

O livro *Introdução ao Cálculo* dos D'Ambrosio: precursor do Pré-Cálculo?

Wagner Rodrigues Valente

Eliene Barbosa Lima

Circe Mary Silva da Silva

Wagner Rodrigues Valente

Livre Docente pelo Departamento de Educação e Professor da Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, São Paulo, Brasil.

<https://orcid.org/0000-0002-2477-6677>

✉ wagner.valente@unifesp.br

Eliene Barbosa Lima

Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências e Professora da Universidade Estadual de Feira de Santana, Feira de Santana, Bahia, Brasil.

<https://orcid.org/0000-0001-6928-5217>

✉ elienebarbosalima@gmail.com

Circe Mary Silva da Silva

Doutora em 1991 pela Universidade de Bielefeld (Alemanha), Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Pelotas, Rio Grande do Sul, Brasil.

<http://orcid.org/0000-0002-4828-8029>

✉ cmdynnikov@gmail.com

Recebido em 11/12/2023

Aceito em 22/12/2023

Publicado em 23/12/2023

Resumo: O artigo trata da continuidade do ensino de matemática entre os níveis secundário e superior. Em particular, analisa as relações entre matemática elementar e o Cálculo Diferencial e Integral - CDI. Para tal, lança mão de documentos do APUA – Arquivo Pessoal Ubiratan D'Ambrosio, tomando a obra “Introdução ao Cálculo”, escrita por Nicolau e Ubiratan D'Ambrosio na década de 1970. Conclui-se, depois da análise da relação entre a matemática elementar e os elementos do cálculo postos no livro, que a obra constituiu proposta precursora para disciplinas criadas posteriormente, nos cursos de licenciatura em Matemática, tendo em vista a preparação ao CDI.

Palavras-chave: Cálculo. História da Matemática. Matemática Elementar. Licenciatura. Formação de Professores.

The book *Introduction to Calculus* by D'Ambrosio: precursor to Pre-Calculus?

Abstract: The article deals with the continuity of mathematics teaching between secondary and higher levels. In particular, it analyzes the relationships between elementary mathematics and Differential and Integral Calculus - CDI. To this end, it uses documents from the APUA – Ubiratan D'Ambrosio Personal Archive, taking the work “Introduction to Calculus”, written by Nicolau and Ubiratan D'Ambrosio in the 1970s. It concludes, after analyzing the relationship between elementary mathematics and the

elements of calculus included in the book, that the work constituted a precursor proposal for subjects created later, in undergraduate courses in Mathematics, with a view to preparing for the CDI.

Keywords: Calculus. History of Mathematics. Elementary Mathematics. Graduation. Teacher education.

El libro *Introducción al Cálculo* de D'Ambrosio: precursor del precálculo?

Resumen: El artículo aborda la continuidad de la enseñanza de las matemáticas entre el nivel secundario y superior. En particular, analiza las relaciones entre la matemática elemental y el Cálculo Diferencial e Integral - CDI. Para ello, utiliza documentos del Archivo Personal APUA – Ubiratan D'Ambrosio, tomando la obra “Introducción al Cálculo”, escrita por Nicolau y Ubiratan D'Ambrosio en la década de 1970. Concluye, luego de analizar la relación entre matemáticas elementales y los elementos de cálculo incluidos en el libro, que el trabajo constituyó una propuesta precursora de materias creadas posteriormente, en los cursos de pregrado en Matemáticas, con miras a la preparación para el CDI.

Palabras clave: Cálculo. Historia de las Matemáticas. Matemáticas elementales. Graduación. Formación de profesores.

1 Considerações iniciais

A partir dos anos 2000, por meio de resoluções e pareceres¹, começou a haver, em diversos contextos brasileiros, uma mudança significativa na organização institucional e curricular dos cursos de licenciaturas responsáveis pela formação de professores da educação básica em nível superior, dentre eles, a licenciatura em matemática. Para esses cursos, estabeleceu-se uma carga horária mínima de 2800 horas, pela qual, primando pela articulação teoria e prática, deveria contemplar as seguintes dimensões: 400 horas de prática como componente curricular, 400 horas de estágio curricular supervisionado, 1800 horas destinadas para conteúdo de natureza científico-cultural e, ainda, 200 horas para o desenvolvimento de atividades acadêmico-científico-culturais (BRASIL, 2002b).

Até então, na licenciatura em matemática perdurava uma estruturação que seguia uma normatização da década de 1960, quando, pelo menos oficialmente mediante Parecer n.º 292/1962 (BRASIL, 1962), o curso tornou-se equivalente ao grau de bacharelado em matemática. Em outros termos, desfez-se o popularmente formato conhecido como 3+1², quando ao adquirir o diploma de licenciado, o bacharel teria que fazer mais um ano de curso de didática. Mas, na prática, a licenciatura em matemática continuava sendo um apêndice do bacharelado (LIMA, Eliene; SILVA, Maria Inês e OLIVEIRA, 2022).

Assim, nessa virada do milênio, é inegável que assistimos uma paulatina reconfiguração, em âmbito superior, sobre a formação do professor de matemática na escola básica, principalmente em decorrência da consolidação da educação matemática como campo científico e profissional.

Todavia, em comparação à década de 1960, há ainda um núcleo comum de disciplinas, as quais não apenas continuavam sendo obrigatórias para ambas as modalidades – bacharelado e licenciatura em matemática –, mas, também, postas como similares, portanto, podendo ser ministradas sem levar em consideração às especificidades de cada graduação. Este é o caso do ensino do Cálculo Diferencial e Integral (CDI), que figura na grade curricular dos cursos de matemática no Brasil desde os seus primórdios na década de 1930, quando ainda estava incluído na disciplina de análise matemática,

¹ Resolução CNE/CP n.º 1, de 18 de fevereiro de 2002, que instituiu diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores da educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena (BRASIL, 2002a); Resolução CNE/CP n.º 2, de 19 de fevereiro de 2002, que estabeleceu a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da educação básica em nível superior (BRASIL, 2002b) e Parecer n.º 1302, de 6 de novembro de 2001, sobre as diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura (BRASIL, 2001).

² A partir do Decreto n.º 3454 de 24 de julho de 1941, para obter o título de licenciado, seria necessário fazer mais um ano, que corresponderia ao curso de didática (BRASIL, 1941).

constituídos sob uma tradição europeia até pelo menos os anos de 1960. Conforme Silva e Circe (2000, p. 15)

Basicamente, pode-se dizer que os três pilares fundamentais do curso de bacharelado se apoiavam no ensino do Cálculo Diferencial e Integral, da Geometria e da Física. O programa de Análise Matemática do primeiro ano envolvia os conteúdos básicos do Cálculo Diferencial e Integral, semelhante aos programas ministrados atualmente nos cursos de licenciatura e bacharelado de Matemática e algumas noções de Álgebra Linear.

Justifica-se, geralmente, a sua permanência nos currículos recorrendo-se às suas várias aplicações em problemas tecnológicos e industriais de diversas áreas de conhecimentos como a engenharia, física, química e a economia, nos quais envolvem derivadas (taxas de variação, por exemplo, de crescimento populacional, de deslocamento e das temperaturas) e integrais (áreas e volumes de curvas quaisquer – tais como cálculo de excedentes do consumo e de produção de um dado produto ou, ainda, de volume de uma lâmpada incandescente comum).

A disciplina também é considerada um conhecimento base para estudos mais avançados ministrados no decorrer do curso, como equações diferenciais e análise real (ALÉSSIO, 2019; BARROS, 2013; LIMA, Gabriel, 2012; RAAD, 2012; LOVATTE *et al.*, 2015). De outra parte, o CDI, consolida-se como um componente curricular que apresenta alto o índice de reprovação e evasão em todos esses cursos³.

Dessa forma, na atualidade, visando resolver essa problemática, tornou-se recorrente a implementação de *cursos e disciplinas preparatórias*⁴, sob nomenclaturas diversas, tais como: Cálculo Zero, Pré-Cálculo, Matemática Básica e Introdução ao Cálculo.

Tais rubricas têm as mais variadas ementas, elaboradas em conformidade ao projeto pedagógico de cada curso que, apesar de ser regido por legislações nacionais, possui uma inerente e não desprezível relação com a identidade profissional de seu corpo docente. Mas, de modo geral, essas ementas não fogem da argumentação usual de que devem contemplar conteúdos considerados pré-requisitos para um bom desempenho na disciplina de CDI e, conseqüentemente, nas demais (REZENDE, 2003; RODRIGUES; DÖRR e MARÇAL, 2022; SANTOS e LIMA, Eliene, 2022; LIMA, Eliene; DYNNIKOV e VALENTE, 2022). Os conteúdos mais frequentes são: polinômios, funções reais e relações e identidades trigonométricas. Ainda assim, é possível ter estudos envolvendo conjuntos numéricos; frações; razão,

³ Mais informações, dentre outros, ver: (REZENDE, 2003; OLIVEIRA; RAAD, 2012; RODRIGUES; DÖRR e MARÇAL, 2022).

⁴ Não é uma realidade restrita aos cursos de matemática – Bacharelado e Licenciatura, mas também dos cursos de engenharias e ciência da computação, dentre outros. Maiores detalhes, ver o trabalho de Rodrigues, Dörr e Marçal (2022), que produziram um estudo sobre a oferta da disciplina Pré-Cálculo na licenciatura em matemática de instituições públicas da região centro-oeste do Brasil, fazendo uma breve historicização da inclusão desses cursos de “revisão ou nivelamento” também em outras áreas profissionais constituídas nas mais diferentes localidades.

proporção e regra de três; tópicos de geometria analítica (distância entre dois pontos do plano, equações de uma reta no plano etc.); equações e inequações; potenciação e radiciação e sequências numéricas, dentre outros (REZENDE, 2003; SAADI; MESQUITA e SILVA, Felipe, 2020; RODRIGUES; DÖRR e MARÇAL, 2022).

Alguns dessas rubricas preparatórias, ministradas aos graduandos que têm em sua grade curricular o ensino e aprendizagem do CDI, ocorrem como disciplinas obrigatórias logo no ingresso do estudante à universidade. Outras, são realizados como uma ação de programas antes do início do próprio semestre, a exemplo do curso de Pré-Cálculo realizado no âmbito do Programa Pró-Cálculo da Universidade Federal do Rio Grande do Sul desde o ano de 2002 (DOERING; NÁCUL; DOERING, 2012).
Seu objetivo

[...] é propiciar uma experiência que facilite a transição da Matemática do Ensino Médio para a de nível superior, em especial o Cálculo, pelo incentivo à compreensão dos conteúdos e pelo estímulo à expressão escrita dos argumentos e raciocínios utilizados na solução dos problemas. Desta forma, se busca fortalecer a autonomia e a autocrítica, tanto no estudo como na superação das dificuldades. (DOERING; NÁCUL; DOERING, 2012, [n.p.])

Diante desse contexto, nos últimos vinte anos, houve uma profusão de publicação de livros especificamente para atender a essa demanda de introdução ao estudo do CDI. Um exemplo é justamente o livro publicado proveniente desses cursos de Pré-Cálculo do Programa Pró-Cálculo. Conforme seus organizadores, tal livro, que teve a primeira edição em 2007, “[...] visa atender aos objetivos do Curso de Pré-Cálculo [...] e é a consolidação de apostilas anteriormente elaboradas para esse curso.” (DOERING; NÁCUL; DOERING, 2012, [n.p.])

Considerando retrospectivamente a produção de obras didáticas cujo objetivo remete à introdução ao Cálculo, já na década de 1970, o professor Ubiratan D’Ambrosio publicou um livro que traz indícios de ser uma proposta semelhante às modernas disciplinas de pré-CDI. Trata-se da obra *Introdução ao Cálculo*, editada em 1976, em parceria com seu pai, Nicolau D’Ambrosio, pela Cia. Editora Nacional.

A hipótese de que essa obra de D’Ambrosio objetiva a elaboração de cursos de pré-Cálculo motivou-nos a desenvolver uma análise histórica tendo em vista o desenvolvimento do projeto coletivo intitulado *O Cálculo Diferencial e Integral: uma análise das tentativas de sua escolarização*. Tal pesquisa analisa a presença do CDI no ensino elementar de Matemática. Trata-se de projeto apoiado pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), Edital Universal 2021.

Várias frentes de trabalho desse projeto estão sendo desenvolvidas considerando-se livros didáticos, arquivos pessoais, os chamados *cursos e disciplinas de pré-Cálculo*, dentre outros eixos da

pesquisa. Dessa forma, este texto analisa a obra escrita por Nicolau D'Ambrosio e Ubiratan D'Ambrosio (1976) na expectativa de contribuir com o desenvolvimento do projeto coletivo, especificamente, avaliar a hipótese de que os estudos sobre o CDI realizados pelos D'Ambrosio possam ser considerados como uma tentativa de construção do que hoje denomina-se *Pré-Cálculo*, um modo de introduzir os alunos do ensino superior nas rubricas do CDI. Para tanto, o presente estudo buscou responder a seguinte questão: Teria a obra *Introdução ao Cálculo* dos D'Ambrosio sido precursora do movimento que traz para a licenciatura uma nova disciplina que antecede ao início dos estudos do Cálculo, envolvendo limites e derivadas?

Seguindo essa perspectiva, na sequência, apresentamos informações sobre Ubiratan D'Ambrosio e sua formação profissional.

2 Sobre Ubiratan D'Ambrosio: formação e atuação profissional

Em 2021, aos 88 anos, faleceu Ubiratan D'Ambrosio, conhecidíssimo personagem brasileiro, ligado à Matemática, à Educação Matemática, à História das Ciências, à História da Matemática, dentre outras searas científicas. Até os últimos anos de sua vida, permaneceu ativo em suas atividades profissionais, exercendo a pesquisa e a docência pelo Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Estadual de São Paulo (MAZZITELLI, 2021) e comparecendo frequentemente à diversos eventos regionais, nacionais e internacionais promovidos, especialmente, pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), pela Sociedade Brasileira de História da Matemática (SBHMat), pela International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) e pelo Comité Interamericano de Educación Matemática (CIAEM).

Referenciado internacionalmente, em destaque, pelas suas contribuições nos campos da História da Matemática – prêmio Kenneth O. May pela Comissão Internacional de História da Matemática (2001) – e da Educação Matemática – Medalha Felix Klein pela ICMI (2005), Ubiratan D'Ambrosio, ciente desse seu prestígio crescente, reuniu, ao longo de sua vida, milhares de documentos que fizeram parte de sua vida profissional. Todo esse material, em tempos anteriores e recentemente (após sua morte), foi doado ao Centro de Documentação do Grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da Educação Matemática (GHEMAT-Brasil).

O acúmulo de documentos e guarda de diversos materiais ligados à sua vida profissional representa um mecanismo usual daqueles que buscam produzir certa imagem de si, inclusive quando concedem entrevistas e/ou depoimentos. Com Ubiratan D'Ambrosio não foi diferente, visto que tinha ciência de sua voz em diversos campos científicos em que atuava. Isto se dá, muitas vezes, por meio de

uma memória seletiva, construída na maturidade, fortemente influenciada pelas marcas de sua trajetória pessoal e profissional, seguindo uma ordem cronológica, sem sobressaltos, dilemas ou dúvidas, como se tivesse tido, no decorrer de suas ações, um objetivo predefinido, proveniente de uma personalidade e comportamento coerentes e estáveis (POLLAK, 1989; LEVI, 2001; PALLARES-BURKE, 2005).

Toda a vasta documentação acumulada carece ainda de narrativas sobre as várias facetas da trajetória pessoal e profissional de Ubiratan D'Ambrosio, relacionando-as ao ambiente social, político e educacional em que viveu e atuou, bem como ao que ele pensava e defendia quando produziu e reuniu esses escritos em cada época de sua trajetória.

Em 1951, o jovem Ubiratan D'Ambrosio ingressou no curso de Matemática da Seção de Ciências vinculada à Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) da Universidade de São Paulo, criadas em conjunto por meio do Decreto n.º 6283, de 25 de janeiro de 1934 (FFCL, 1953a). Graduou-se bacharel e licenciado em matemática no ano de 1954. Nessa época, o curso de bacharelado seguia uma tradição europeia, constituída por dois estilos diferentes de conceber e produzir o conhecimento matemático. Em um primeiro momento (1934-1942), isso ocorreu por meio da matemática italiana, que priorizava os métodos geométricos para construir as demonstrações matemáticas. O segundo correspondeu ao estilo matemático bourbakista (1945-1958), cujos métodos seguiam princípios algébricos abstratos e estruturalistas. (OLIVEIRA, 2007; LIMA, Eliene e DIAS, 2017). Mas, independentemente do estilo matemático que vigorava, o curso, em sua essência, “[...] consistia do estudo de conteúdos matemáticos produzidos e divulgados por pesquisadores em Matemática da época [...]” (OLIVEIRA, 2007, p. 56), sem quaisquer interlocuções com os conteúdos matemáticos ensinados na escola secundária.

Sobre esse contexto, Ubiratan D'Ambrosio, em suas muitas entrevistas e depoimentos, relembra que os professores ministravam poucas aulas e não reproduziam os conteúdos de livros matemáticos já publicados. As aulas se traduziam em momentos de criação sobre o desenvolvimento de uma determinada teoria, as quais, muitas vezes, eram transcritas sob notas de aulas e, posteriormente, transformadas em livros didáticos. Esse ritual de aulas foi seguido pelos seus professores-matemáticos brasileiros⁵, quando começaram a assumir a docência na FFCL (OLIVEIRA, 2007). De acordo com Oliveira (2007), as fichas das anotações das aulas feitas por Ubiratan D'Ambrosio refletem essa realidade. Em suas próprias palavras:

⁵ Edison Farah (1915-2006), Cândido Lima da Silva Dias (1913-1998), Benedito Castrucci (1909-1995), Luiz Henrique Jacy Monteiro (1918-1975), Omar Catunda (1906-1986), Fernando Furquim de Almeida (1913-1981), Elza Furtado Gomide (1925-2013) (OLIVEIRA, 2007).

Vemos nas fichas produzidas pelo Professor Ubiratan que eles estudavam conteúdos que hoje, de maneira geral, são vistos somente em cursos de pós-graduação em Matemática. Por exemplo, no curso de Álgebra do professor Jacy Monteiro, além de estudar todas as estruturas algébricas, viram também as álgebras e as extensões algébricas e transcendentais. No próprio curso de Análise Matemática, no segundo semestre do primeiro ano, estudaram efetivamente funções de n variáveis e a diferenciabilidade de tais funções, incluindo também o estudo de equações diferenciais. (OLIVEIRA, 2007, p. 73)

Em específico, a disciplina Análise Matemática, na qual incluía-se os estudos do CDI, continuava intersectando, ao menos até o final da década de 1950, os três anos do curso de Matemática, com poucas variações de conteúdo. Nesse período, Catunda era ainda o catedrático dessa disciplina, mas no primeiro ano, as aulas foram ministradas pela sua assistente, Profa. Elza Gomide⁶. Assim, Ubiratan D'Ambrosio foi seu aluno e já experiente, lembrou, convergindo ao que estava posto nos programas brevemente delineados anteriormente e com a percepção de Oliveira (2007), que “O curso era rigoroso, sendo o primeiro ano uma cobertura total do programa, abordando casos mais [específicos] e o segundo e o terceiro ano retomavam o curso completo, discutindo os casos mais gerais” (D'AMBROSIO, 2005 [n.p.]). Na sua amadurecida concepção, a análise matemática do primeiro ano foi a “espinha dorsal” de seu curso de bacharelado em matemática (OLIVEIRA, 2007).

No início da docência, D'Ambrosio em seus primeiros trabalhos no ensino superior, ainda como monitor, trabalhou na disciplina de Cálculo, na cátedra do Prof. Jaurès Cecconi, em 1958. Posteriormente, anos mais tarde, ministrou cursos sobre Cálculo, levando originais de seus escritos para a Cia. Editora Nacional, além de divulgar em nível internacional propostas para o ensino de CDI.

3 O livro *Introdução ao Cálculo: com revisão de matemática elementar*

Desde finais da década de 1950, os D'Ambrosio – pai e filho – estabeleceram parcerias em cursos de matemática para professores. Assim foi, por exemplo, o trabalho realizado com promoção da CADES - Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário. Trata-se de certificar, por meio de cursos, professores de matemática, já na ativa, leigos, sem licenciatura. De algum modo, tais cursos propiciaram a elaboração de apostilas que, sistematizadas, deram origem a livros didáticos de matemática. Assim, a parceria com o pai Nicolau D'Ambrosio também se configurou na elaboração de

⁶ Foi estudante do curso de física de 1942 a 1944. Em 1945 fez o terceiro ano em ciências matemáticas, obtendo a formação de física-matemática. Elza Gomide, a partir de 1945, configurou como assistente de Omar Catunda. Isto se prolonga, pelo menos, até o ano em que ele se aposentou, ou seja, 1962. Doutorou-se em 1950 defendendo uma tese em álgebra intitulada *Sobre o teorema de Artin-Weil*, trabalhando diretamente sob a orientação, não oficial, do bourbakista Jean Delsarte. Obteve seu pós-doutorado pelo *Institut Henri Poincaré* no ano de 1962. Aposentou-se compulsoriamente, em 1995, como professora assistente doutora da USP, mas continuou prestando os seus serviços nos cursos de graduação e pós-graduação dessa Instituição até por volta do ano de 2002. (GOMIDE, 2003, 2005; FFCL, 1953b, 1952a, 1952b; PIRES, 2006; SILVA, Clóvis, 2007).

obras como a publicação do texto *Matemática Comercial e Financeira*, em 1957 (DUARTE e BORGES, 2007). Esta obra transformou-se em verdadeiro *best-seller* tendo em vista o número de edições por ela alcançado⁷. Tempos mais tarde, em 1976, também em parceria com o pai, Ubiratan D'Ambrosio publicou a obra *Introdução ao Cálculo: com revisão de matemática elementar*. No ano anterior, Ubiratan D'Ambrosio, sozinho, escreveu o livro *Cálculo e Introdução à Análise*. Para o que interessa este artigo, fixaremos atenção no livro publicado em 1975.

Desde o Prefácio, os autores previnem o leitor que o livro "[...] destina-se sobretudo a estudantes dos cursos de licenciatura em ciências de curta e longa duração" (D'AMBROSIO, Nicolau e D'AMBROSIO, Ubiratan, 1976, p. VII). Naquela conjuntura, desde o ano de 1964⁸, estava vigente a Licenciatura Curta em Ciências⁹ e, a partir de 1974, foi instituída em continuidade a essa modalidade, a Licenciatura Plena em Ciências, com habilitações específicas em Matemática, Física, Química e Biologia, podendo o professor atuar no ensino do segundo grau¹⁰ (LIMA, Eliene; SILVA, Maria Inês e OLIVEIRA, 2021). Os dois cursos eram voltados para formar professores "[...] para as atividades, área de estudo e disciplinas do ensino de 1º e 2º graus relacionadas com o setor científico" (BRASIL, 1974a, p.110). Contudo, pela própria legislação, seguiram estruturação e perspectivas diferentes. Na Licenciatura Curta em Ciências costumava-se privilegiar saberes matemáticos vigentes na matriz curricular das escolas de Primeiro e Segundo graus, inclusive fazendo uso de livros didáticos para esse universo escolar de autores como Gelson Iezzi, Castrucci, Scipioni e Bonjorno. Por sua vez, a Licenciatura Plena em Ciências seguiu mais próxima da racionalidade do ambiente universitário, conforme ao que preconizava o próprio Parecer n.º 1687/1974¹¹, que apontava não apenas as disciplinas a serem ministradas, mas também, os seus respectivos conteúdos mínimos. Neste caso, tomavam-se como referência livros voltados para o ensino superior, como por exemplo, o livro de Piskunov para o ensino de CDI.¹² Caracterizava-se dessa forma, também, um hiato acerca de livros didáticos publicados de forma que fosse possível estabelecer

⁷ Carlos Rizzi, gerente editorial da Cia. Editora Nacional, em carta à Ubiratan D'Ambrosio, presente no APUA, e datada de 1º de março de 1980, informa a aprovação da 28ª edição do livro, com tiragem de cerca de trinta mil exemplares. (RIZZI, 1980).

⁸ Buscava-se ampliar, em um curto espaço de tempo, o número de professores para elevar o acesso de jovens em idade escolar às escolas. (BRASIL, 1964 apud NASCIMENTO, 2012).

⁹ A partir de 09 de outubro de 1964, sob condições emergenciais, constituiu-se a Indicação S/N (BRASIL, 1964 apud NASCIMENTO, 2012), que tratou sobre exame de suficiência e formação do professor polivalente para o ciclo ginasial (hoje, os quatro anos finais do Ensino Fundamental). No entanto, esses cursos se tornaram regra a partir de 11 de julho de 1974, mediante a Resolução n.º 30, que fixou os conteúdos mínimos e a duração dos cursos de Licenciatura em Ciências. Além disso, determinou a criação da Licenciatura Plena em Ciências (BRASIL, 1974a).

¹⁰ Na atualidade, Ensino Médio.

¹¹ Publicado em 7 de junho de 1974, que dissertava sobre os conteúdos mínimos e a duração do curso de Licenciatura em Ciências (BRASIL, 1974b)

¹² Este foi o caso, por exemplo, vivenciado na Universidade Estadual de Feira de Santana. Mais informações, ver: (LIMA, Eliene, SILVA, Maria Inês e OLIVEIRA, 2021).

uma articulação entre os conteúdos matemáticos presentes no ensino de primeiro e segundo graus e aqueles vigentes nas universidades. A obra dos D'Ambrosio parece se encaixar nessa realidade, ao justificarem que:

Sentimos há muito a necessidade de um tratamento intermediário entre os cursos de 2o. grau e os cursos universitários que, sem perder de vista os objetivos do ensino superior, aceitasse como realidade a necessidade de uma revisão daqueles assuntos de matemática elementar de 1o. e 2o. graus que são de importância fundamental para o trabalho em nível superior. (D'AMBROSIO, Nicolau e D'AMBROSIO, Ubiratan, 1976, p. VII)

Está aí caracterizada, ao que parece, a iniciativa posterior, em vários cursos, que acabou ganhando títulos como *Pré-Cálculo*, *Matemática Elementar* etc. Análises posteriores a serem desenvolvidas neste texto poderão melhor ou não aprofundar tal consideração.

Seguindo as observações iniciais, os autores informam que iniciarão a obra com "[...] o que pode existir de mais elementar em aritmética e, ao mesmo tempo, de mais fundamental para aplicações de matemática às várias ciências. Referimo-nos às razões e proporções, regra de três e uma sua aplicação de importância no estudo das ciências naturais, que são as ligas metálicas" (D'AMBROSIO, Nicolau e D'AMBROSIO, Ubiratan, 1976, p. VII).

Os autores explicam que o termo "introdução" foi usado no título num sentido mais amplo, o qual visa a apresentação de métodos imprescindíveis ao estudo do cálculo - mais generalidade e menos técnicas (D'AMBROSIO, Nicolau e D'AMBROSIO, Ubiratan, 1976). Ressaltam que essa introdução busca fornecer uma ideia da aplicabilidade do cálculo aos fenômenos da natureza e aos problemas socioeconômicos. Tais aspectos convergem com indicações presentes no Parecer n.º 1687/1974 referentes à Licenciatura Curta em Ciências. Nele, diz-se que:

De cada uma destas cinco "matérias" [Matemática, Física, Química, Geologia e Biologia], considerando o sentido e a destinação da parte comum, deverão focalizar-se os conceitos fundamentais com fenômenos básicos e suas interrelações; aspectos especiais de metodologia como aplicações do "Método Científico [sic]; relações teóricas e práticas com outras ciências; contribuição para o bem-estar da Humanidade e importância atual para o progresso sócio-econômico. (BRASIL, 1974b, p. 221)

O livro *Introdução ao Cálculo: com revisão de matemática elementar* de Ubiratan D'Ambrosio e Nicolau D'Ambrosio de 1976, conforme justificado no Prefácio, procura apresentar um "[...] tratamento intermediário entre os cursos de 2º grau e os cursos universitários" (D'AMBROSIO, Nicolau e D'AMBROSIO, Ubiratan, 1976, p. VII). Esta proposta de aproximação do ensino secundário e superior remonta à Felix Klein (1849-1925), no início do século, quando este argumentava a descontinuidade entre os dois níveis de escolaridade e propunha como solução, incluir no ensino secundário, tópicos do

ensino superior como função, limite, derivada e integral. As ideias deste matemático foram revolucionárias e mais de cem anos após apresentá-las no livro *Matemática Elementar desde um ponto de vista superior*, continuam a despertar a atenção dos pesquisadores como (JAHNKE *et al.*, 2022; SCHEINER e BOSCH, 2023), ou seja, não perderam a sua atualidade¹³.

A proposta de D'AMBROSIO, Nicolau e D'AMBROSIO, Ubiratan (1976) desloca-se, ao que parece, noutra direção, a transição do escolar para o universitário. Assim, isso dar-se-ia pela reintrodução de assuntos da matemática escolar no ensino superior da disciplina de Cálculo Diferencial e Integral. Dessa maneira, dizem os autores, que a proposta é partir daquilo que consideram o mais elementar – razões, proporções e regra de três, dando sempre um “[...] tratamento elementar e recapitulativo”, prosseguindo uma revisão dos elementos de cálculo algébrico, álgebra linear, matemática discreta, matrizes, progressões, análise combinatória e noções de probabilidade” (D'AMBROSIO, Nicolau e D'AMBROSIO, Ubiratan, 1976, p. VII).

4 A organização do livro *Introdução ao Cálculo: com revisão de matemática elementar*

Na análise do livro, tem-se o Sumário que permite observar como a obra foi estruturada. Ela consta de um Prefácio, como já mencionado, e as partes que organizam o texto, a saber: 1ª Parte: Revendo aritmética básica: proporções, grandezas proporcionais, números proporcionais; 2ª Parte: Complementos de matemática elementar: Capítulo 1: noções de teoria dos conjuntos; Capítulo 2: rudimentos de álgebra; Capítulo 3: matrizes e aplicações; Capítulo 4: progressões; Capítulo 5: logaritmos, função exponencial, análise combinatória, probabilidades, binômio de Newton; 3ª Parte: Introdução ao cálculo: funções, derivadas, integração; Apêndice 1: exercícios; Apêndice 2: tábuas de logaritmos, derivadas e primitivas.

Diante dessa organização, e tendo em vista o subtítulo da obra *Com revisão de Matemática Elementar*, caberia indagar que papel teve essa revisão em termos do ensino de CDI. Por que os autores selecionaram determinados conteúdos ensinados no curso secundário, atual Ensino Médio, para revisão e não outros?

A primeira parte da revisão inclui o tema "Proporções", com diversos problemas que evidenciam a relação de dependência entre duas grandezas (D'AMBROSIO, Nicolau e D'AMBROSIO, Ubiratan,

¹³ Bosch (2023, p. 769) apresentou seu entendimento de elementar: “O elementar pode, então, ser entendido como os conceitos fundamentais da matemática, que estão relacionados com a disciplina como um todo e correspondem à sua arquitetura recém – estruturada”. A caracterização dessa elementaridade fomentou importantes construtos didáticos na área de Educação Matemática.

1976). Trata-se da centralidade da ideia de dependência, cerne do conceito de funções. Nos idos dos anos 1930, o professor Euclides Roxo, em propostas baseadas no trabalho de Félix Klein, já defendia a introdução, desde o antigo ginásio, do conceito de função de modo intuitivo, tendo em vista as ideias de proporcionalidade. Assim, revisar o tema, vindo do ensino elementar, refere-se a uma opção dos autores de *Introdução ao Cálculo* de enlace com o desenvolvimento do estudo de funções, definidas, em um primeiro momento, a partir da ideia associada à variação, exemplificada por meio de problemas de natureza prática. Assim, escreveram:

Se duas variáveis, isto é, elementos genéricos do conjunto com o qual estamos trabalhando, são relacionadas de modo que a cada valor atribuído à primeira corresponde um ou mais valores à segunda, dizemos que esta variável é função da primeira. A primeira é chamada variável independente e, a segunda, dependente. Por exemplo: 1) o custo de uma mercadoria (variável dependente) é função do custo da produção (variável independente); mas, também, é função de outros fatores como: transporte, impostos, etc., 2) o juro produzido (variável dependente) por um capital (constante), à taxa fixa (constante), é função do tempo (variável independente) durante o qual está empregado o capital. (D'AMBROSIO, Nicolau e D'AMBROSIO, Ubiratan, 1976, p. 40)

No entanto, os autores sinalizam que há diversos tipos de funções sem uma aparente interpretação prática, constituídas apenas pela própria lógica interna da matemática. Dessa forma, em outra parte da obra, já na parte denominada *Introdução ao cálculo*, retomam o conceito de função, mas associado “à correspondência entre conjuntos”, isto é, empregando uma abordagem conjuntista, inaugurada pelo Grupo Bourbaki. Essa abordagem justifica a breve abordagem, com intuito de revisão, das “noções da teoria dos conjuntos”, colocada na segunda parte do livro, representando o Capítulo 1.

Nesse âmbito, ao tratarem dos temas relativos ao Cálculo, os autores consideraram que:

Uma função associa a elementos de um conjunto elementos de um outro conjunto. Esta associação ou correspondência é uma função. Em outros termos, dados os conjuntos X e Y (eles poderiam ser iguais!), uma função f de X em Y , em símbolos: $f: X \rightarrow Y$, é uma lei ou regra que a cada elemento a de X faz corresponder um único elemento b de Y . Para indicar que b veio de a pela função f adotamos a notação $b = f(a)$. (D'AMBROSIO, Nicolau e D'AMBROSIO, Ubiratan, 1976, p. 109)

Os D'Ambrosio (1976) conduzem essa discussão para destacar a importância do estudo de funções “cujo gráfico é uma linha reta”, chamando atenção para o problema de determinação da sua expressão algébrica. Há, portanto, um real objetivo para que os autores retomassem o conceito de função. Eles almejavam abordar como encontrar essa função polinomial do primeiro grau, que tem como gráfico uma reta. Aqui, também, podemos considerar que na revisão de matemática elementar, no item “rudimentos de álgebra”, os autores tenham dado destaque aos polinômios. Junto a isso, a revisão de matrizes e sistemas lineares levará à compreensão, mais adiante, das derivadas. Será o uso da técnica

de linearização fundamental para a definição das derivadas: “[...] isto é, substituir funções por outras funções que ‘aproximem’ a função dada e sejam lineares [...]” (D’AMBROSIO, Nicolau e D’AMBROSIO, Ubiratan, 1976, p. 126). Para tanto, recorreram ao cálculo diferencial de Isaac Newton, mostrando que a tangente ao gráfico de uma dada função $f(x)$ em um determinado ponto seria precisamente a função linear procurada. Trata-se de uma exposição que vai ao encontro das ideias defendidas por Klein (2011) para a introdução do CDI em nível escolar. Por essa sua perspectiva, Klein (2009) considerava que todo o ensino escolar deveria ser centrado no conceito de função. Para ele, tal conceito era

[...] o fundamental em tudo aquilo em que o pensamento matemático é utilizado. A sua introdução no ensino deveria ser feita assim que possível através da utilização sistemática do método de representação gráfica de relações funcionais no plano da variáveis (x,y) , que se utiliza hoje sistematicamente em todas as aplicações práticas da matemática. [...] Depois o ensino deve ir progredindo até ao cálculo infinitesimal, contemplando nesta área o suficiente para que um naturalista ou um técnico de seguros possam recolher no conhecimento escolar as ferramentas matemáticas indispensáveis ao seu trabalho. (KLEIN, 2009, p. 4-5)

A presença das Progressões, no Capítulo 4, da revisão de matemática elementar, traz importante contribuição para o desenvolvimento posterior da ideia de limite. Considerando o conteúdo de Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas no curso secundário; e, ainda, tendo em vista que o ensino desse tema inclui sempre a ideia intuitiva de limite para a soma dessas progressões, tal revisão permite a continuidade do uso intuitivo de limites na parte relativa aos elementos do Cálculo.

Assumindo que todos os estudantes têm intuitivamente uma noção do que é aproximação, os autores começam com um exemplo e introduzem simultaneamente os conceitos de derivada e limite, sem uma formalização, mas partindo da ideia de que existem funções que podem ser aproximadas por funções lineares.

O exemplo utilizado é o da função $f(x) = 2x^2 - x$ que vem acompanhada de uma representação gráfica. O exemplo é formulado na forma de um problema: “[...] dada a função $f(x)$, queremos achar uma função que seja linear e que, *próxima a um ponto dado*, no nosso caso $(1, f(1))$, *aproxime a dada função*” (D’AMBROSIO, Nicolau e D’AMBROSIO, Ubiratan, 1975, p. 127).

Myers (1992, p. 3) constata que, “[...] os livros didáticos são vistos como o fim do desenvolvimento de um fato, não como o início do desenvolvimento de um cientista”. Apresentar derivada pela definição e só após dar sua interpretação geométrica, segue exatamente essa proposta. Esta tendência é aquela que os D’Ambrosio (1976) procuram fugir. Para apresentar a ideia de derivada, eles iniciam com a ideia de aproximar uma função por outra função, no caso, a da função linear que dará uma interpretação geométrica mais convincente para se aprender derivadas num curso ou disciplina inicial, seguem-se os conceitos de limite, derivada, declividade e tangente.

5 Considerações finais

O desafio de continuidade, de verdadeira propedêutica entre o ensino secundário e ensino superior de matemática data, pelo menos, dos tempos de Klein. Será em finais do século XIX que de modo agudo tal questão é posta, sendo levada a congresso de matemática nos primeiros anos do século XX. Desde Klein, o desafio tem tido diferentes tentativas de resolução. Para Klein, o importante era fazer valer pela própria matemática, como se definia o conceito de elementar. Herdeiro da concepção de Condorcet, sobre o significado de elementar, o matemático prussiano, elaborou trabalho fundamental em sua obra *Matemática Elementar de um ponto de vista superior*. Tratava-se do esforço de encontrar, como preconizava o revolucionário francês, na matemática elementar, o germe dos estudos avançados em matemática. E, se assim fosse, o desafio estaria resolvido, isto é, a articulação entre a matemática do secundário e do superior poderia ser feita.

O tempo passou e mesmo a referência de Klein estando viva, orientando muitas propostas vindas, sobretudo, da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), o desafio permanece. Em tempos mais recentes busca-se a sua resolução por meio da criação de diferentes disciplinas que antecedam o ensino do CDI, como já se mencionou anteriormente. A análise mais acurada dessas propostas disciplinares, aqui não realizada, mostrará, ao que tudo indica, pelos rumos das pesquisas que vêm sendo desenvolvidas no âmbito do projeto coletivo *O Cálculo Diferencial e Integral: uma análise das tentativas de sua escolarização* que as disciplinas de pré-cálculo têm propostas diferentes. Sem que se tenha notícia de iniciativas anteriores à década de 1970, no Brasil, relativamente às propostas de articulação do ensino secundário ao ensino superior, no que toca ao CDI, chamou-nos a atenção os escritos de Ubiratan D'Ambrosio, mais especificamente, a obra que escreveu em parceria com seu pai, *Introdução ao Cálculo: com revisão de matemática elementar*.

A análise empreendida, considerando tal obra mostrou-nos uma proposta singular de articulação. Diferentemente de Klein e também de várias alternativas que tomam toda a matemática do ensino secundário (Ensino Médio) como pré-requisito para os estudantes seguirem as disciplinas de CDI, os D'Ambrosio selecionam alguns conteúdos matemáticos elementares e os articulam com o desenvolvimento da disciplina do ensino superior.

Assim, pelos elementos aqui brevemente delineados sobre a obra dos D'Ambrosio (1976) e em concordância ao que expuseram no seu Prefácio, interpretamos que os conteúdos escolhidos tiveram duas funções centrais: 1) revisar e possibilitar aprofundamentos aos professores em formação na Licenciatura Curta em Ciências dos saberes matemáticos presentes nos ensinos de primeiro e segundo

graus; 2) apresentar a articulação desses conteúdos com as teorias do CDI mobilizadas na Licenciatura Plena em Matemática. Não tratavam, portanto, de meros pré-requisitos para melhorar o desempenho dos estudantes, principalmente na disciplina de CDI, tal como prevalece na atualidade.

Por fim, a análise do livro nos leva a considerar que o curso materializado na obra dos D'Ambrosio (1976) foi um precursor das disciplinas de pré-cálculo, como queríamos demonstrar, mesmo que não se tenha conhecimento de outras edições desse material.

6 Referências

ALÉSSIO, Amanda. **A importância do cálculo diferencial e integral para a formação do professor de matemática da educação básica**. 2019. 90f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Faculdade de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho. Presidente Prudente.

BARROS, Luiz Eduardo Wanderley Buarque de. **Cálculo: um estudo de suas aplicações às áreas financeira e econômica**. 2013. 104f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT), Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.

BRASIL. **Decreto-Lei n. 3.454**, de 24 de julho de 1941. Dispõe sobre a realização simultânea de cursos nas faculdades de filosofia, ciências e letras. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1940-1949/decreto-lei-3454-24-julho-1941-413403-publicacaooriginal-1-pe.html>; acesso em: 13 fev. 2019.

BRASIL. Conselho Federal de Educação. **Parecer n. 292**, aprovado em 14 de novembro de 1962. Dispõe sobre matérias pedagógicas para a licenciatura. Documenta. Brasília, n. 10, p. 95-101, dez. 1962.

BRASIL. **Resolução n.30**, de 11 de julho de 1974. Fixa os mínimos de conteúdo e duração a observar na organização do curso de licenciatura em Ciências. Brasília, DF: Conselho Federal de Educação, p. 110-113, 1974a.

BRASIL. **Parecer n. 1687**, de 7 de junho de 1974. Trata do curso de Licenciatura em Ciências mínimos de conteúdo e duração. Brasília, DF: Conselho Federal de Educação, p. 220-227, 1974b.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Parecer n. 1302**, aprovado em 6 de novembro de 2001. Dispõe sobre as diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>; acesso em: 17 out. 2023.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CP n. 1**, de 18 de fevereiro de 2002a. Institui diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores da educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/rcp01_02.pdf; acesso em: 17 out. 2023.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Resolução CNE/CP n. 2**, de 19 de fevereiro de 2002b. Institui a duração e a carga horária dos cursos de licenciatura, de graduação plena, de formação de professores da educação básica em nível superior. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CP022002.pdf>; acesso em: 17 out. 2023.

D'AMBROSIO, Nicolau. D'Ambrosio, Ubiratan. **Introdução ao cálculo**: com revisão de matemática elementar. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1976.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Pesquisa de mestrado sobre Omar Catunda** [mensagem pessoal]. Mensagem recebida por elienebarbosalima@ig.com.br em 25 set. 2005.

DOERING, Claus Ivo; NÁCUL, Liana Beatriz Costi; DOERING, Luisa Rodríguez. Prefácio. In: DOERING, Claus Ivo; NÁCUL, Liana Beatriz Costi; DOERING, Luisa Rodríguez (Org.). **Pré-Cálculo**. 3. ed. Porto Alegre: UFRGS, 2012. [n.p.]. (Série Graduação). Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/212741/000874807.pdf?sequence=1&isAllowed=y>; acesso em: 8 set. 2020.

DUARTE, Aparecida Rodrigues Silva; BORGES, Rosimeire Aparecida Soares. Ubiratan D'Ambrosio: conversas, entrevistas, história da vida. In: VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). **Ubiratan D'Ambrosio: conversas; memórias; vida acadêmica; orientandos; educação matemática; etnomatemática; história da matemática; inventário sumário do arquivo pessoal**. São Paulo: Annablume; Brasília: CNPq, 2007. p. 19-54.

FFCL [FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS]. **Anuário da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (1939-1949)**, v.1, São Paulo: Universidade de São Paulo, 1953a.

FFCL [FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS]. **Anuário da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (1939-1949)**, v.2, São Paulo: Universidade de São Paulo, 1953b.

FFCL [FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS]. **Anuário da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (1950)**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1952a.

FFCL [FACULDADE DE FILOSOFIA, CIÊNCIAS E LETRAS]. **Anuário da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (1951)**. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1952b.

GOMIDE, Elza Furtado. Emblema da matemática na USP. **Ciência Hoje**, São Paulo, v.32, n.191, 2003, p.36-42. Entrevista concedida a Vera Rita da Costa.

JAHNKE, Hans Niels; JANKVIST, Uffe; KJELDSEN, Tinne. Three past mathematicians' views on history in mathematics teaching and learning: Poincaré, Klein, and Freudenthal. **ZDM-Mathematics Education**, v. 54, n. 7, p.1-14, 2022.

KLEIN, Felix. **Matemática Elementar de um ponto de vista superior** – Vol. I – 1.^a Parte: Aritmética. Tradução de Tiago Pedro, Suzana Metelho de Nápoles. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 2009.

KLEIN, Felix. **Matemática Elementar de um ponto de vista superior** – Vol. I – 3.^a Parte: Análise. Tradução de Maria Cândida Palma com a colaboração de Pedro Seixas Palma. Lisboa: Sociedade Portuguesa de Matemática, 2011.

LEVI, Giovanni. Usos da Biografia. In: FERREIRA, Marieta de Moraes; AMADO, Janaína. (Org.) **Usos e Abusos da História Oral**. 4. ed. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2001. p. 167-182.

LIMA, Eliene Barbosa; DIAS, André Luis Mattedi. A Universidade de São Paulo: uma rota internacional do desenvolvimento da geometria algébrica. **Revista Brasileira de História da Ciência**, v. 10, p. 70-71, 2017. DOI: <https://doi.org/10.53727/rbhc.v10i1.90>.

LIMA, Eliene Barbosa; SILVA, Maria Inês da Luz; OLIVEIRA, Matheus Brandão. A matemática no curso de licenciatura plena em ciência com habilitação em matemática para a formação de professores da Universidade Estadual de Feira de Santana (1986-1988). **Perspectiva: Revista do Centro de Ciências da Educação**, Florianópolis, v. 40, n.2, p. 1-18, abril/jun. 2022. DOI: <http://dx.doi.org/10.5007/2175-795X.2022.e84039>.

LIMA, Eliene Barbosa; DYNNIKOV, Circe Mary Silva da Silva; VALENTE, Wagner Rodrigues. O cálculo diferencial e integral: uma análise das tentativas de sua escolarização. In: 6º ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM HISTÓRIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2022, Florianópolis, SC. **Anais [...]**. Campo Grande: UFMS, 2022. p. 1-15. Disponível em: <https://periodicos.ufms.br/index.php/ENAPHEM/article/view/16594/11702>; acesso em: 10 set. 2023.

LIMA, Gabriel Loureiro. **A disciplina de Cálculo I do curso de Matemática da Universidade de São Paulo: um estudo de seu desenvolvimento, de 1934 a 1994**. 2012. 445f. Tese (Doutorado em Educação Matemática), Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

LOVATTE, Elvira de Pádua et al. Uma abordagem alternativa com o uso de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem de integral definida. In: 2º ENCONTRO REGIONAL DE EDUCAÇÃO E TECNOLOGIA DO ESPÍRITO SANTO, 4º ENCONTRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 2015, Serra, ES. **Anais [...]**. Serra: Instituto Federal do Espírito Santo, v. 2, n. 1, 2015. p. 1-9. Disponível em: <https://ocs.ifes.edu.br/index.php/sepinfo/IENRETES/paper/viewFile/1770/665>; acesso em: 18 out. 2023.

MAZZITELLI, Fabio. Uma vida dedicada à educação matemática, com um olhar especial para os excluídos. **Jornal da UNESP**, Rio Claro, [n.p.], 13 mai. 2021. Disponível em: <https://jornal.unesp.br/2021/05/13/uma-vida-dedicada-a-educacao-matematica-com-um-olhar-especial-para-os-excluidos/>. Acesso em: 25 set. 2022.

MYERS, Gregory. Textbooks and the sociology of scientific knowledge. **English for Specific Purposes**, Ann Arbor, v. 11, n. 1, p. 3-17, 1992.

NASCIMENTO, Thiago Rodrigues. A criação das licenciaturas curtas no Brasil. **Revista HISTEDBR Online**, Campinas, n.45, p.340-346, mar. 2012.

OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo de; RAAD, Marcos Ribeiro. A existência de uma cultura escolar de reprovação no ensino de cálculo. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 61, p. 125-137, jul./dez. 2012. DOI: <http://dx.doi.org/10.4322/gepem.2014.018>.

OLIVEIRA, Maria Cristina Araújo de. A formação matemática de um matemático e educador matemático. In: VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). **Ubiratan D'Ambrosio: conversas; memórias; vida acadêmica; orientandos; educação matemática; etnomatemática; história da matemática; inventário sumário do arquivo pessoal**. São Paulo: Annablume; Brasília: CNPq, 2007. p. 55-76.

PALLARES-BURKE, Maria Lúcia Garcia. **Gilberto Freyre: um vitoriano dos trópicos**. São Paulo: UNESP, 2005.

PIRES, Rute Cunha. **A presença de Nicolas Bourbaki na Universidade de São Paulo**. 2006. 578f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo.

POLLAK, Michael. Memória, esquecimento, silêncio. **Estudos Históricos**, Rio de Janeiro, v. 2, n. 3, p. 3-15, 1989.

RAAD, Marcos Ribeiro. **História do ensino de cálculo diferencial e integral: a existência de uma cultura**. 2012. 129f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática), Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2012.

REZENDE, Wanderley Moura. **O ensino de cálculo: dificuldades de natureza epistemológica**. 2003. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-27022014-121106/publico/WANDERLEY_REZENDE.pdf; acesso em: 10 mar. 2022.

RIZZI, Carlos. **[Correspondência]**. Destinatário: Ubiratan D'Ambrosio. São Paulo, mar. 1980. In: ARQUIVO UBIRATAN D'AMBROSIO GHEMAT-BRASIL.

RODRIGUES, Luciana Maria Dias de Ávila; DÖRR, Raquel Carneiro; MARÇAL, Thais Regina Duarte. Una encuesta sobre la asignatura de precálculo ofrecida en los cursos de grado de matemáticas en instituciones públicas del Centro-Oeste brasileño. Paradigma: **Revista del Centro de Investigaciones Educativas Paradigma**, Maracay Edo Aragua, Venezuela, v. XLIII, n.1, p. 245-272, ene. 2022. DOI: <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2022.p245-272.id1171>.

SAADI, Alessandro da Silva; MESQUITA, Dienifer Pinto; SILVA, Felipe Morais da. **Apostila de pré-cálculo**. Rio Grande, RS: Gráfica da FURG, 2020. Disponível em: <https://prima.furg.br/images/LIVRO-CURSO-PRE-CALCULO-2020.pdf>; acesso em 18 out. 2023.

SANTOS, Ian Vitor Reis dos; LIMA, Eliene Barbosa. A constituição da disciplina pré-cálculo a licenciatura em matemática na Universidade Estadual de Feira de Santana-Bahia a partir do ano de 2004. In: 20º SEMINÁRIO TEMÁTICO INTERNACIONAL HISTÓRIA DA PRODUÇÃO CURRICULAR EM MATEMÁTICA: SABERES PARA O ENSINO E FORMAÇÃO DE PROFESSORES, 2022, Osasco, SP. **Anais [...]**. Osasco: GHEMAT-Brasil, 2022. p. 1-12. Disponível em: <https://anais.ghemat-brasil.com.br/index.php/STI/article/view/142/230>; acesso em: 10 set. 2023.

SCHEINER, Thorsten ; BOSCH, Marianna. On the relationship between school mathematics and university mathematics: a comparison of three approaches. **ZDM- Mathematics Education**, v.55, p. 767-778, 2023.

SILVA, Circe M. S. A Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP e a formação de professores de Matemática. In: 23ª REUNIÃO ANUAL DA ANPEd, 2000, Caxambu. **Anais [...]**. Caxambu: ANPEd, 2000, p. 1-19.

SILVA, Clóvis Pereira da. Alguns aspectos históricos sobre o desenvolvimento da análise matemática no Brasil. **Revista Brasileira de História da Matemática**, Rio Claro, especial n.1, p. 255-271, dez. 2007. Disponível em: <http://www.rbhm.org.br/issues/RBHM%20-%20Festschrift/22%20-%20CI%F3vis%20-%20final.pdf>; acesso em: 23 out. 2011.