallard conceitua esse processo como “transposição didática”. Nesse sentido, o autor defende que existe uma estreita relação entre a matemática escolar e acadêmica. No entanto, essa concepção estabelece uma hierarquia entre ambas, pois considera que a matemática escolar depende

diretamente da matemática acadêmica, e com isso o conhecimento é estabelecido a partir de um processo unilateral, que provem de um polo concebido como avançado (matemática acadêmica), com destino a outro polo inferior, feito na escola e envolvendo o professor na sala de aula (SCHUBRING, 2019). Dessa forma, a disciplinarização escolar de um conteúdo, pela visão de Chevallard, seria o objeto resultante do processo de transposição didática.

Em contraposição a essa corrente teórica, Chervel apresenta reflexões a partir do campo da história das disciplinas escolares, e argumenta que a cultura escolar e as disciplinas escolares são caracterizadas por sua autonomia. O autor salienta que:

[...]conteúdos de ensino são concebidos como entidades sui generis, próprios da classe escolar, independentes, numa certa medida, de toda realidade cultural exterior à escola, e desfrutando de uma organização, de uma economia interna e de uma eficácia que elas não parecem dever a nada além delas mesmas, quer dizer à sua própria história (CHERVEL, 1988, p. 64).

Na concepção desse autor, a disciplina não pode ser caracterizada apenas pela transmissão de conteúdo, pois ela depende de um processo construído historicamente em conjunto com a prática e a cultura escolar. Dessa forma, o papel da instituição escolar não é reproduzir o que está fora dela, mas sim de adaptar, criar e transformar um saber e culturas próprias, um tipo de cultura que só é acessível através da mediação pedagógica, ou seja, pela própria escola.

A história das disciplinas escolares, neste sentido, se localizaria sob o guarda-chuva da nova história cultural e constituiria inclusive, para alguns, o núcleo fundamental da cultura escolar [...] mas que, em definitivo, implicaria um olhar sobre a instituição escolar com espaço não de reprodução ou de mera transposição de conhecimentos externos, mas de produção do saber. (VIÑAO, 2008, p.188)

Portanto, pela ótica de Chervel, o processo de disciplinarização ocorre através criação própria da escola, de uma cultura escolar e pelo seu caráter relativamente autônomo, torna-se independente das demais disciplinas, e até mesmo das disciplinas acadêmicas.

Tendo em vista essas duas concepções apresentadas, optamos por designar uma forma menos dicotomizada para estabelecer as relações entre disciplina escolar e acadêmica, e com isso não devemos nos prender apenas na visão de Chervel, que caracteriza a matemática escolar como produção estritamente desenvolvida no interior da escola, e nem a de Chevallard, que reduz a prática escolar em uma transposição de conhecimento da matemática científica. Ao invés disso, tentaremos estabelecer um meio-termo, com intuito de aproveitar o melhor que as duas teorias têm a oferecer, mediante uma combinação adequada de ambas.

Um caminho intermediário é indicado por Schubring (2019) através do conceito de *elementarização* proposto por Felix Klein, cuja questão epistemológica básica é a relação entre matemática escolar e acadêmica. *Elementarizar* uma ciência significa conectar os elementos dessa ciência como um todo. De acordo com Schubring, na visão de Klein não havia separação entre matemática elementar e matemática acadêmica, e sua concepção:

[...]implicava, em relação ao currículo, que novas descobertas e desenvolvimentos na matemática acadêmica deveriam ter alcançado uma certa maturidade e integração com o restante da matemática - em outras palavras, uma reestruturação da matemática a partir de elementos recém-concebidos da ciência. (SCHUBRING, 2019, p. 175).

Dessa forma, é apresentada uma estrutura não hierárquica entre os conhecimentos matemáticos, pois não há diferença qualitativa entre as partes elementares e as partes superiores, os elementos são como as “sementes” das partes superiores (SCHUBRING, 2019). Portanto, essa é uma forma de colocar a matemática escolar em uma relação produtiva com o progresso da própria matemática.

A hipótese principal desta pesquisa está centrada na concepção de que as disciplinas são construções que resultam de um processo social e histórico. Portanto, além da história do próprio desenvolvimento conceitual, o processo de disciplinarização sofre influências das políticas educacionais predominantes em cada época, e sua consolidação está intimamente ligada à formação de profissões. Além disso, as funções educacionais de uma disciplina dentro de cada sistema educacional, permitem denominar qual é o seu lugar, presença e peso nos planos de ensino, e conseqüentemente identificar quais são seus objetivos que a legitimam como disciplina a ser ensinada.

### **3 Metodologia**

A pesquisa em história do ensino possui suas complexidades baseadas em alguns fatores. O primeiro consiste na ideia de que é preciso descartar a concepção de que a pesquisa histórica se resume apenas em uma mera reconstrução de fatos que podem ser alinhados em uma ordem cronológica. Mais importante do que isso, é preciso compreender que este tipo de pesquisa está intimamente ligada a um contexto social e cultural, e quando se deseja aproximar a história do ensino a realidade a qual ele estava inserido, são necessários métodos de análise histórico-sociais.

Um segundo fator é que a historiografia do ensino de matemática está pouco desenvolvida quando comparada com a história da matemática. Schubring afirma que “enquanto a da história da Matemática trata predominantemente de ideias, de conceitos, o ensino constitui uma realidade social que precisa de incomparavelmente mais categorias sociais para revelar as dimensões desta realidade” (SCHUBRING,2005, p. 8).

Alguns instrumentos de pesquisa que auxiliam na análise mais profunda sobre a realidade do ensino são: o livro-texto, o professor de matemática e a função do ensino de matemática. Outra dimensão importante para estudo é a análise do desenvolvimento histórico dos conteúdos do ensino e a relação destes com o desenvolvimento da matemática escolar. Nesse sentido, a metodologia escolhida para a realização dessa pesquisa foram as análises dos livros-textos.

Dessa forma, podemos caracterizar este estudo como uma abordagem de natureza qualitativa, e que quanto aos seus objetivos pode ser denominada como exploratória. Os procedimentos técnico-metodológicos para coleta das fontes que mais se enquadram nessa perspectiva são os de análise documental e bibliográfica, que constituem uma técnica importante para coleta de fontes escritas.

#### **4 História do ensino de Cálculo na Educação Superior**

A primeira introdução de uma matemática de nível superior no Brasil ocorre após a transferência da coroa portuguesa para a capital do país, em 1808. Em meio a esse contexto, surgem as primeiras escolas superiores do país. Até então, quem almejasse obter estudo deste nível precisava viajar para universidades de outros países, e este era um privilégio para poucos.

A Academia Real Militar foi fundada em dezembro de 1810, na cidade do Rio de Janeiro, e tinha por objetivo formar oficiais de artilharia, engenharia, geógrafos e topógrafos. Nesse momento temos a primeira introdução da matemática de nível superior se estabelecendo no Brasil, e com isso o Cálculo Diferencial e Integral começa a ser ensinado no país.

O ensino de Cálculo desta instituição utilizava como base o livro *Cálculo Diferencial e Integral*, de Lacroix, e o seu estudo pertencia ao segundo ano do curso matemático. Com a criação da Academia Militar, surge a necessidade da contratação dos professores que leccionariam em tal instituição. A maioria desses profissionais escolhidos eram oficiais militares de origem portuguesa, em conjunto com alguns brasileiros que haviam se formado no exterior. Como exemplo desses professores, podemos citar o professor brasileiro José Saturnino da Costa Mendes (1773-1852),

formado na Universidade de Coimbra, e o português Francisco Cordeiro da Silva Torres (1775-1856), graduado pela Academia Real dos Guardas-Marinhas de Lisboa.

A Academia Real Militar passou por algumas reformas ao longo do século XIX que fizeram seu nome mudar para Escola Militar em 1839, Escola Central em 1858, até se constituir como Escola Politécnica do Rio de Janeiro, em 1874. Sad e Silva (2014) analisaram os indícios do ensino de Cálculo na Escola Politécnica durante o período de 1874 a 1885, e assumem que:

Entre as indicações de referências a livros didáticos, citadas em alguns dos programas, por exemplo, o de 1880, observamos a possibilidade de terem sido consultadas obras de Lacroix, que são apresentadas com títulos resumidos e sem datas como: “Calculo”; “Calcul différentiel et integral tomo 2”; e “Calcul des probabilités”. A primeira, pode referir-se a edições como o *Tratado Elementar de Calculo Diferencial e Integral* – que foi traduzida por Torres (1812) e anteriormente utilizada na Academia Militar, ou mesmo edições posteriores do *Traité du Calcul Différentiel et du calcul Integral*, (1819 ou 1861). A segunda, prece ser a sétima edição, de 1867, sob o mesmo título, mas revista e comentada por Hermite e Serret. Todavia, notamos que, o programa referente ao cálculo de 1882, por exemplo, contém menos semelhança com a obra de Lacroix e mais com os tópicos da citada obra de J. Bertrand (1864, 1870) – *Traité de calcul différentiel et de calcul integral*. (SAD; SILVA, p. 174, 2014)

A Escola de Minas de Ouro Preto foi uma instituição inaugurada em 12 de outubro de 1876, e tinha como objetivo a formação de engenheiros para a exploração das minas e para o setor metalúrgico. Claude Henri Gorceix (1842-1919) foi o primeiro diretor dessa instituição, e durante o tempo em que ocupou este cargo realizou diversas adaptações em sua estrutura e currículo, que alteram definitivamente o rumo dessa Escola.

Pereira (2017) utiliza o relatório de trabalho de Gorceix, referentes ao segundo trimestre letivo de 1876-1877, e evidencia a presença de vários conceitos relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral.

- Cálculo Diferencial – Diferenciação de várias ordens de funções de várias variáveis, diferenciação de funções implícitas, determinação de valores máximos e mínimos, funções de uma variável e funções que podem assumir valores da forma  $\frac{O}{O}$
- Cálculo Integral – Noções sobre integral definida, diversos métodos de integração, aplicações. (PEREIRA, 2017, p. 230)

A maioria desses tópicos apresentados faziam parte de um curso introdutório, também conhecido como curso preparatório. Pereira (2017) ainda ressalta que maior parte dos conteúdos que preenchiam o currículo desse curso eram tópicos de matemática.



Outra instituição de destaque surge em 1893. A chamada Escola Politécnica de São Paulo foi a primeira escola de engenharia do estado de São Paulo, e a terceira do país, juntando-se com a Politécnica do Rio de Janeiro e a Escola de Minas de Ouro Preto. Os primeiros cursos concebidos por tal instituição foram os de engenharia industrial, engenharia civil, engenharia agrícola, e o curso anexo de artes mecânicas.

Nesta instituição, a disciplina de Cálculo também esteve presente, e a literatura adotada consistia em duas obras francesas: os *Premier éléments de Calcul Infinitesimalde* (1884), de Hippolyte Sonnet, e o tratado *Cours des Mathematiques* (1885), de Charles Comberousse. Ambas as obras apresentam a noção intuitiva de limite, e tratam o Cálculo de forma elementar e prática. De acordo com Pereira (2017), a fundamentação do Cálculo Diferencial seguia um modelo semelhante ao que já havia sido estabelecido na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, através dos métodos de Newton, Leibniz e Lagrange. E, além disso, a maior parte do Cálculo Integral costumava ser dedicado às suas técnicas e aplicações. Dessa forma, os primeiros indícios de ensino de Cálculo surgem no Brasil no âmbito da formação de engenheiros, e apenas no século XX que vemos esse estudo se ampliar para outras áreas.

A Universidade de São Paulo (USP) foi criada em 1934, por decreto estadual, e surge a partir da reunião de outras instituições já existentes, dentre elas a Faculdade de Medicina, Faculdade de Direito, e a própria Escola Politécnica de São Paulo. Nesse contexto, surge a recém-criada Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL), onde é criado um departamento de matemática, e o primeiro curso de matemática ao nível superior dissociado das escolas de engenharia do país. Foi através desse curso que surgiram os primeiros matemáticos brasileiros, e tal instituição tornou-se referência no ensino de matemática.

Para o ensino deste novo curso, foram contratados professores franceses, italianos e portugueses. Cavalari (2012) em seu artigo, descreve detalhadamente a trajetória desse curso de matemática criado na USP, bem como os professores que lecionaram no departamento e os conteúdos ensinados ao longo do curso. A autora também destaca a influência e atuação dos professores italianos como fundamental para os primeiros anos do curso de matemática na FFCL, tendo em vista que eles contribuíram para a criação da biblioteca deste curso, como um incentivo de iniciação à pesquisa.

Uma primeira tentativa de organização universitária já havia sido implementada no Brasil, desde 1920, a partir do decreto que criou a Universidade do Rio de Janeiro (URJ). Tal instituição surgiu como uma reunião de escolas superiores existentes na cidade, tais como a Escola

Politécnica do Rio de Janeiro, Faculdade de Medicina e a Faculdade de Direito. No entanto, essa justaposição de instituições não foi o que configurou uma aproximação a qual almejava-se para a existência de uma universidade, e as mesmas continuaram a atuar de maneira isolada. A universidade existia apenas na letra da lei (OLIVEIRA, 2016). Mas essa primeira tentativa, embora artificial, deu origem anos mais tarde a uma universidade de fato. Em 1937, a URJ através de um decreto-lei torna-se a Universidade do Brasil (UB).

Em 1935, surge a Universidade do Distrito Federal (UDF), sancionada por decreto estadual. No entanto, a proposta apesar de promissora, durou poucos anos. Em 1939, a UDF foi extinta e incorporada à Universidade do Brasil, quando foi criada a Faculdade Nacional de Filosofia, Ciências e Letras (FNFi), como uma nova unidade da UB.

A Universidade do Brasil, após à Reforma Universitária de 1968, passa a denominar-se Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ). Em 1969, a Escola de Minas é incorporada em conjunto com a Escola de Farmácia à Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

Após a fundação das primeiras universidades, em particular, a USP e UDF, vemos a introdução dos cursos de matemática no país, e a criação dos primeiros núcleos de pesquisa matemática se estabelecendo. Em meio a esse novo ambiente, inicia-se o processo de contratação dos professores de matemática que atuariam nessas instituições. No caso da USP, a maioria dos contratados foram pesquisadores de origem francesa, italiana, e portuguesa, e em alguns casos, brasileiros com especialização no exterior.

Nesse contexto, devemos destacar dois professores que desempenharam enormes contribuições para a estruturação do curso de matemática da FFCL em sua fase inicial, sendo eles o italiano Luigi Fantappiè (1901-1956), e o brasileiro Omar Catunda (1909-1986). Fantappiè estudou matemática na Universidade de Pisa, em 1922, e veio para o Brasil com o intuito de preencher as cadeiras de análise e geometria na USP logo em seus primeiros anos de funcionamento. Ele foi responsável por disseminar teorias modernas da álgebra, geometria e análise no Brasil, e teve apoio de professores como Catunda, seu assistente na cadeira de análise da USP, formado pela Escola Politécnica de São Paulo, em 1930.

O trabalho de Fantappiè na USP é mencionado em diversas obras que retratam a sua importância para o ensino de matemática na nova universidade, e sua atuação na FFCL obteve resultados frutíferos. Nesse contexto, é possível constatar a influência italiana que a matemática, e a disciplina de Cálculo em específico, obtiveram a partir da atuação dos professores italianos,

como é o caso de Fantappiè. E como consequência, a literatura adotada em sua maioria também era italiana.

Em paralelo ao que fora destacado na USP, a situação no Rio de Janeiro a qual devemos relatar parte do curso de matemática oferecido pela Universidade do Distrito Federal, onde tivemos o brasileiro Lélío Gama (1892-1981) como ocupante da cátedra de Análise. Sua atuação nesta Universidade ocorre até a sua extinção, em 1939.

Por sua vez, a recém-criada FNFi também ofereceu um curso matemático, e seguiu a tendência já observada na FFCL, da contratação de professores europeus, sobretudo, italianos. Dentre eles podemos destacar Gabrielle Mammana (1893-1942). Um dos assistentes de Mammana, foi o brasileiro José Abdelhay (1917-1996), que havia se formado pela FFCL, em São Paulo. Logo após a volta de Mammana para a Itália, Abdelhay assume a cátedra de análise da FNFi.

Nesse ponto, podemos ver claramente uma confluência no contexto da FNFi, visto que o trabalho iniciado por Lélío Gama, procurando trazer um novo olhar e uma nova atitude em termos de pesquisa matemática, confluí-se com a influência estabelecida pela escola italiana (que já havia sido instituída na USP), inicialmente por meio do trabalho de Mammana e posteriormente por meio da atuação de Abdelhay, que acabava de ser formado no contexto da escola italiana na USP. (PEREIRA, 2017, p. 219)

Dessa forma, no tocante referente à disciplina de Cálculo, o que vemos nos cursos de matemática até 1960, é a presença marcante dos modelos de ensino europeu, sobretudo o italiano e o francês, e até mesmo a reprodução de traduções de seus livros. Devido a essa influência notada nos cursos em sua fase inicial, o ensino de Cálculo se caracterizou por assumir um estilo mais rigoroso, em conjunto com a análise real, pois este era o modelo difundido nos cursos de matemática da Europa.

Apesar desses fatores evidenciados, Ávila (2002) nos revela que a partir de 1960 essa situação começou a mudar, através da chegada dos livros americanos que rapidamente tomaram lugar dos livros europeus. No âmbito da disciplina de Cálculo, esse período de transição entre as abordagens é o que caracteriza a separação entre Cálculo e Análise no ensino superior em cursos de Matemática.

Também é válido destacar um evento importante que ocorre ao final da década de 1960. Nesse período as universidades constituídas no Brasil passaram por um movimento de reforma instituído pela Lei nº 5.540, de 28 de novembro de 1968, também conhecida como Lei da Reforma Universitária. A nova legislação consistiu em um conjunto de mudanças estruturais que propunha

expandir as universidades, com o foco maior na pós-graduação. Uma das principais mudanças foi a extinção do sistema de cadeiras e cátedras. Foram introduzidos os departamentos, por exemplo, o Instituto de Matemática na UFRJ e o Instituto de Matemática e Estatística (IME) na USP. Nesse período também foi introduzida a dedicação exclusiva para os docentes; assim, os docentes foram contratados para atuar em só uma instituição.

A consequência dessa reforma mais pertinente para esta pesquisa foi o estabelecimento da pós-graduação. Embora a LDB de 1961 já havia introduzido a pós-graduação, mas por falta de experiência e de recursos, só em alguns lugares o mestrado foi de fato estabelecido - por exemplo, no IMPA e no COPPE. No entanto, com a Lei de 1968, a estrutura do mestrado e doutorado, segundo padrões dos EUA, tornou-se mais geral. Para os departamentos de matemática e os cursos básicos de Cálculo Infinitesimal em ambos níveis, aconteceu - em um processo aparentemente geral para o Brasil, mas não ainda investigado - a conceitualização da disciplina como "Cálculo" na graduação e como "Análise Real" no mestrado.

## 5 História do ensino de Cálculo na Educação Secundária

O sistema educacional brasileiro passou por um longo período de evolução desde a chegada dos portugueses até se constituir e transformar-se no ensino tal como conhecemos atualmente. Essas transformações ocorreram de forma paulatina entre as diversas naturezas de ordem operacional, financeira, política, e sob influência de outros países. No âmbito referente ao ensino de Cálculo, tais mudanças podem ser notadas através das vertentes por onde esse ensino se estabeleceu. Com isso, temos o trabalho de analisar esses ambientes onde a disciplina de Cálculo esteve presente, para poder traçar um panorama acerca desse estudo no país.

Dentre eles, podemos citar como o mais comum, aquele que se encontra nos currículos dos cursos superiores voltados para formação científica e profissional. Além disso, encontramos essa disciplina presente em outro tipo de instituição, cujo objetivo principal também era o de formar profissionais, mais em um nível diferente do anterior, as chamadas escolas técnico-militares. E outra categoria que faz parte desse quadro, são as escolas de ensino secundário, que sob impacto de algumas reformas, fizeram o Cálculo ser ensinado nesses espaços educacionais em determinados períodos.

A chamada reforma Benjamin Constant se trata de um movimento liderado pelo, até então, Ministro de Educação Benjamin Constant, que seguia ideias positivistas, e buscava a introdução de disciplinas científicas no currículo. O ensino secundário, que durante o período Imperial havia

quase que se reduziu aos preparatórios, foi o mais atingido pela reforma, e dessa forma houve uma ruptura na tradição clássico-humanística. Tal movimento de reforma, representava uma tentativa de garantir a função de um ensino formativo no âmbito da educação secundária. No entanto, a Reforma Benjamin Constant eleva a um grau exagerado na tendência do enciclopedismo, que se apresenta como uma alternativa à formação classicista. A proposta principal dessa reforma, visava a implementação de sete anos de estudos, construídos sobre os princípios fundamentais das ciências. Dessa forma, a proposta do novo currículo foi a seguinte:

*1º ano* – aritmética (estudo completo) e álgebra elementar (estudo completo); *2º ano* – geometria preliminar, trigonometria retilínea, geometria especial (estudo perfunctório das seções cônicas, da concóide, da *limaçon* de Pascal e da espiral de Arquimedes); *3º ano* – geometria geral e seu complemento algébrico, cálculo diferencial e integral (limitado ao conhecimento das teorias rigorosamente indispensáveis ao estudo da mecânica geral propriamente dita); *4º ano* – 1º período: mecânica geral (limitada às teorias gerais de equilíbrio e movimento dos sólidos invariáveis e precedida das noções rigorosamente indispensáveis do cálculo das variações); 2º período: astronomia (precedida da trigonometria esférica), geometria celeste e noções sucintas de mecânica celeste (gravitação universal); *5º ano* – física geral e química geral; *6º ano* – biologia; *7º ano* – sociologia e moral, e noções de direito pátrio e de economia política (SILVA, 1969, p. 221, grifo nosso).

E em conjunto com esses conteúdos explicitados, haviam ainda no currículo proposto por tal reforma, o estudo do português, e outras línguas como o latim, francês, inglês e alemão, bem como a geografia, história do Brasil, desenho e música. De acordo com Silva (1969), esse ideal reformador tão imensamente carregado é o que tornou sua aplicação como inexecutável.

Mesmo esta reforma tendo durado poucos anos, uma parte importante que devemos destacar desse movimento, é a primeira tentativa de introdução do Cálculo Infinitesimal como componente curricular das escolas secundárias. “A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral foi ensinada junto com a geometria analítica no período entre 1891 a 1901, que apesar de ter apresentado resultados satisfatórios, foi retirada do currículo” (BEKE, 1914, p.40). Tal fato referente ao ensino de Cálculo, permaneceu inalterado até 1929, quando Cálculo Diferencial reaparece no sexto do curso complementar do Colégio Pedro II, voltado aos alunos que visavam passar no vestibular das escolas militares e politécnica (CARVALHO, 1996, p.72).

Isso ocorre devido à atuação do professor de matemática Euclides Roxo, diretor do Colégio Pedro II. Roxo ficou conhecido por ser um dos grandes defensores do ideário de reforma que Klein nomeou como Movimento de Reforma Internacional, onde apresentou suas ideias sobre a modernização do ensino de matemática.

Dessa forma, Roxo também buscou defender a inclusão no ensino secundário das noções de função, de geometria analítica e de Cálculo Infinitesimal, cuja introdução já havia tentado implementar desde 1928 no Pedro II. Além disso, o papel de Roxo foi essencial no cenário das mudanças causadas pelas reformas do século XX, pois ele contribuiu para elaboração dos programas de matemática.

A partir de 1931, novos avanços são dados em direção a um ensino secundário bem estruturado, e com isso temos a Reforma Campos que se caracteriza como uma das mais importantes tentativas de se organizar o sistema educacional brasileiro. Tal reforma foi colocada em prática pelo Ministro da Educação e Saúde, Francisco Campos, nomeado ao cargo durante o governo de Getúlio Vargas (1930-1945). Dentre os objetivos da reforma, o principal deles era o de ampliar a finalidade do curso secundário, que durante muito tempo havia se resumido aos cursos propedêuticos, para lhe atribuir uma nova finalidade. Conforme relatamos anteriormente, essa também era uma das preocupações presente na reforma Benjamin Constant, mas que não obteve tanto sucesso na prática.

O Colégio Pedro II desempenhou um papel fundamental nesse contexto, pois a partir de seus programas de ensino foram formulados os programas oficiais válidos para todo o país (Carvalho, 1996). Euclides Roxo, sabendo a importância de sua posição no âmbito da reforma educacional, utilizou a oportunidade como forma de ampliar para o resto do país, as inovações que vinha implementando desde 1928, no Pedro II, com relação aos programas de matemática.

Conforme já fora exposto, Roxo era um defensor das ideias de Klein com relação à renovação do ensino de matemática, e nesse momento vemos esse ideário começando a ser colocado em prática no Brasil. Dessa forma, como parte da reforma temos a reintrodução do Cálculo Infinitesimal no currículo regular da escola secundária.

Em 1934, o cargo de Ministro da Educação e Saúde passa a ser ocupado por Gustavo Capanema, e em 1942 temos mais uma reforma importante, a chamada Reforma Capanema, instituída durante a ditadura de Getúlio Vargas. O Ministro Capanema conseguiu instituir no país, uma reforma que obteve longo alcance, mesmo com o Brasil passando por um momento político delicado.

Com essa reforma, os elementos do Cálculo permaneceram presentes no currículo das escolas secundárias, e faziam parte do Programa de Matemática do Curso Científico.

(...)  
 Álgebra  
 Unidade IV – Os polinômios  
 2- Noção de variável e de função; variação do trinômio do segundo grau. Representação gráfica.  
 3- Noções elementares sobre continuidade e sobre máximos e mínimos.  
 (...)  
 Segunda Série  
 Unidade 1 – A função exponencial  
 (...)  
 2- Noção de função exponencial e de sua função inversa.  
 (...)  
 Terceira Série  
 Álgebra  
 Unidade II – Funções  
 1- Noção de função de variável rela.  
 2- Representação cartesiana.  
 3- Continuidade; pontos de descontinuidade; descontinuidades de uma função racional.  
 Unidade III – Derivadas  
 1- Definição; interpretação geométrica e cinemática.  
 2- Cálculo das derivadas.  
 3- Derivação das funções elementares.  
 4- Aplicação à determinação dos máximos e mínimos e ao estudo da variação de algumas funções simples. (CARVALHO, 1996, p. 77)

Esse foi o modelo adotado durante a implementação da reforma Capanema, que manteve o Cálculo nos programas regulares dos cursos científicos, sem muitas alterações, até 1961.

A primeira versão da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) surge em 1961. Tal documento consistia em um conjunto de leis que organizava todos os princípios regentes da educação no país, desde suas finalidades administrativas até a estrutura e organização do ensino. Essa primeira proposta efetiva da LDB surgiu após longos anos de debates políticos, e foi seguida por novas reformulações em 1971, e a mais atual em 1996.

A partir dessa legislação o sistema de ensino passa a ser organizado em três graus da educação, sendo eles: primário, médio e superior. A educação de grau primário era composta pelo ensino pré-primário e o ensino primário, sendo este último obrigatório a partir dos sete anos, e ministrado em pelo menos quatro séries anuais. Com a LDB, o ensino técnico de grau médio passa a ser dividido entre industrial, agrícola e comercial. Com a nova legislação assumida pela LDB, o ensino de Cálculo é retirado dos programas das escolas secundárias, deixando de ser obrigatório.

## 6 Análises dos livros-textos

Os livros-textos de Cálculo são, conforme já fora exposto, a parte principal desta pesquisa e dando prosseguimento ao estudo, apresentamos uma breve análise das obras que fizeram parte

do ensino brasileiro, divididos entre as suas três esferas de estudo: ensino secundário, ensino técnico e ensino superior. Tais análises são peças-chaves da pesquisa, pois é a partir delas que podemos identificar a maneira como, de certa forma, esse ensino acontecia na prática, e melhor compreender como ocorreu o processo de transição entre as reformas. No Quadro 1, elencamos a lista das obras analisadas.

Quadro 1: Lista de livros-textos do ensino secundário e técnico.

<i>Autor(es)</i>	<i>Título</i>	<i>Ano</i>	<i>Legislação Vigente</i>
Euclides Roxo, Cecil Thiré e Mello e Souza	Curso de Matemática 5º Ano	1940	Reforma Campos
Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e Dacorso Netto	Matemática 2º Ciclo - 3ª série	1956	Reforma Capanema
Manoel Jairo Bezerra	Curso de Matemática	1965	Após a LDB 1961
Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce et al.	Matemática - 2º Grau: 3ª série	1976	Após a LDB 1961
Frank Ayres Jr Tradução: José Rodrigues Carvalho	Cálculo Diferencial e Integral: Resumo da teoria	1957	Após a LDB 1961

Fonte: Produção própria.

Os três primeiros livros foram destinados ao ensino secundário. Com o intuito de estabelecer uma análise comparativa destes, podemos traçar algumas observações. No primeiro livro, os elementos do Cálculo compuseram parte da proposta de ensino do 5º ano, por meio de conteúdos de álgebra, trigonometria e geometria. Já o segundo, compunha o currículo que vigorou durante a Reforma Campos, e fazia parte da 3ª série colegial dos cursos científicos, de forma integrada com a álgebra e geometria analítica. Sendo o terceiro livro uma versão em volume único que trata de toda a matemática do ensino secundário, o Cálculo aparece na proposta do 3º ano dentro da seção destinada ao estudo de aritmética e álgebra.

Com relação às suas estruturas didáticas, todos eles seguem a ordem de conteúdos apresentados na sequência limite, derivada e integral. Algumas diferenças podem ser notadas em relação à ordem dos conceitos de funções e limites. O “*Curso de Matemática (1940)*” apresenta a noção intuitiva de limite antes mesmo da definição de função.

Com relação à teoria de limites, temos que os dois primeiros livros analisados apresentam as noções intuitivas por meio de exemplos muito semelhantes, para em seguida ampliar tais ideias para os limites de uma variável, seguida pelo limite de uma função, sem utilizar demonstrações mais teóricas. Em contrapartida, o “*Curso de Matemática (1956)*” de Bezerra, já inicia o capítulo referente aos limites apresentando a definição de maneira mais formalizada.



Os dois primeiros livros citados também possuem uma característica em comum com relação à construção do conceito de derivada a partir da noção da razão dos acréscimos, que costuma ser feita ainda na parte da teoria de limites. Esse é um ponto que agrega a nossa hipótese de que a teoria de limites está presente nessas obras com intuito de garantir a base teórica necessária para a conceitualização da derivada, mas de certa forma, cedendo um pouco de todo rigor que costuma ser colocado nessas disciplinas no âmbito do ensino superior, que é exatamente o que caracteriza a sua adaptação para as escolas.

Tendo o conceito de derivada definido, todos os livros buscam apresentar as aplicações do Cálculo para o estudo gráfico das funções, e dentre eles, as noções de crescimento e decréscimo, continuidade e problemas de máximos e mínimos.

O conceito de integral aparece de forma bem simplificada em todos os livros analisados, e dentre eles o livro que busca apresentar um pouco mais dessa teoria é o “*Curso de Matemática (1940)*”. Dessa forma, a integral quase sempre é definida apenas como processo inverso da diferenciação, que logo em seguida é ampliada para a interpretação do cálculo de áreas, e em alguns casos até mesmo para cálculo de volume.

Os livros de Bezerra (1965), lezzi et al. (1976) e Ayres (1957) estiveram presentes no ensino técnico. O segundo destes consiste em uma coletânea de vários autores destinada aos estudantes do 2º grau no geral, onde temos o estudo da teoria de limites e derivadas. Já o terceiro, possui uma abordagem mais técnica, voltado quase que exclusivamente para a resolução de exercícios, e era destinado especificamente para os estudantes de Cálculo Elementar.

O livro “*Matemática - 2º Grau: 3ª série*” apresenta elementos da geometria analítica, polinômios, Cálculo Diferencial e números complexos. De forma geral, um ponto que merece destaque em tal obra refere-se à construção do conceito de limite. Ainda que os autores tenham escolhido livrar o leitor de minúcias mais rigorosas, como provas e demonstrações, vemos um caminho muito interessante para abordagem desse conceito, utilizando ideias concretas para estabelecer a visão formal mais adiante. Sobre o conceito de derivada, temos que os autores utilizam uma abordagem parecida com outros livros que possuem o mesmo foco, com o acréscimo das relações da teoria com a física. Trata-se de um material que se dedica a apresentar e desenvolver a teoria de derivadas de forma bastante didática, por meio de exemplos e exercícios, como o cuidado de não apresentar nenhuma fórmula sem a sua devida justificativa. Além disso, tal livro apresenta uma linguagem acessível ao público que se destina, integrado a uma enorme diversidade de exemplos introdutórios, seguidos pelos conceitos formais. Um livro como este pode

ter sido parte do ensino técnico pela sua forma didática muito bem apresentada, e por sua repleta gama de exercícios.

Por outro lado, o Cálculo presente na publicação de Ayres (1957) aparece como um resumo da teoria, cujo foco principal é a resolução de exercícios, fato esse expresso na própria capa do livro, onde vemos “Cálculo Diferencial e Integral”, “resumo da teoria”, “974 problemas resolvidos”. Nesse sentido, o autor busca deixar claro a principal proposta da obra, destacando que tal livro não se trata de um livro-texto, e recomenda que ele seja utilizado em conjunto com outros livros de referência sobre a teoria. Dessa forma, a principal característica da obra é a sua abordagem procedimental fundada a partir de numerosos exercícios, forma pela qual o autor acredita que a teoria ficará aprendida de maneira satisfatória.

A pesquisa também busca analisar os livros que fizeram parte do ensino superior brasileiro no período considerado antes da Reforma Universitária de 1968.

Quadro 2: Lista de livros-textos do ensino superior.

Autor(es)	Título	Ano	Formação
Altamiro Tibiriçá Dias	Curso de Cálculo Infinitesimal	1952/1962	Engenheiros
William Granville, Percy Smith e William Longley Tradução: José Abdelhay	Elementos de Cálculo Diferencial e Integral	1961	Matemáticos

Fonte: Produção própria.

O primeiro deles representa um importante componente da história do desenvolvimento da disciplina de análise, e conseqüentemente também de Cálculo, no Brasil. Isso deve-se ao fato de que tal obra pode ser considerada como um dos primeiros livros-textos de produção autoral brasileira sobre o assunto, e que se caracterizou por não se tratar de uma mera reprodução de consagrados livros estrangeiros. A obra original foi criada a partir das notas de aulas do professor Altamiro Tibiriçá Dias, e eram voltadas para as turmas de engenharia. Com isso, vemos que tal texto surge a partir da necessidade de ensino para os futuros engenheiros e possui características do método de ensino adotado pela instituição onde Tibiriçá exercia sua profissão.

A análise deste livro nos revela um ponto interessante devido à grande semelhança com livros de Análise Real, e este é um fato curioso por se tratar de um objeto voltado para a formação de engenheiros. Tibiriçá afirma que seu objetivo era formular um texto completo sobre todos os pontos do programa da cadeira de Cálculo da Escola de Minas, juntando vários conceitos que raramente eram encontrados em uma obra só.

Sua estrutura é robusta e repleta de demonstrações e teoremas, com poucas representações geométricas e aplicações, o que aproxima este livro de um curso de Análise Real cujo foco são os alunos de matemática, e que o torna um ponto fora da curva no âmbito da formação de engenheiros. Tal obra também representa as influências do ensino que o autor teve ao longo do seu período de formação.

A segunda obra analisada é de origem americana, e possui autoria dos professores Granville, Smith e Longley, sendo o primeiro considerado o autor principal. O trabalho desses autores obteve um destaque no meio universitário ao longo do século XX, e foi destinado aos estudantes do nível superior no geral. A sua repercussão também chegou ao Brasil, e em 1961 foi publicada uma versão traduzida por José Abdelhay. Cabe aqui destacar e lembrar que Abdelhay atuou na cátedra de Análise Real da FNF, foi autor de livros de Análise Matemática, e além disso, também ingressou como professor do ensino técnico por meio de concurso em 1961 (MEDEIROS, 1996). Esses fatores nos revelam algum tipo de conflito interno, no sentido de que uma figura como Abdelhay, tendo em vista a sua posição, ainda assim optou por dar espaço a um novo tipo de literatura, que vai, em contrapartida, ao modelo predominante. Isso também indica que tal livro teve uma boa recepção por parte dos professores e alunos da época, e passou a ser indicado para os cursos de matemática, engenharia e física, mas que, em sua maioria, foram utilizados pelos alunos de licenciatura em matemática. Nossa análise é construída a partir dessa tradução.

Tal obra destaca-se também por sua originalidade em referência às suas questões metodológicas e didáticas para o ensino de Cálculo. Granville reconhecia a enorme diferença entre tratados rigorosamente bem estruturados e um livro com o foco no ensino para estudantes iniciantes. Um fator que chama a nossa atenção é em relação à teoria de limites, que está presente na obra, mas de maneira muito sutil, se caracterizando por assumir apenas a sua noção intuitiva, sem demonstrações ou emprego da teoria mais formalizada. Conforme vimos na maioria dos livros, a noção de derivada quase sempre é motivada através da ideia de acréscimos, e Granville também adota essa linha de construção.

De forma geral, podemos constatar que o livro de Granville cumpre com o seu objetivo de apresentar um texto moderno sobre o assunto, ao passo que esteve preocupado com as questões metodológicas e didáticas para o ensino de Cálculo. Trata-se de um livro de exercícios, que busca associar as partes teóricas didaticamente bem selecionadas e que são minimamente necessárias para a compressão, com a prática da resolução problemas.

## 7 Considerações Finais

Buscamos apresentar neste artigo um estudo sobre o processo de disciplinarização do Cálculo no Brasil ao longo do século XX. As análises históricas e textuais propostas nos permitem traçar um panorama geral sobre a sua trajetória e compilar algumas conclusões. Para isso, é preciso voltar às questões iniciais que foram colocadas.

Para entender como a disciplina de Cálculo tornou-se um *objeto de ensino*, descrevemos a criação das principais instituições do país, onde pudemos encontrar os seus primeiros indícios de ensino. Dessa forma, foi possível constatar que o Cálculo começa a ser ensinado no século XIX, e surge atrelado aos cursos de engenharia. Essa situação abre espaço para um novo cenário apenas no início do século XX, momento em que surgem as primeiras universidades do país, e com isso, um curso voltado para formação de matemáticos em nível superior.

Como forma de compreender a estrutura do *currículo* adotado, buscamos descrever as principais reformas educacionais, movimentos e legislação que o modificaram ao longo do período analisado. A principal ferramenta utilizada para concernir a questão do *como* foi ensinado, foram as análises dos livros-textos, que apesar de não descreverem completamente como o ensino ocorreu na prática, ainda assim, transmitem uma boa visão sobre os conteúdos que eram almejados a ser ensinados, o tipo de abordagem e a sua organização. Sobre a indagação do *para quem* era ensinado, encontramos vestígios presentes em três esferas do ensino, sendo elas a educação secundária, técnica e superior.

A reforma Benjamin Constant representou uma primeira tentativa de introdução dos elementos do Cálculo no currículo das escolas secundárias, mas que não teve tanto êxito na prática. Esse primeiro experimento foi citado no relatório de Beke referente à conferência de 1914, em que Felix Klein propôs o Movimento Internacional de Reforma. Os efeitos da proposta liderada por Klein chegam ao Brasil, de fato, apenas em 1929, devida a atuação do professor Euclides Roxo. Dessa forma, temos que os elementos do Cálculo configuraram parte do ensino secundário desse período até a criação da primeira LDB de 1961. As instituições de ensino técnico seguiram um caminho semelhante ao que o ocorreu no ensino secundário, salvo algumas exceções de instituições que, mesmo após a LDB, ainda assim optaram por não retirar o Cálculo dos currículos.

Com relação à trajetória do ensino de Cálculo das instituições de ensino superior, constatamos desdobramentos importantes que evidenciam que o ensino de Cálculo obteve influências providas de países como a França, Itália e os Estados Unidos. Constatamos que nas escolas de engenharia e até mesmo nas primeiras Universidades, no início o que predominava era o método de ensino europeu, pois a literatura adotada e diversos professores tinham essas

origens. Após a década de 1960 a situação começa a tomar novos rumos, com a criação da Reforma Universitária e com a chegada dos livros americanos. Um exemplo desse reflexo é a obra de Granville traduzida por José Abdelhay, professor da Universidade do Brasil, e admite o Cálculo sobre essa perspectiva americanizada.

Uma consequência desse período de transição entre as abordagens foi a chamada “separação” da disciplina de Cálculo e Análise Real. Dessa forma, o Cálculo passou a ser destinado aos cursos de graduação no geral, enquanto a Análise Real passou a compor o currículo dos ambientes de pós-graduação em matemática.

As análises dos livros-textos nos revelaram aspectos importantes sobre o processo de disciplinarização do Cálculo, proporcionando uma visão panorâmica acerca das mudanças que ocorreram ao longo dos anos. Dessa forma, cada livro selecionado para compor esta pesquisa teve papel fundamental para a compreensão do processo de transformações que a disciplina de Cálculo sofreu até se estabelecer no formato como conhecemos atualmente.

Gostaríamos de ressaltar a nossa imensa admiração pelo trabalho feito por Euclides Roxo, que de forma brilhante apresentou caminhos para introdução dos elementos do Cálculo nas escolas secundárias. Outra obra que também merece destaque é o trabalho do professor Tibiriçá, que se revela como uma das primeiras produções brasileiras sobre Análise Real de cunho autoral, que merece ser lembrada e reconhecida por tal feito.

Também é válido ressaltar que a presente pesquisa configurou parte de uma dissertação de mestrado. Nesse sentido, a sua investigação completa também considera análises de livros que compuseram o ensino superior após o período da Reforma Universitária de 1968, nos âmbitos da graduação e pós-graduação. Tais reflexões podem ser encontrados em outra publicação.

## Referências

ÁVILA, Geraldo. **O Ensino do Cálculo e da Análise**. Revista Matemática Universitária, São Paulo, n. 33, p. 83-95, 2002.

AYRES, Frank. **Cálculo diferencial e integral**: resumo da teoria 974 exercícios resolvidos. Tradução de José Rodrigues Carvalho. Rio de Janeiro: Coleção Schaum, 1957.

BEZERRA, Manoel Jairo. **Curso de matemática**: para os primeiro, segundo e terceiro anos dos cursos clássico e científico. 17ª ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1965.

BEKE, Emanuel. Results obtained in the Introduction of Differential and Integral Calculus. IN: **Classical Papers in Mathematics Education**, edited and commented by Gert Schubring. *International Journal for the History of Mathematics Education*, p.33-70, 1914/2014.

CARVALHO, João Bosco Pitombeira. O Cálculo na Escola Secundária – Algumas Considerações

Históricas. **Caderno Cedes**, n.40, p.62-80, 1996.

CAVALARI, Mariana Feiteiro. Um histórico do curso de matemática da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras (FFCL) da Universidade de São Paulo (USP). **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 12, n. 25, p. 15-30, 2012.

CHERVEL, André. **L'histoire des disciplines scolaires: Réflexions sur un domaine de recherche**. Histoire de l'éducation, 1988.

DAMETTO, Fabiana Veloso de Melo. **O processo de disciplinarização da escrita no ensino médio brasileiro: implicações didático-pedagógicas e político-sociais**. 2020. Tese (Doutorado em Letras) – Centro de Artes e Letras, Universidade Federal de Santa Maria, Rio Grande do Sul.

GRANVILLE, Willian Anthony; SMITH, Percy Franklyn; LONGLEY, William Raymond. **Elementos de Cálculo Diferencial e Integral**. Tradução de José Abdelhay. Rio de Janeiro: Editora Científica, 1961.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Oswaldo; TEIXEIRA, Jose Carlos; MACHADO, Nilson Jose; GOULART, Marcio Cintra; CASTRO, Luiz Roberto da Silveira; MACHADO, Antonio dos Santos. **Matemática - 2º Grau: 3ª série. 5º edição revisada**. São Paulo: Editora Atual, 1976.

MEDEIROS, Luis Adauto da Justo; GOMES, Alvécio Moreiro. José Abdelhay. **Obituário**. Rio de Janeiro, 1996. Disponível em <http://www.dmm.im.ufrj.br/doc/abdelhay.htm>; acesso em 25 mar. 2023, às 13h30.

PEREIRA, Vinicius Mendes Couto. **O desenvolvimento da Análise no Brasil – Um caminho sobre o surgimento de uma comunidade matemática**. 2017. Tese (Doutorado em História das Ciências, das Técnicas e Epistemologia) – HTCE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de Cálculo: Dificuldades de Natureza Epistemológica**. 2003. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo.

ROXO, Euclides; THIRÉ, Cecil; MELLO E SOUZA, Júlio César de. **Curso de Matemática 5º ano**. Livraria Francisco Alves, 1940.

ROXO, Euclides; CUNHA, Hadolro; PEIXOTO, Roberto; NETTO, Dacorso. **Matemática 2º Ciclo - 3ª Serie**. Livraria Francisco Alves, 1956.

SAD, Lígia Arantes; SILVA, CM Silva. Vestígios do ensino de Cálculo diferencial e integral na Escola Politécnica do Rio de Janeiro (1874-1885). **Anais ... 6º Encontro Luso-Brasileiro de História da Matemática**, 2014, p. 165-191.

SCHUBRING, Gert. **Pure and Applied Mathematics in Divergent Institutional Settings in Germany: the Role and Impact of Felix Klein**. *The History of Modern Mathematics*, 1989.

SCHUBRING, Gert. Pesquisar sobre a história do ensino da matemática: metodologia, abordagens e perspectivas. In: MOREIRA, Darlinda; MATOS, José Manuel. **História do ensino da matemática em Portugal**. Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2005.

SCHUBRING, Gert. (eds.). **The Legacy of Felix Klein**. Cham: Springer, p.169-180, 2019.

SILVA, Geraldo Bastos. **A educação secundária: perspectiva histórica e teoria**. Companhia Editora Nacional, 1969.

TIBIRIÇÁ, Altamiro. **Curso de Cálculo Infinitesimal**. Tomo I, 2ª ed. Ouro Preto: Fundação Gorceix, 1962.

TIBIRIÇÁ, Altamiro Dias. **Curso de Cálculo Infinitesimal**. Tomo I, 1ª ed. Ouro Preto: Escola Nacional de Minas e Metalurgia da Universidade do Brasil, 1952.

VIÑAO, Antonio. A história das disciplinas escolares. **Revista brasileira de História da Educação**, v. 8, n. 3, p. 173-215, 2008.