revemop

10.33532/revemop.e202319 eISSN 2596-0245

O Ensino de Cálculo diferencial e integral: a perspectiva dos autores de livros-texto

Amarildo Melchiades da Silva
Hernando José da Rocha Franco
Alexandre Krüger Zocolotti

Resumo: No presente artigo analisamos livros-texto de Cálculo Diferencial e Integral com o objetivo de responder a seguinte pergunta: que significados são produzidos por autores de livros-texto para o que é o ensino de Cálculo Diferencial e Integral? O objetivo do questionamento é parte de uma investigação mais ampla que busca entender quais devem ser as características da disciplina Cálculo Diferencial e Integral para que ela seja entendida como um Curso de Serviço voltada à formação do futuro professor de matemática. O estudo possui uma abordagem qualitativa de investigação, baseado em um estudo bibliográfico e fundamentado pelo Modelo dos Campos Semânticos. Em nossa análise, identificamos três diferentes modos de produção de significados dos autores para nossa questão, cuja principal importância para nossa pesquisa reside na consequência dessas diferentes perspectivas e como sinalizam para uma proposta de ensino da disciplina.

Palavras-chave: Educação Matemática. Cálculo Diferencial e Integral. Ensino e aprendizagem. Produção de significado. Livro-texto.

Amarildo Melchiades da Silva
Doutorado em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (UNESP), *campus* de Rio Claro. Professor da UFJF, Juiz de Fora, Minas Gerais, Brasil.
http://orcid.org/0000-0003-1774-2222
xamcoelho@gmail.com

Hernando José da Rocha Franco
Doutorado em Modelagem Computacional pela Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF). Professor Do IF – Sudeste de MG, Rio Pomba, Minas Gerais, Brasil.
https://orcid.org/0000-0002-7207-416X
hernando.franco@ifsudestemg.edu.br

Alexandre Krüger Zocolotti
Doutorado em Educação Matemática pela Pontífica Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professor do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), campus de Vila velha, Vila Velha, Espírito Santo, Brasil.
http://orcid.org/0000-0002-3988-4152
akruger.vix@gmail.com

Recebido em 10/11/2023
Aceito em 22/12/2023
Publicado em 26/12/2023

Teaching Differential and Integral Calculus: the perspective of textbook authors

Abstract: In this article we analyze textbooks on Differential and Integral Calculus with the aim of answering the following question: what meanings are produced by textbook authors for what the teaching of Differential and Integral Calculus is? The objective of the question is part of a broader investigation that seeks to understand what the characteristics of the Differential and Integral Calculus discipline should be so that it can be understood as a Service Course aimed at training future mathematics teachers? The study has a qualitative research approach, based on a bibliographic study and based on the Semantic Fields Model. In our analysis, we identified three different ways in which the authors produce meanings for our question, whose main importance for our research lies in the consequence of these different perspectives and how they signal a proposal for teaching the subject.

Keywords: Mathematics Education. Differential and integral calculus. Teaching and learning. Production of meaning. Textbook

Enseñanza del cálculo diferencial e integral: la perspectiva de los autores de libros de texto

Resumen: En este artículo analizamos libros sobre Cálculo Diferencial e Integral con el objetivo de responder a la siguiente pregunta: ¿qué significados producen los autores de libros de texto sobre lo que es la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral? El objetivo de la pregunta forma parte de una investigación más amplia que busca comprender ¿cuáles deben ser las características de la disciplina Cálculo Diferencial e Integral para que pueda entenderse como un Curso de Servicio orientado a la formación de futuros docentes de matemáticas? El estudio tiene un enfoque de investigación cualitativo, basado en un estudio bibliográfico y fundamentado en el Modelo de Campos Semánticos. En nuestro análisis, identificamos tres formas diferentes en que los autores producen significados para nuestra pregunta, cuya principal importancia para nuestra investigación radica en las consecuencias de estas diferentes perspectivas y cómo señalan una propuesta para la enseñanza del tema.

Palabras clave: Educación Matemática. Cálculo diferencial e integral. Enseñando y aprendiendo. Producción de significado. Libros de texto

1 Introdução

Este artigo é fruto do projeto de pesquisa intitulada Cálculo Diferencial e Integral como Curso de Serviço para a Licenciatura em matemática, cujo objetivo foi investigar o papel que deverá desempenhar a disciplina Cálculo Diferencial e Integral no processo de educar matematicamente estudantes em sua formação inicial no interior das Licenciaturas em Matemática.

Durante nossa investigação, questionamos o que os autores de livros-texto poderiam informar sobre a pergunta: o que é o ensino de Cálculo Diferencial e Integral? Entendemos que a pertinência da questão reside em duas constatações; a primeira diz respeito ao fato de que, muitas vezes, nos livros-textos as ementas das disciplinas de Cálculo se reduzem a copiar o sumário dos livros. A segunda constatação, que tentaremos elucidar neste artigo, é que os autores expressam suas concepções de ensino a partir de suas obras. Portanto, a proposta expressa nos livros que serão analisados tem impacto direto na formação e aprendizagem dos estudantes.

O termo livro-texto nesse artigo será tomado no seu sentido usual, isto é, como livro adotado como texto básico de determinado curso[1] e/ou como material de apoio ao trabalho do professor e, também, como objeto de referência e estudo do aluno.

Uma questão que também pode ser formulada é a seguinte: um livro-texto de Cálculo pode ser entendido como um livro didático? Esta questão não será tratada nesse artigo, porém, ao questionarmos queremos indicar a pertinência, que ela não passa despercebida e nem é desconsiderada em nossa investigação. Entendemos que pode não haver consenso sobre ela entre pesquisadores em Educação Matemática. Da nossa parte, utilizaremos o termo livro-texto como evidência de que, não necessariamente, as obras que serão analisadas podem ser entendidas como sendo didáticas.

[1] Neste artigo usaremos o termo Curso em dois sentidos; ou como sinônimo de disciplina – o Curso de Cálculo Diferencial e Integral – ou para designar os diferentes cursos: O Curso de Matemática, o Curso de Ciências Biológicas.

Encontramos na literatura em Educação Matemática outros estudos associados a livro-texto de Cálculo como, por exemplo, o artigo de Richit et al. (2015) que buscou compreender como as tecnologias digitais têm sido privilegiadas em livros de Cálculo. Para este objetivo, as autoras selecionaram livros adotados em Cursos de Matemática em instituições estaduais de ensino superior do Estado de São Paulo.

Em outra direção, Ferraz (2011) desenvolveu uma análise comparativa entre livros-texto de Cálculo que ela denominou de livros antigos (p.ex. COURANT; JOHN, 1965; MOISE, 1970) e novos (p.ex. ANTON (2000); THOMAS et al., 2002). O autor observou que houve uma mudança no layout e na metodologia das obras mais atuais em relação às antigas. No caso particular do tópico "Gráfico de Funções", o estudo revelou grandes fragmentações nos textos de obras antigas e uma mudança dessa fragmentação nas obras que denominou-de atuais.

No estudo desenvolvido no artigo de Couy et al. (2020), os autores analisaram a abordagem do conteúdo intitulado limites de função de uma variável real em três livros de Cálculo, a partir da noção de registros de representação semiótica de Duval. Em outra direção, o estudo apresentado no artigo de Silva et al. (2021) investigou, baseado em uma metodologia de cunho quali-quantitativo, as relações estabelecidas entre os estudantes de um curso de Engenharia e o livro didático adotado em uma universidade federal. O objetivo da pesquisa foi elaborar uma visão do livro a partir da perspectiva dos alunos.

Essas pesquisas sugerem a riqueza de possibilidades que podem ser objeto de análise em livros-texto de Cálculo. Da nossa perspectiva particular, analisaremos os livros-texto em busca de esclarecer nossa questão. É claro, porém, que sobre a questão o que é Cálculo? poderíamos buscar a resposta em um dicionário, como, por exemplo, no *Mathematics Dictionary* de James e James (1949), que considera o seguinte:

> Cálculo diferencial. O estudo da variação de uma função em relação a mudanças na variável independente, ou variáveis, por meio dos conceitos de derivada e diferencial; em particular, o estudo de inclinações de curvas, velocidades não uniformes, acelerações, forças, aproximações aos valores de uma função, valores máximos e mínimos de quantidades, etc.
>
> Cálculo integral. O estudo da integração como tal e sua aplicação para encontrar áreas, volumes, centróides, equações de curvas, soluções de equações diferenciais, etc. (JAMES; JAMES,1949, p. 36)

Porém, a definição do dicionário, apesar de esclarecer em parte a questão sobre o que é tratado na disciplina, não nos permite observar a concepção do sujeito – um autor de livro, por exemplo – sobre o ensino.

A investigação sobre nossa questão foi desenvolvida considerando como ponto de partida nossos pressupostos teóricos fundamentado pelo Modelo dos Campos Semânticos proposto por Lins (1994, 1999, 2012), seguida por uma categorização dos livros-textos de Cálculo de acordo com características baseadas nas perspectivas dos autores. A partir desses elementos, desenvolvemos nossa análise, no sentido de responder à questão formulada anteriormente.

2 Pressupostos teóricos

Nossa perspectiva nesse artigo é fundamentada pelo Modelo dos Campos Semânticos (MCS), uma construção teórica desenvolvida no interior da Educação Matemática pelo professor e pesquisador brasileiro Romulo Campos Lins (1955 – 2017), para instrumentalizar a pesquisa quanto a leituras e análises suficientemente úteis e finas do processo de produção de significados para a matemática. Caracteriza-se como um modelo epistemológico pela própria natureza de sua gênese, elaborado a partir de uma caracterização singular para conhecimento, significado e processo comunicativo o que o diferencia de outros modelos epistemológicos e/ou cognitivistas existentes em Educação Matemática.

Para os nossos propósitos, discutiremos, em linhas gerais, as noções de significado, conhecimento e de texto, os quais fundamentarão as discussões posteriores. A noção de significado no MCS deve ser entendida como o conjunto de coisas que se diz a respeito de um objeto, ou podemos dizer, também, que o significado de um objeto é aquilo que efetivamente se diz a seu respeito, no interior de uma atividade (no sentido proposto por Leontiev (sd).

Lins (1996), ao defender a ideia de que objetos estruturam o pensamento, o autor apresenta a compreensão de que objetos são "coisas sobre as quais sabemos dizer algo e dizemos" e não no sentido de "coisa-em-si". Assim, "dizer que um sujeito produziu significado é dizer que ele produziu ações enunciativas (fala, gestos, um texto escrito, ...) a respeito de um objeto no interior de uma atividade".

Para exemplificar a noção de produção de significados, observemos que um estudante pode dizer em um momento de sua formação, em que esteja estudando na disciplina Cálculo Diferencial e Integral, por exemplo, que uma função que possui uma curva contínua como gráfico é uma função contínua, como por exemplo, a função real de variável real dada por $f(x) = 2x$. Essa é sua produção de significados para função contínua, naquele momento. Anos depois, se perguntarmos ao mesmo estudante o que é uma função contínua, após ter estudado o assunto na disciplina Análise Matemática, pode ser que ele responda:

- "uma função f de domínio X contido em IR e contradomínio IR é contínua no ponto a pertencente a X se, para todo épsilon maior que zero dado arbitrariamente, pudermos encontrar delta positivo tal que a distância de x a a menor do que delta implique que a distância de f de x para f de a é menor do que épsilon".

E, ao fazer estas considerações, na continuação, ainda diga: - "Uma coisa interessante é o fato de que toda função f, por exemplo, dos inteiros nos reais é contínua; porque todo ponto de Z é isolado".

Isto sugere, da perspectiva do MCS, que sua produção de significados mudou com o tempo; e ainda, que ao afirmar e justificar, que houve uma produção de conhecimento, como descreveremos a seguir.

Em Lins (1993), encontramos a formulação para conhecimento nos seguintes termos:

> *Conhecimento* é entendido como uma *crença* - algo que o sujeito acredita e expressa, e que caracteriza-se, portanto, como uma *afirmação* – junto com o que o sujeito considera ser *uma justificação* para sua *crença-afirmação* (LINS, 1993, p. 86 (destaques do autor).

Assim, os três aspectos-chave para conhecimento são: a crença, a afirmação e a justificação, os quais são esclarecidos, por Lins, da seguinte maneira:

> Primeiro, a pessoa deve acreditar em algo para constituir parte de um conhecimento que ela/ele produz, e isso implica que ela/ele está ciente de manter essa crença. Segundo a única maneira de termos certeza dessa conscientização é se a pessoa afirma, e aqui estou usando o termo 'afirma' livremente, significando alguma forma de comunicação aceita por um interlocutor; não precisa ser de forma linguística. Terceiro, não é suficiente considerar o que a pessoa acredita e afirma, pois diferentes justificações com a mesma crença-afirmação correspondem a conhecimentos diferentes. Além disso, as justificativas estão relacionadas ao que pode ser feito com os objetos que um conhecimento tem a ver; no caso da criança dizer que '2+ 3 = 5', por exemplo, '2 + 3' é o mesmo que '3 + 2', uma vez que o arranjo dos dedos não faz diferença. Do ponto de vista de uma justificativa baseada na teoria dos conjuntos, arranjos espaciais não têm nada a ver com '2' e '3' ou com sua adição. As justificações, portanto, desempenham um papel duplo em relação ao conhecimento. Primeiro, eles estão realmente relacionados à concessão do direito de conhecer, e essa concessão é sempre feita por um interlocutor para quem esse conhecimento está sendo enunciado. Segundo eles estão relacionados à constituição de objetos. (LINS, 2001, p. 42)

É importante observar que, dessa forma, o conhecimento é do domínio da enunciação de algum sujeito, e este pode ser um estudante que está dizendo o que sabe sobre um determinado assunto ou um autor que registra sua compreensão sobre matemática escrevendo um livro-texto, por exemplo.

Esta perspectiva nos leva a um outro constructo do MCS, a de processo comunicativo cujos elementos constitutivos são: autor, texto e leitor. O autor é aquele que, no processo de comunicação, produz a enunciação: um professor em uma aula expositivo-explicativa ou um escritor apresentando sua obra. O leitor é aquele que, nesse processo, se propõe a produzir significados para os resíduos das enunciações como, por exemplo, o aluno que, assistindo à aula, busca entender o que o professor diz ou uma pessoa que leia um romance buscando entender a história do autor. Já o texto, é entendido como qualquer resíduo de enunciação para o qual o leitor produza algum significado. De acordo com Lins (2001):

> [...] por um texto [...] vou me referir não apenas ao texto escrito, mas a qualquer resíduo de uma enunciação: sons (resíduos de elocução), desenhos e diagramas, gestos e todo tipo de sinais corporais. O que faz do texto o que ele é, é a crença do leitor de que ele é, de fato, um resíduo de uma enunciação, ou seja, um texto é delimitado pelo leitor; além disso, ele é sempre delimitado como tal no contexto de uma demanda de que algum significado seja produzido para ele. (LINS, 2001, p. 59)

Esse entendimento tem várias implicações para as nossas discussões futuras, pois, dessa forma, a Matemática deve ser entendida como um texto, um conjunto de frases e não propriamente como conhecimento. Como decorrência dessa concepção, parafraseando Lins (1994, p. 29), falaremos de conhecimento matemático sempre que se enuncie, que se fale um conhecimento relativo a este texto – a Matemática -, isto é, cuja crença-afirmação seja reconhecida como pertencendo a este texto.

Isto também quer dizer que nossa leitura dos livros-texto diz respeito à leitura de algo escrito por um autor – aquele que produziu a enunciação registrada em um livro – e, os autores desse artigo, entendidos como leitores – aqueles que, no processo, se propõe a produzir significados para o resíduo das enunciações do autor - apresentaremos uma leitura do texto do autor a partir de uma produção de significados.

Assim, os autores dos livros-texto são entendidos como profissionais, educados matematicamente, de quem se espera uma apresentação referenciada na cultura matemática a que pertencem para a produção de um texto matemático. Porém, da perspectiva do MCS, o processo comunicativo envolve, como vimos, autor, texto e leitor e ocorre da seguinte maneira: o autor escreve o livro – um resíduo de sua enunciação – como demanda de que algum significado seja produzido. Na qualidade de leitores – nós, os pesquisadores - produziremos significados para aquele texto matemático e ao fazermos isso, estaremos produzindo novo resíduo de enunciação, com outra demanda de produção de significados para que o leitor do artigo produza seus significados. Com essas noções em mente desenvolveremos nossa análise.

Portanto, a partir dos pressupostos do MCS, formulamos a pergunta diretriz que conduzirá nossa discussão neste artigo: que significados são produzidos por autores de livros-textos para o que é o ensino de Cálculo Diferencial e Integral?

3 Metodologia

A presente pesquisa caracteriza-se por uma investigação de cunho qualitativo conforme proposto por Bogdan e Biklen (2013), a partir de um estudo bibliográfico em que um conjunto de onze livros-textos de Cálculo foram elencados e, posteriormente, selecionados para a coleta das informações relativas à questão proposta para análise nesse artigo.

A seleção dos livros passou por três fases que permitiram uma avaliação das obras reunidas. Na primeira fase, optamos por não fazer nossa escolha nem considerando uma possível relevância do livro; nem considerando escolher as obras em um certo intervalo de tempo; também não os selecionamos pela sua maior utilização como texto de referência nas universidades brasileiras, pois observamos que este critério variava muito no tempo. De fato, em épocas diferentes, diferentes livros foram mais adotados por docentes que outros e a escolha das obras, como observamos na prática, foi muito dependente da área em que a disciplina era ministrada. Por exemplo, para Cursos de Engenharia, em um determinado período os livros de Leithold (1977) e Swokowski (1994) foram muito adotados em instituições públicas no Brasil; já em cursos voltados para as Ciências Biológicas vários docentes optaram por adotar obras como a de Batshelet (1978).

Vale ressaltar que a obra de Batshelet (1978), intitulada Introdução à Matemática para Biocientistas (no original Introduction to Mathematics for Life Scientistis, 1975) participou do rol de nossas escolhas por tratar dos assuntos relativos ao Cálculo voltado para as Ciências Biológicas. Assim, nosso critério de seleção baseou-se na potencialidade do(s) autor(es) em nos informar sobre nossa indagação e não se as obras eram destinadas a estudantes das Chamadas Ciências Exatas, Biológicas ou Sociais.

Na segunda fase da análise dos livros optamos por categorizá-los a partir de algumas características propostas explicitamente ou subliminarmente pelo(s) autor(es). Dessa observação, chegamos a três categorias que passaremos a descrever, a seguir.

Na primeira categoria, selecionamos os livros-textos escritos por matemáticos e cuja principal característica identificada foi a proposta de ser uma obra generalista no sentido de que ela serve como o ingresso no assunto aos estudantes de diferentes cursos das chamadas Ciências Exatas, tais como as Engenharias, a Física, a Química e a Matemática. Em geral, essas obras possuem quatro volumes e destinam-se a prover o estudante de conteúdos até quatro semestres letivos em disciplinas designadas, em geral, por Cálculo I, II, III e IV. (Nosso interesse nessas coleções esteve apenas no primeiro volume). Nessa categoria, reunimos as seguintes obras: Leithold (1977[2]), Simmons (1987), Swokowski (1994), Shenk (1988), Finney et al. (2002).

A maioria desses livros presentes no mercado brasileiro são de origem estadunidense e a ênfase sugerida pelos autores é o esforço do estudante em resolver muitos exercícios. Os autores, em geral, na introdução do livro dão evidências dessa perspectiva ao se gabarem do número de exercícios presentes. Por exemplo, Simmons (1987) afirma:

> Para os estudantes, as partes mais importantes de seu livro de Cálculo podem bem ser os conjuntos de problemas, pois é neles que gastam a maior parte de seu tempo e energia. Há mais de 5.800 problemas neste livro, incluindo muito dos velhos problemas de apoio, familiares a todos os professores de Cálculo, analisados desde o tempo de Euler e mesmo antes. (SIMMONS, 1987, p. XVII)

A estrutura desses livros é muito similar convergindo, em geral, para uma mesma sequência linear de disposição dos conteúdos.

Na segunda categoria, identificamos autores que produziram livros de Cálculo para outras áreas que estudam o assunto e que não são as consideradas como sendo de Ciências exatas, como as áreas de Ciências Biológicas, Economia e Administração de Empresas e, de maneira mais geral, em Ciências Sociais. Sua principal característica em relação aos livros da categoria anterior é a preocupação de seus autores em explicar o que é Cálculo e qual o seu propósito a partir de exemplos na sua área e de esclarecer, mais detalhadamente, as potencialidades do assunto na resolução de problemas. Nessa categoria, as obras selecionadas foram: Batshelet (1978), Weber (1986) e Whipkey, Whipkey (1982).

Na terceira categoria, identificamos e selecionamos os livros-textos cujos autores tiveram uma proposta diferente das anteriores, apresentando uma estrutura mais formal, com mais ênfase na definição precisa e na demonstração de teoremas, sugerindo um curso preparatório para a disciplina Análise Matemática, exclusiva dos Cursos de Matemática.

[2] O ano aqui se refere a obra analisada e não a data referente ao ano de publicação da obra no original.

Os livros-textos dessa categoria possuem, como característica principal, o fato de que seus autores não renunciarem a um certo grau de formalismo na escrita com mais ênfase na definição redigida de maneira precisa, na demonstração de teoremas e na ausência ou número reduzido de aplicações fora da matemática. A estrutura do livro é axiomático-dedutiva e remete à estrutura dos livros de uma outra disciplina matemática, a saber: a Análise Matemática. Nessa categoria, as obras selecionadas foram: Romano (1981), Apostol (1985) e Guidorizzi (1985).

O livro de Guidorizzi (1985) intitulado Um Curso de Cálculo é um representante dessa categoria. Apesar de ser um livro de Cálculo Diferencial e Integral sua estrutura sugere uma proposta de uma disciplina preparatória para o estudo da Análise Matemática. Seu primeiro capítulo sobre números reais, por exemplo, sugere ver esses números como elementos de um corpo ordenado completo. Parcialmente, na contramão dessa perspectiva, Romano (1981) em seu livro Cálculo diferencial e integral (funções de uma variável) discute o que é Cálculo, mas sem se afastar da estrutura dos livros dessa categoria.

A terceira fase da análise dos livros foi caracterizada por identificar aquelas obras que nos permitissem responder a nossa questão de investigação. Poderíamos ter feito essa pergunta já na primeira fase e excluir os livros que não nos ajudassem a responder à questão. Porém, por opção metodológica de proceder uma análise mais fina das obras, optamos por não seguir esse caminho. Entendemos que essa opção foi acertada pois nos permitiu criar as três categorias anteriores, a partir da leitura de todos os livros-texto selecionados.

Nessa fase, então, excluímos nos livros da categoria I as obras de Leithold (1977) e Swokowski (1994) por não fazerem nenhuma menção à nossa questão. Nas obras da categoria II, todos os livros selecionados passaram à próxima fase de nossa análise. Nas obras de categoria III, observamos que por serem escritos por matemáticos de formação, esses livros são prioritariamente voltados à formação do futuro matemático. Por esse motivo, os autores podem não achar relevante e nem necessário esclarecer sobre questões do tipo: “O que é cálculo? Porém, quando tratam essa questão, isso acontece, em geral, no prefácio do livro.

Em Guidorizzi (1985), por exemplo, não existe, no prefácio, nem no corpo do livro nenhuma menção sobre o que vem a ser o estudo de Cálculo Diferencial e Integral. Ao analisar o livro mais detidamente, observamos que na introdução aos temas derivadas e integral de Riemann – momento em poderia haver alguma menção ao que nos interessa saber – o autor reúne os elementos matemáticos necessários para se chegar às definições formais. Por este motivo, excluímos esta obra da próxima fase e focamos nossa análise em Romano (1981). Na continuação, considerando que o texto de Apostol (1985) possui uma estrutura muito similar à proposta por Romano, optamos por analisar só o segundo.

No texto que desenvolveremos na seção seguinte, apresentaremos alguns recortes retirados dos livros-textos e, com propósito didático e por coerência teórica, consideraremos o texto escrito como sendo o resíduo da enunciação dos autores. O motivo desse procedimento metodológico é de sugerir que, para nós, sempre existe um sujeito da enunciação que produziu significados e que gerou aquele texto, o livro.

4 O que é o ensino de Cálculo Diferencial e Integral: a perspectiva dos autores

Iniciamos nossa análise pelos livros-texto da primeira categoria. Simmons (1987), no livro Cálculo com Geometria Analítica, comenta no prefácio que o "livro pretende ser um texto de Cálculo que possa ser usado em toda a espécie de curso superior em qualquer nível". (SIMMONS, 1987, p. XV). Ressalta que a obra foi projetada para estudantes de Ciências, Engenharia ou Matemática, mas que também se destina a estudantes de Ciências Humanas (como por exemplo, Filosofia e História) e Ciências Sociais (Economia, por exemplo). Sobre a proposta do livro e sua preocupação com os estudantes, o autor comenta:

> O texto em si [...] é tradicional na matéria e na organização. Dei grande ênfase à motivação e à compreensão intuitiva, e os refinamentos da teoria foram negligenciados. A maioria dos estudantes revela impaciência com a parte teórica do assunto, e com razão, pois a essência do Cálculo não está em teoremas e em como prová-los, mas nos instrumentos que fornece e na forma de utilizá-los. Meu propósito maior foi o de apresentar o Cálculo como arte poderosa de resolver problemas, arte que é indispensável em todas as ciências quantitativas. Naturalmente, desejo convencer o estudante de que instrumentos-padrão do Cálculo são razoáveis e legítimos, mas não às custas de transformar o assunto numa disciplina lógica enfadonha, dominada por definições supercuidadosas, apresentações formais de teoremas e provas meticulosas. É minha esperança que toda a explicação matemática nestes capítulos pareça ao estudante atento ser tão natural e inevitável quanto a água que flui no leito do rio. O objetivo principal do texto é explorar assuntos para os quais o Cálculo é útil – o que ele nos possibilita fazer e compreender – e não qual é a sua natureza lógica, quando encarado do ponto de vista especializado (e limitado) do matemático puro moderno. (SIMMONS, 1987, p. XVI)

Essa perspectiva de Simmons deixa clara a concepção do que deve ser um curso de Cálculo, cuja concepção é reforçada quando, no capítulo 1 do livro intitulado *Números, Funções e Gráficos*, ele comenta:

> O Cálculo é o ramo da Matemática cujo principal objetivo é o estudo do movimento e da variação. É um instrumento indispensável de pensamento em quase todos

> os campos da ciência pura e aplicada – em Física, Química, Biologia, Astronomia, Geologia, Engenharia e até mesmo em algumas ciências sociais. Tem também muitas aplicações importantes em outras partes da Matemática, especialmente na Geometria. Qualquer que seja o padrão de medida, os métodos e as aplicações do Cálculo estão entre as maiores realizações intelectuais da Civilização. (SIMMONS, 1987, p. 1)

Nesse primeiro capítulo, Simmons se mostra coerente como o seu propósito de apresentar um texto tradicional na matéria e na organização e, também, na perspectiva não-formal do texto. Ele apresenta os números reais, suas principais propriedades e a noção de função. Sobre o objeto função, ele afirma que “Os principais objetos de estudo do Cálculo são Funções” e reforça a importância desse objeto matemático ao dizer: “O conceito de função é tão vitalmente importante para todo o nosso trabalho que devemos batalhar muito para torná-lo claro, para além de qualquer possibilidade de confusão” (SIMMONS, 1987, p.1).

Notamos que o autor, no título do capítulo 1, coloca como tendo o mesmo status números, funções e gráficos de funções, e sobre os gráficos, ele comenta:

> Os chineses têm um provérbio que exprime uma verdade fundamental acerca do estudo da Matemática: “Uma boa figura vale mais que mil palavras”. Em nosso estudo de funções, ele se aplica a desenhar gráficos. Acrescentamos que devemos cultivar o hábito de pensar graficamente até o ponto em que isto se torne automático. (SIMMONS, 1987, p.1)

Simmons sugere o que muitos professores que ensinam Cálculo praticam em suas salas de aula, quando buscam uma maneira de contornar o formalismo, fazendo seus alunos olharem para os gráficos das funções para decidir sobre várias questões conceituais e operatórias. Ele diz isto textualmente, ao comentar:

> [...] muitos aspectos básicos de uma função tornam-se transparentes ao se esboçar seu gráfico. Estamos menos interessados em esboços de grande precisão do que naqueles que mostram aspectos gerais e amplos: onde o gráfico está em ascensão e onde está em decréscimo; a presença de falhas; a presença de pontos altos e pontos baixos; qual a sua forma aproximada. [...] Mas não devemos nunca esquecer que o principal objetivo da Matemática é a compreensão, e os gráficos são instrumentos valiosos para se obter uma compreensão visual das características individuais das funções. (SIMMONS, 1987, p. 56)

Com estes comentários, Simmons apresenta sua proposta de como vai encaminhar o seu curso e novamente esclarece a sua produção de significados para o que seja o Cálculo:

> O cálculo é usualmente dividido em duas partes – cálculo diferencial e cálculo integral -, sendo que cada um tem sua própria terminologia não-familiar, notação enigmática e métodos computacionais especializados. Acostumar-se a tudo isso exige tempo e prática, processo semelhante ao de aprender uma nova língua. (SIMMONS, 1987, p. 56)

O autor então descreve o Cálculo a partir de seus problemas geométricos históricos como o estudo do método para determinar quantidades importantes associadas a curvas:

> Quase todas as ideias e aplicações do Cálculo giram em torno de dois problemas geométricos [...]
>
> Problema 1. O problema básico do cálculo diferencial é o problema das tangentes: calcular o coeficiente angular da reta tangente ao gráfico num ponto dado P.
>
> Problema 2. O problema básico do cálculo integral é o problema das áreas: calcular a área debaixo do gráfico, entre os pontos $x = a$ e $x = b$. (SIMMONS, 1987, p. 69)

Com isso, ele sugere a divisão tradicional do Cálculo em duas partes distintas: o cálculo diferencial e o cálculo integral.

Quando buscamos a produção de significados de outros autores dessa mesma categoria para o que é o Cálculo, identificamos significados sendo produzidos bem próximos em sua concepção. Por exemplo, Al Shenk (1988) em seu livro Cálculo com Geometria Analítica, escreve:

> O Cálculo é a ferramenta para resolver problemas que não podem ser resolvidos por outros meios. A aritmética e a álgebra são tudo o que você precisa para determinar o movimento de um carro que percorre uma estrada reta, se as forças que atuam sobre ele são constantes, mas, se a estrada é curva e as forças variam, você precisa do Cálculo. A Geometria será suficiente para calcular a área de um círculo ou o volume de um cone, mas, para determinar a área limitada por uma parábola ou o volume de uma lente não-esférica, você precisa do Cálculo. (SHENK, 1088, p. 16)

Note que o autor considera o Cálculo como um instrumento de resolução de problemas. E sugere que a natureza desses problemas a que faz menção, não podem ser resolvidos pela matemática aprendida pelo estudante até aquele momento. Mais especificamente, sugere que existem problemas que envolvem movimento e que serão tratados pelo Cálculo Diferencial e aqueles problemas relacionados a um determinado tipo de área que não é possível calcular pela geometria euclidiana que será tradado pelo Cálculo Integral.

Esse texto produzido pelo autor tem grande potencialidade de não passar de um resíduo de enunciação para o estudante ingressante em um primeiro curso de Cálculo. Ele faz todo o sentido para aquele que já "assistiu muitas vezes o filme" chamado Cálculo Diferencial e Integral, mas para quem não sabe do que se está falando, não há produção de significados possível antes que o tema seja estudado. Por outro lado, observamos uma identificação entre Simmons e Ak Shenk para o que é o objeto Cálculo e, portanto, como se dá o seu ensino.

Finney et al. (2002) no livro denominado Cálculo de George B. Thomas Jr., fazendo reverência a um livro conhecido de Cálculo do autor George B. Thomas Jr, possivelmente tentando manter vivo e atualizado no mercado editorial um livro tradicional, diz o que é o Cálculo:

> O cálculo é a matemática dos movimentos e das variações. Onde há movimento ou crescimento e onde forças variáveis agem produzindo aceleração, o cálculo é a matemática a ser empregada. Isso era verdade quando essa disciplina surgiu e continua a valer hoje." (FINNEY, 2202, p. XV)

Os livros dessa categoria, quando analisamos a sua estrutura e proposta de ensino, identificamos em última instância que o discurso que entende a disciplina como ferramenta para resolver problemas fundamenta seu ensino no esforço do estudante em resolver muitos exercícios, com o objetivo de treinar as técnicas de derivação e integração apresentadas ao longo do texto. Além disso, o discurso dos três autores e, portanto, sua produção de significados, tem seu foco nas noções de movimento e variação como centrais no ensino de Cálculo.

Os livros da segunda categoria, como mencionamos, tem como principal característica o fato de ser escrito com o objetivo de formar estudantes de áreas diferentes da Ciências Exatas, tais como, economistas, biólogos, administradores de empresas e geólogos. Por exemplo, no livro de Weber (1986) intitulado Matemática para Economia e Administração, identificamos uma proposta diferente dos livros apresentados nas categorias anteriores e parte dessa obra é dedicada ao Cálculo Diferencial e Integral.

A importância desse livro reside no fato de trazer aplicações da disciplina nas áreas de Administração e Economia com problemas não encontrados em livros de Cálculo da primeira categoria e que podem ser explorados na formação do licenciando em Matemática. Por exemplo, a constatação de que muitas funções que surgem em Administração e Economia são funções discretas ou possuem descontinuidades finitas do tipo apresentada na função denominada "escada" e que são frequentemente representadas como contínuas por conveniência. Ou ainda, nesses livros podemos constatar que os Economistas usam polinômios de graus baixos para ilustrar fenômenos complicados como custo e rendimento. A explicação dada pelo autor sugere que é raro encontrar fórmulas para exemplificar fenômenos reais. Sendo assim, os economistas constataram que as teorias econômicas podem ser ilustradas frequentemente por polinômios de graus baixos em intervalos pertinentes, por exemplo, polinômios de terceiro grau que são fáceis o bastante de operar e permitem analisar comportamentos complexos.

Essas possiblidades, apresentadas por essas obras, trazem uma discussão importante para a formação dos estudantes e diminuem um pouco aquela certeza matemática que apresenta os assuntos do Cálculo como exatos e apenas em situações bem-comportadas. Além disso, identificamos em algumas dessas obras, que quando se discute integrais, o conceito de probabilidade é obtido por integração como a área sob uma curva; que é uma aplicação útil da integração definida; perspectiva que não identificamos nas outras categorias analisadas.

A perspectiva de Weber sobre o Cálculo foi expressa nos seguintes termos:

> O cálculo tem por objetivo a análise matemática da mudança e do movimento. Como no mundo tudo muda, o cálculo encontra, na verdade, aplicações em todas as áreas de pesquisa científica. É quase impossível exagerar a importância do cálculo, especialmente do cálculo diferencial, pois ele é uma base para a análise matemática. [...]
>
> As operações básicas do cálculo são a diferenciação e a integração; estas operações são inversas entre si, como a soma e a subtração, ou a multiplicação e a divisão. A diferenciação preocupa-se essencialmente em determinar a taxa de variação de uma dada função, e a integração preocupa-se essencialmente com o problema inverso: encontrar uma função quando sua taxa de variação é dada." (WEBER, 1986, p.133)

A fim de esclarecer sua afirmação anterior, Weber apresenta a seguinte explicação:

> Utiliza-se frequentemente a analogia com um filme cinematográfico, quando se discute os processos de diferenciação e integração. Um filme cinematográfico é uma série de figuras (estáticas), onde é comum cada uma delas ser quase imperceptivelmente distinta da vizinha; cada um destes fotogramas mostra o que foi filmado em dadas posições num determinado instante de tempo. Quando o filme é rodado a uma velocidade adequada, num projetor, as figuras se superpõem-se e é criada a ilusão de movimento. Da mesma forma, em síntese, a diferenciação fragmenta uma função em muitos pedaços (estáticos) infinitesimalmente pequenos e, então, analisa-a num determinado instante ou para um determinado valor da variável independente. A integração, por outro lado, soma os pedaços infinitesimalmente pequenos para obter a função. (WEBER, 1986, p. 133)

Essa maneira como Weber explica a diferenciação e a integração nos remete ao que Lins (1994) corretamente observou:

> [...] quando se encontra, com textos do matemático – livros-didáticos, por exemplo - as pessoas de fato produzem significados que não são os do matemático, mas que as tornam capazes de falar a partir daquele texto [...] (Lins, 1994, p. 37)

A importância do Cálculo e, em particular, do cálculo diferencial é apresentada por Weber quando comenta:

> Na Administração e na Economia, como a análise trata frequentemente da mudança, o cálculo é um instrumento extremamente valioso para os problemas que surgem aí. A análise marginal é, talvez, a aplicação mais imediata do cálculo à Administração e à Economia. A taxa marginal de variação ou variação na margem é expressa analiticamente como a primeira derivada da função relevante. O cálculo diferencial é também o método pelo qual são obtidos os máximos ou mínimos das funções. Assim, os problemas de maximizar o lucro ou minimizar o custo sob várias restrições pode ser resolvido, usando-se o cálculo. (WEBER, 1986, p.134)

Para Weber, a base do cálculo diferencial é a ideia de taxa de variação de uma função. Analisando mais localmente essa noção, ele afirma que: "O cálculo trata das variações infinitesimais pequenas nas variáveis independente e dependente. Matematicamente, tais variações são definidas, utilizando-se os conceitos de limite e continuidade que constituem o fundamento para a teoria do cálculo" (WEBER, 1986, p. 135).

O livro de Batschelet (1978) intitulado Introdução à Matemática para Biocientistas é um livro cujo objetivo é dar formação matemática a estudantes dos cursos de Ciências Biológicas. O autor inicia a apresentação do livro dizendo:

> As Ciências Biológicas estão rapidamente se tornando Ciências Exatas, quantitativas, graças ao uso progressivo de métodos matemáticos. O desenvolvimento dessas ciências depende, cada vez mais, de uma estreita cooperação entre biocientistas, físicos, químicos e engenheiros; uma cooperação possível apenas se cada qual compreender a linguagem dos demais. (BATSCHELET, 1978, apresentação)

Sobre o Cálculo Diferencial, Batschelet comenta que ele "é baseado na noção de taxa de variação. A noção aparece implicitamente em palavras, tais como, taxa de crescimento,

crescimento relativo, velocidade, aceleração, taxa de reação, densidade e inclinação de uma curva" (BATSCHELET, 1978, p. 217).

Para discutir esta afirmação, o autor apresenta vários exemplos de contextos biológicos – alguns discretos e outros contínuos – a fim de apresentar a noção de taxa de variação. Nesse processo, ele vai apresentando ao leitor informações importantes como o fato de que para se definir uma taxa de variação, a variável dependente não é necessariamente o tempo; que nem sempre é satisfatório considerarmos a média de uma taxa de variação, para concluir que "A transição de uma taxa média de variação para uma taxa "instantânea" de variação é a ideia básica do cálculo diferencial". (BATSCHELET, 1978, p. 221)

Na apresentação do cálculo integral o autor usa o mesmo procedimento anterior e sugere existir um conjunto de problemas, igualmente importantes para os biocientistas que vai levar a uma nova teoria e apresenta uma lista de exemplos das Ciências Biológicas. Na sequência, ele comenta: "Até agora, introduzimos as integrais como limites de uma soma. Agora queremos aprender como avaliar uma integral. A operação de calcularmos uma integral é chamada integração. Mostraremos que a integração é, em certo sentido, o recíproco da diferenciação [...]. (BATSCHELET, 1978, p. 240)

A obra de Whipkey, Whipkey (1982), intitulada Cálculo e suas múltiplas aplicações inicia fazendo uma breve análise histórica do Cálculo e como o próprio título propõe o foco dos autores está nas aplicações; em suas palavras:

> A eficiência do Cálculo tem origem em duas fontes. Primeiro, a derivada e a integral podem ser usadas para resolver uma grande variedade de problemas, em disciplinas as mais diferentes. A segunda fonte está na importância do Cálculo nos problemas que afetam a humanidade. Entre as aplicações atuais do Cálculo estão a construção de modelos abstratos para o estudo de Ecologia de populações, da Cibernética e seu impacto social sobre o homem, das práticas de Administração, Economia e Medicina. (WHIPKEY, WHIPKEY, 1982, p. 18)

Os autores afirmam que o livro é o resultado de suas experiências no ensino de Cálculo para estudantes de Economia, Comércio, Biologia e Ciências Sociais.

A produção de significados desses autores, de maneira bem próxima aos autores da categoria 1, também altera o Cálculo a partir das noções de movimento e variação. Weber diz que "a base do cálculo diferencial é a ideia de taxa de variação de uma função". Porém, o que os diferencia da perspectiva anterior é o foco nas aplicações reais em áreas específicas de interesse dos autores. Em especial, trazem à discussão problemas aplicados que possibilitam ao estudante uma ampliação da visão das potencialidades do Cálculo como ferramenta para resolução de problemas práticos.

Nos livros da terceira categoria, Romano (1981), em seu livro *Cálculo diferencial e integral* (funções de uma variável), ao introduzir a discussão sobre derivadas, afirma:

> Um dos conceitos básicos do Cálculo Diferencial e Integral é o de *derivada*. As ciências em geral tiveram grande impulso em seu desenvolvimento pela necessidade de resolução de problemas concretos. Os dois problemas práticos seguintes é que propiciaram a criação do conceito de *derivada*:
>
> 1.Determinar a equação da reta tangente a uma curva dada, num ponto dado.
>
> 2.Dada a lei horária do movimento de uma partícula vinculada a uma reta, isto é, uma equação s = f(t) que dá a posição da partícula sobre a reta em cada instante t, determinar a velocidade da partícula em cada instante.
>
> De início, as definições não tinham precisão. Já em 1629 Pierre Fermat fazia uma abordagem do primeiro problema tendo encontrado uma maneira de construir tangentes a uma parábola, e que continha explicitamente a ideia de derivada. Bem mais tarde é que se percebeu que os dois problemas tinham algo em comum e que a *ideia geral* que permitiria resolvê-los necessariamente levaria à noção de derivada num ponto." (ROMANO, 1981, p.206)

A perspectiva de Romano fica clara quando, após a introdução, ele diz: "Após esta breve digressão, vamos começar dando o conceito abstrato de derivada de uma função num ponto, mostrando depois como ela se aplica na resolução dos problemas a que já nos referimos e, também, na de outros". O autor, a partir da primeira seção, apresenta a teoria formalmente, demonstrando as proposições e uma possível aplicação a problemas concretos a que ele se refere, não acontece. Encontramos apenas alguns exercícios relativo à velocidade de uma partícula.

No capítulo intitulado Integral Definida, Romano introduz o assunto com a seguinte consideração:

> O verbo integrar pode ser usado em Cálculo com um dos dois significados matemáticos:
>
> 1."Dada uma função f, definida num intervalo I, *determinar* uma função F cuja derivada seja igual à função f, isto é, tal que F'(x) = f(x), para todo x pertencente a I."
>
> 2."Dada uma função f, definida no intervalo I, *calcular* o limite de somas de terminado tipo, construídas para f no referido intervalo."
>
> A operação em qualquer dos aspectos é denominada *integração*. O sentido matemático do segundo aspecto é amplamente ilustrado pelo cálculo de áreas limitadas por curvas, volumes de vários sólidos geométricos, comprimento de uma curva, trabalho de uma força e muitas outras aplicações. Os dois tipos de integrais são chamados, respectivamente, *integral indefinida* e *integral definida*. (ROMANO, 1981, p.333) (destaques do autor)

Observamos que Romano, para falar sobre o que é o Cálculo Diferencial e Integral, retoma os problemas históricos apenas como ele mesmo diz, fazendo uma breve digressão para depois falar sério, falar o que importa: apresentar a disciplina como teoria matemática.

Notamos que essa perspectiva é o caminho utilizado pela maioria dos autores de livros-texto de Cálculo dessa categoria. Em sua produção de significados expressa pelo texto escrito, colocam seu foco na Matemática como uma teoria axiomático-dedutiva. Essa concepção pode indicar que o interesse principal esteja na formação matemática do futuro matemático. Sem usar um nível de rigor excessivo, colocam a ênfase da apresentação em definições precisas, demonstrações de teoremas e fazem menção a aplicações, mas, em geral, são aplicações internas à teoria. Os exercícios apresentam questões técnicas que, em geral, precisam ser demonstradas pelos estudantes e nenhuma aplicação a outras áreas de conhecimento são apresentadas.

Em suma, nossa análise indicou três modos de produção de significados expressas pelos autores de livros-texto para o ensino de Cálculo Diferencial e Integral. A primeira propõe uma abordagem baseada na compreensão intuitiva em oposição ao refinamento teórico; vê o Cálculo como o estudo do movimento e da variação e, como consequência, como uma ferramenta poderosa para resolver problemas. Porém, na visão da disciplina como uma ferramenta, os autores sugerem que isto exige destreza e, como consequência, treino em técnicas.

A segunda perspectiva também vê o ensino de Cálculo como o estudo do movimento e da variação, mas sua ênfase está nas aplicações do Cálculo – baseado em problemas reais de diferentes áreas - e apesar de entender a disciplina como ferramenta, o foco não está na destreza e no treino de técnicas, mas na análise de problemas aplicados de diferentes áreas. Essa visão, que traz muitos elementos novos à discussão, que não aparecem quando se faz uma leitura apenas dos objetos matemáticos, é apresentada como em Romano (1981), Apostol (1985) e Guidorizzi (1985).

A terceira perspectiva expressa em seus modos de produção de significados para o que é o ensino de Cálculo é a perspectiva que concebe a disciplina como uma teoria matemática com o foco nos seus aspectos definicional, simbólico e internalista. Apesar de não usar um rigor excessivo, a direção em que esses autores concebem a disciplina se baseia no encadeamento lógico e numa discussão dedutiva dos conceitos e teoremas.

5 Considerações Finais

Nosso projeto de pesquisa, como mencionamos na introdução, tem como interesse último investigar o papel que deverá desempenhar a disciplina Cálculo Diferencial e Integral no processo de educar matematicamente estudantes em sua formação inicial no interior das Licenciaturas em Matemática.

A primeira importante constatação que identificamos em nosso estudo e que passa despercebido por muitos pesquisadores sobre o tema reside no fato de que em vários estudos sobre ensino de Cálculo observamos a manutenção de um discurso que coloca o conteúdo matemático - “O Cálculo” - em primeiro plano e a formação profissional ao qual a disciplina deveria estar subordinada, em geral, nem mesmo é considerada. O exemplo mais claro dessa perspectiva é o ensino generalista que coloca em uma mesma sala de aula alunos das Engenharias, das Licenciaturas e Bacharelados em Ciências Exatas com a proposta de um ensino enciclopédico com a falsa promessa que, em sendo assim, atende a todas as formações profissionais.

A discussão que trazemos nesse artigo é que os livros-textos, segundo nossa leitura das obras, evidenciam as concepções de seus autores sobre o que é o ensino de Cálculo.

Nessa direção, nossa análise dos livros-textos indicou três possíveis modos de produção de significados para o que é o Cálculo e como estas concepções se relacionam com o que é o seu ensino.

A conclusão a que chegamos é que nenhum desses modos de produção de significados e consequente proposta de ensino subliminares que sugerem – treinar técnicas, focar em aplicações ou estudar uma teoria axiomático-dedutiva – atendem, a nosso ver, uma boa proposta para a formação do futuro professor.

A questão que emerge como proposta diferenciadora do que estas perspectivas apresentam, é repensar a produção de livros que sejam didáticos e que tomem como ponto de partida para elaborá-los o pressuposto de que em primeiro plano deve estar a formação do Licenciando e, a partir daí, perguntarmos como a disciplina de Cálculo pode contribuir nesse processo de ensino para esta formação.

Além disso, a disciplina de Cálculo, quando pensada como fazendo parte da formação do professor, não deve focar apenas no conteúdo a ser ensinado, separada de questões metodológicas e epistemológicas, mas devem ser consideradas em conjunto. Isto é, não é de interesse para a formação de professores, por exemplo, manter o foco em uma única metodologia de ensino como as tradicionais aulas expositivo-explicativas e sem uma utilização de recursos computacionais.

Por outro lado, como Rezende (2003) nos esclareceu, as dificuldades de aprendizagem dos estudantes de natureza epistemológica estão associadas ao que ele denominou de cinco eixos que estruturam o ensino de Cálculo: o eixo discreto/contínuo, o eixo variabilidade/permanência, o eixo finito/infinito, o eixo finito/infinito, o eixo local/global e o eixo sistematização/construção e devemos levar isto em consideração.

O que nossa leitura desse estudo revela, a partir dos nossos pressupostos teóricos, é que o ensino de Cálculo não pode ser visto pelo professor apenas como um conjunto linear dos conteúdos a ser ensinado, mas como um domínio novo para o estudante, do qual emergem muitas noções nunca estudadas por eles e que envolvem as noções de movimento, variação, discreto, contínuo, o infinito como elucidou Rezende em sua tese de doutorado e que não são abordados em sala de aula. Por exemplo, talvez seja mais importante à formação do licenciando discutir a noção de infinito e de como os matemáticos controlaram esta noção do que aprender a resolver a uma grande variedade de técnicas de integração que podem ser rapidamente calculadas computacionalmente.

Obviamente, não estamos sugerindo, com essa afirmação, que descartaremos as informações valiosas que as obras analisadas trouxeram a partir da produção de significados dos seus autores. Existem ali informações importantes, mas como propôs Rezende (2003) devemos ir além dessas perspectivas. O problema a ser resolvido passa pelo desenvolvimento de um curso de Cálculo que, entre outras coisas, amplie os modos de produção de significados do futuro professor para a Matemática e que não seja o estudo do conteúdo pelo conteúdo.

Referências

APOSTOL, Tom. M. **Cálculo**. Vol.1. Rio de Janeiro: Reverté, 1985.

BATSCHELET, Edward. **Introdução à matemática para biocientistas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

COUY, Lais et al. Análise de livros-textos de cálculo quanto à utilização dos registros de representação semiótica. **Revista Mosaicum**, n.32, p.81-99, jul./dez/2020. Disponível em: https://revistamosaicum.org/index.php/mosaicum/article/view/445. Acesso em março de 2021.

FERRAZ, Ademir G. Análise de livros texto de Cálculo e uma proposta de alteração metodológica. **Revista Profissão Docente**, 9 (20), p.116-142, 2011. Disponível em: https://doi.org/10.31496/rpd.v9i20.238. Acesso em março de 2021.

FINNEY, Ross et al. **Cálculo de George B. Thomas Jr**. Vol.1. São Paulo: Addison Wesley, 2002.

GUIDORIZZI, Hamilton L. Um Curso de Cálculo. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1985.

JAMES, Glenn; JAMES, Robert C. (Ed.) **Mathematics Dictionary**. New York: D. Van Nostrand Company, Inc., 1949.

LEITHOLD, Louis. **O Cálculo com geometria analítica**. Vol.1. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1977.

LEONTIEV, Alexis. **O desenvolvimento do psiquismo**. São Paulo: Moraes, sd.

LINS, Romulo C. Epistemologia, História e Educação Matemática: tornando mais sólida as bases da pesquisa. **Revista da Educação Matemática da SBEM-SP**. Ano 1, nº 1, p. 75-91, 1993

LINS, Romulo C. O Modelo teórico dos campos semânticos: uma análise epistemológica da álgebra e do pensamento algébrico. **Revista Dynamis**, Blumenau, v1(7), p. 29-39, 1994.

LINS, Romulo C. **Struggling for survival: the production of meaning**. In: BSRLM. Meeting Sheffild (UK), Anais.... Sheffied: BSRLM, February, 1996.

LINS. Romulo C. **Por que discutir teoria do conhecimento é relevante para a Educação Matemática?** In: Bicudo, M.A.V. (org.) Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora da Unesp, 1999, p.75-94.

LINS. Romulo C. **The production of meaning for álgebra: a perspective basead on a theorical modelo f semantic fields**. In: Sutherland, R. et al. (Ed.) Perspective on school álgebra. London: Kluwer Academic Publishers, 2001, p.37-60.

LINS, R.C. **O Modelo dos campos semânticos: estabelecimentos e notas de teorizações**. In: Angelo, C.L. et al. (orgs.). Modelo dos Campos Semânticos e Educação Matemática: 20 anos de história. São Paulo: Midiograf, 2012.

RICHIT, Andriceli, RICHIT, Adriana, FARIAS, Maria M.R. **Cálculo Diferencial e Integral e Tecnologias Digitais: o que propõem os livros didáticos de Cálculo?** In: Educacion Matematica em las Américas 2015. Volumen 10: Algebra y Cálculo. Eds. Patrick Scott y Ángel Ruiz. México: Comitê Interamericano de Educacion Matemática (CIAEM), p. 36-45, 2015. Disponível em: http://ciaem-redumate.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol10AlgCalc.pdf. Acesso em março de 2021.

REZENDE, Wanderley M. O ensino de Cálculo: dificuldades de natureza epistemológica. 468p. 2003. **Tese** (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo.

ROMANO, Roberto. **Cálculo diferencial e integral** (funções de uma variável). São Paulo: Atlas, 1981.

SHENK, AL. **Cálculo com Geometria Analítica.** 2 ed. Rio de Janeiro: Campus, 1988.

SILVA, Lino M. et al. **O livro de cálculo diferencial e integral I.** SciELO Preprints. 2021, p. 01-13. Disponível em https://doi.org/10.1590/SciELOPreprints.2582 . Acesso em outubro 2021.

SIMMONS, George F. **Cálculo com Geometria Analítica**. Vol.1. São Paulo: McGraw-Hill, 1987.

SWOKOWSKI, Earl W. **Cálculo com geometria analítica**. 2ed. Vol.1. São Paulo: Makron Books do Brasil, 1994. [ver edição mais nova, pois não vou usá-lo]

WEBER, Jean E. **Matemática para Economia e Administração**. 2ed. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1986.

WHIPKEY, Kenneth L.; WHIPKEY, Mary N. **Cálculo e suas múltiplas aplicações**. 3 ed. Rio de Janeiro: Campus, 1982.