

Resolução de problemas a partir da obra *O Homem que Calculava*

Problem Solving from *The Man Who Calculated*

Resolución de problemas a partir de *El Hombre que Calculaba*

Fabio Colins¹  

Renatha Farias Silva²  

Resumo

Este artigo tem como objetivo analisar os conhecimentos matemáticos mobilizados no processo de ensino-aprendizagem da matemática por meio da resolução de problemas a partir do livro *O Homem que Calculava*, de autoria de Malba Tahan. A pesquisa está fundamentada nos pressupostos teóricos da resolução de problemas como uma metodologia de ensino. A investigação foi desenvolvida em uma escola pública de Benevides (PA), com alunos do 8º ano do ensino fundamental, durante o Estágio Supervisionado. Uma pesquisa qualitativa do tipo exploratória. As análises foram realizadas a partir dos registros da resolução de dois problemas retirados livro de Malba Tahan, o caso dos 21 vasos e os quatro quatuos. A pesquisa apontou em seus resultados que o trabalho com a resolução de problemas requer uma nova postura do professor e dos alunos. Possibilitou refletir sobre a resolução de problemas como uma ferramenta de investigação matemática.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Educação Matemática. Malba Tahan.

Abstract

This article describes the analyses of the mathematical knowledge mobilized in the mathematics teaching-learning process through problem solving based on the book *The Man Who Counted*, authored by Malba Tahan. This inquiry-based qualitative research is supported by the theoretical assumptions of problem solving as a teaching methodology. The investigation was developed in a public school in Benevides (PA), with students of the 8th grade of elementary school, during the Supervised Practicum. The analyses were carried out from the registers of the resolution of two problems taken from Malba Tahan's book, the case of the 21 casks and the four fours. The research pointed out in its results that working with problem solving requires a new attitude from the teacher and the students. It made it possible to reflect on problem solving as a tool for mathematical investigation.

Keywords: Problem Solving. Mathematics Education. Malba Tahan.

Resumen

Este artículo tiene como objetivo analizar el conocimiento matemático movlizado en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a través de la resolución de problemas a partir del libro *El Hombre que Calculaba*, de autoría de Malba Tahan. La investigación se basa en los supuestos teóricos de la resolución de problemas como metodología de enseñanza. La investigación se desarrolló en una escuela pública de Benevides (PA), con alumnos del 8º año de la escuela básica, durante la Pasantía Supervisada. Una investigación cualitativa exploratoria. Los análisis se realizaron a partir de los registros de la resolución de dos problemas tomados del libro de Malba Tahan, el caso de los 21 jarrones y los cuatro cuatros. La investigación señaló en sus resultados que trabajar con la resolución de problemas requiere una nueva actitud por parte del profesor y de los estudiantes. Permitió reflexionar sobre la resolución de problemas como herramienta de investigación matemática.

Palabras clave: Resolución de Problemas. Educación Matemática. Malba Tahan.

1 Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará, Instituto de Educação Matemática e Científica. Professor do Programa de Pós-Graduação em Docência em Educação em Ciências e Matemática (PPGDOC/UFPa), Belém, Pará, Brasil

2 Licenciada em Matemática pela Universidade Federal do Pará (UFPa), campus de Castanhal, Pará, Brasil.

1. Introdução

A importância dada à Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem tem crescido nas últimas décadas, isso se deu devido às discussões nacionais e internacionais acerca do currículo de matemática da Educação Básica. Educadores matemáticos, como George Polya, nos Estados Unidos, na década de 1960, passaram a refletir sobre o ensino de matemática na perspectiva da memorização e repetição de algoritmos, chegando à conclusão de que o trabalho didático pedagógico precisava ser revisto. Desse modo, as aulas não poderiam continuar assumindo uma tendência em que considerava a construção do conhecimento por meio de rotinas de procedimentos de aplicação de algoritmos, pelo contrário, os alunos precisavam ser ativos nesse processo.

Sob esta concepção, a matemática passaria a ser vista como um “objeto de ensino”, em que o matemático descobre a matemática numa realidade externa a ele, mas após a descoberta de um resultado matemático é necessário justificá-lo dentro de uma estrutura formal e só então fica pronto para ser ensinado. Ou seja, o ensino da Matemática deveria ser pautado na compreensão do objeto matemático e sua relação com o meio sociocultural.

Nesse contexto, a pergunta geratriz que orientou esta investigação consistiu no seguinte questionamento: Quais características de atividades no contexto da Resolução de Problemas podem facilitar a mobilização de conhecimentos matemáticos por parte dos participantes? Na perspectiva de respondê-la, a proposta de pesquisa recorreu aos estudos de Polya (1986); Onuchic (1999); Onuchic e Allevato (2004); Pozo e Echeverria (2002), entre outros autores que estudam a Resolução de Problemas no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Nesta perspectiva, esta pesquisa, que situada no contexto do projeto de pesquisa intitulado Temas Emergentes na Formação de Professores que Ensinam Matemática vinculado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemáticas da Universidade Federal do Pará (PP-GECEM-UFPA), tem como objetivo *analisar os conhecimentos matemáticos mobilizados no processo de ensino-aprendizagem da Matemática por meio da Resolução de Problemas a partir do livro “O homem que Calculava”, de autoria de Malba Tahan*. No que concernem os aspectos metodológicos, este estudo assumiu uma abordagem qualitativa do tipo exploratória. A investigação foi desenvolvida em uma turma do 8º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Benevides-PA, tendo como contexto o Estágio Supervisionado³.

A pesquisa foi desenvolvida durante a realização do Estágio Supervisionado. As atividades didático-pedagógicas foram organizadas a partir de dois problemas retirados do livro *O Homem que Calcula*, de autoria de Malba Tahan. Foram os seguintes: “o problema dos 21 vasos e o problema dos quatro quatuos”. A investigação deu-se em duas semanas de observação participativa das aulas de Matemática, contabilizando uma carga horária de doze horas de atividades na escola. O material empírico é resultante dos registros escritos pelos estudantes, que foram analisados com a finalidade de refletir sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados durante as aulas, sobretudo, as estratégias de Resolução dos Problemas.

3 Disciplina obrigatória do curso de Licenciatura em Matemática, ofertada pela Faculdade de Matemática, do Campus Universitário de Castanhal, da Universidade Federal do Pará.

Em termos gerais, a pesquisa apontou, sobre o processo de aprendizagem matemática, que por meio da Resolução de Problemas os alunos puderam manifestar suas ideias sobre o conhecimento matemático e construir, em parceria com o professor e os colegas, habilidades para resolver problemas com mais autonomia. Além disso, a proposta desenvolvida apresentou a matemática como uma atividade de investigação, pois tinham que, atenciosamente, compreender e interpretar as situações propostas por cada problema.

A seguir, o texto encontra-se organizado em quatro seções. A primeira seção discute sobre a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino da matemática. Na segunda seção, apresenta-se os aspectos epistemológicos da metodologia da pesquisa e a descrição de como foi desenvolvida. Em seguida, na terceira seção, são apresentados os resultados da pesquisa e as discussões acerca dos conhecimentos que emergiram do processo investigativo. Para finalizar, na última parte deste texto, são tecidas reflexões finais sobre os saberes científicos e práticos mobilizados nesta pesquisa.

2. Perspectivas sobre a Resolução de Problemas nas Aulas de Matemática

Segundo Polya (1986, p. 15), “uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema”. Nesse sentido, o ensino da matemática enfrentou dilemas antigos quando se fala do processo professor-aluno-aprendizagem, dificuldades essas que partiram desde a ineficiência da comunicação do conteúdo conceitual, somando-se à dificuldade do discente no entendimento e na consolidação do conteúdo. Esses entraves no processo de ensino-aprendizagem da matemática, atualmente, aliaram-se à necessidade de acompanhamento interligado do ensino com a tecnologia, bem como os vieses que os acompanham (falta de materiais didático-pedagógicos, recursos estruturais, tempo de planejamento), gerando assim uma necessidade de adequação e inovação que auxiliassem o professor buscar formas mais eficazes para ensinar.

Desse modo, estudos (POLYA, 1986; ONUCHIC, 1999) sobre Resolução de Problemas como uma metodologia para o ensino de matemática têm ganhado espaço nas pesquisas acadêmicas, por visar a melhoria das habilidades cognitivas dos alunos e sua participação ativa no processo de ensino-aprendizagem. Nessas pesquisas, a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, principalmente na Educação Básica, tem buscado proporcionar aos estudantes a possibilidade de não somente enxergar a matemática como uma disciplina dinâmica, mas como uma forma de ler o mundo por meio da linguagem matemática.

Nestes termos, para Polya (1986), a busca eficaz em ensinar a resolver problemas não se constitui somente em prover os alunos de destreza e estratégias consistentes, mas de estimular o hábito e a ação de receber a aprendizagem como um problema no qual deve-se encontrar respostas. Mas na prática de sala de aula, não podemos confundir um mero exercício com uma situação problema. A distinção entre exercício matemático e problema matemático precisa estar clara para os alunos, pois eles precisam compreender seu papel nas tarefas propostas, ao invés de repetir algoritmos demonstrados pelo professor de matemática.

Ao assumir a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, o professor precisa dar autonomia ao aluno, ao invés de fomentar a heteronomia. Sobre isso, Polya (1986, p. 04) afirma que:

O estudante deve adquirir tanta experiência pelo trabalho independente quanto lhe for possível. Mas se ele for deixado sozinho, sem ajuda ou com auxílio insuficiente, é possível que não experimente qualquer progresso.

Um dos maiores desafios da docência é encontrar uma metodologia que se aplique à maioria dos alunos, buscando direcioná-los não somente ao resultado correto, mas também a enxergar as diversas aplicações que cada problema tem e sua relação com o cotidiano, o que não é fácil, pois exige tempo, experiência, dedicação e conceitos consistentes. Para Polya (1986), o professor precisa encontrar a medida certa de auxílio ao aluno, para que não falte e nem sobre, dando ao aluno a oportunidade de construção individual do conhecimento.

Segundo Onuchic (1999), é na década de 1980 que o tema Resolução de Problemas ganha destaque nas pesquisas sobre o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Essas discussões estavam centradas no trabalho de sala de aula, nas estratégias de ensino, nas sugestões de tipos de problemas e na avaliação da aprendizagem. Parte desses materiais contribuíram para a prática dos professores de matemática. É nesse mesmo contexto que surge, nos Estados Unidos da América (EUA), documentos orientadores para a construção de um novo currículo para o ensino de matemática.

Essas orientações curriculares não pretendiam “dizer, passo a passo, como trabalhar esses documentos. Ao contrário, queriam apresentar objetivos e princípios em defesa de que práticas curriculares, de ensino e de avaliação pudessem ser examinadas” (ONUCHIC, 1999, p. 10). Isso significa que as orientações curriculares buscavam ampliar discussões sobre políticas educacionais, a formação dos professores, a participação da família na vida escolar dos alunos e a organização de programas de matemática para toda a Educação Básica.

Para Onuchic (1999, p. 11),

[...] outra característica encontrada nesses currículos é o uso de contextos na resolução de problemas como um meio de desenvolver os conteúdos matemáticos e fazer conexões com outras áreas. Estes currículos retratam a matemática como uma disciplina unificada por tópicos coerentemente integrados.

Essas discussões internacionais sobre uma nova proposta curricular para o ensino da matemática refletiram no contexto da educação brasileira. Em 1997 o Ministério da Educação (MEC), por meio da Secretaria de Educação Básica (SEB), após diversos estudos, publica os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's). Assim, em 1998 é publicado o PCN de matemática para os anos finais do Ensino Fundamental. Nesse documento, além de discussões voltadas para os temas transversais (ética, saúde, meio ambiente, cidadania, orientação sexual, pluralidade cultural, trabalho e consumo), dedicou-se abordar reflexões acerca da Resolução de Problemas e o processo de ensino-aprendizagem de matemática (BRASIL, 1998).

A Resolução de Problemas nos PCN's, com base em pesquisas no campo da Educação Matemática, foi apontada como o ponto de partida para as aulas de Matemática. Ou seja, o ensino de Matemática precisava superar a simples reprodução de algoritmos e o acúmulo de informações veiculadas pelo professor. Na perspectiva apontada pelo documento, o conhecimento matemático ganharia significado “quando os alunos tivessem situações desafiadoras para resolver e trabalhas-

sem para desenvolver estratégias de resolução” (BRASIL, 1998, p. 40). Os PCN’s traziam uma crítica sobre o ensino da matemática centrado na aplicação adquiridos anteriormente pelos estudantes. A Resolução de Problemas poderia ser trabalhada no processo de produção do conhecimento e não como uma forma de aplicar o que já tinha sido ensinado.

O ensino de matemática estava sendo discutido diante de um contexto educacional em que as práticas didático-pedagógicas consistiam em “ensinar um conceito, procedimento ou técnica e depois apresentar um problema para avaliar se os alunos são capazes de empregar o que lhes foi ensinado” (BRASIL, 1998, p. 40). Desse modo, era reforçado a ideia de que resolver um problema matemático era aplicar um procedimento já aprendido, ou seja, simplesmente fazer cálculos a partir das informações numéricas contidas no texto base do problema. Essa prática implicava centrar o trabalho nos resultados e não no processo.

O conhecimento matemático visto por essa ótica era apresentado aos alunos como pronto e acabado, em vez de um conjunto de conceitos e procedimentos interrelacionados e integrados à outras áreas do conhecimento. Nestes termos, partia-se do pressuposto de que a aprendizagem se dava por meio da reprodução ou aplicação de técnicas prontas. Portanto, a Resolução de Problemas discutida nos PCN’s,

[...] possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão a oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas (BRASIL, 1998, p. 40).

Nessa perspectiva, o ensino da matemática ganhou outro direcionamento, pois a Resolução de Problemas passou a ser o eixo norteador do processo de ensino-aprendizagem de matemática. A definição deixa de ser o ponto de partida da aula e a situação problema ou o problema gerador passa a ser a atividade disparadora. Por meio de um problema gerador, o professor poderia explorar com mais profundidade conceitos, ideias e procedimentos matemáticos. Ou seja, a aula toma as situações problemas como forma de o aluno desenvolver e de ampliar estratégias (heurísticas) para resolver problemas. Isso implica também no desenvolvimento de autonomia e autoconfiança.

A concepção de problema matemático, nos PCN’s, é ampliada para além de um mero exercício, uma mera aplicação de uma fórmula ou processo operatório. De acordo com os parâmetros, “só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada” (BRASIL, 1998, p. 41). Dessa forma, a aprendizagem matemática dar-se articulada com outras áreas do conhecimento, assim como os conceitos matemáticos são compreendidos pelo aluno por meio de uma articulação com outros conceitos já apreendidos.

A Resolução de Problemas pode proporcionar contextos de aprendizagem de conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais. Assim, um problema matemático é “uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado” (BRASIL, 1998, p. 41). Isso mostra que a solução de um problema é construída no processo de resolução, e que um problema matemático pode ser relativo, isto é, o que pode ser um problema para um aluno, não o é para outro. Portanto, o que determina uma situação problema é o desafio proposto.

Sobre o processo de resolução de um problema matemático, para Polya (1986), o primeiro passo para encontrar a solução é compreender o problema, ou seja, compreender qual é a incógnita e os dados. O próximo passo é estabelecer um plano. Aqui o aluno precisa, por exemplo, recorrer a problemas similares. O terceiro passo é executar o plano, então é o momento de pôr em prática o que foi planejado para encontrar a solução do problema. Por fim, fazer um retrospecto. Nessa fase o estudante necessita verificar se a solução satisfaz o problema, ou seja, testar a solução.

Para Onuchic (1999), as etapas para a resolução de um problema e a heurística para buscar a solução, conforme Polya descreve e discute, têm sido adotadas nas orientações curriculares, independentemente do conteúdo matemático. Essas discussões fomentaram a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino. Nessa perspectiva, “o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas” (ONUCHIC, 1999, p. 211), isto significa que o ensino de matemática por meio da Resolução de Problemas deixa de ser um processo isolado.

Para Onuchic e Allevato (2004, p. 5),

a pesquisa sobre resolução de problemas matemáticos recebeu muita atenção nas últimas décadas. Entre os desenvolvimentos notáveis estão o trabalho pioneiro de George Polya sobre como resolver problemas. Além disso, outros estudos foram desenvolvidos; estudos sobre o ensino de estratégias em resolução de problemas; sobre heurística, processos metacognitivos e sobre modelação matemática.

A partir dessas pesquisas, o ensino da matemática passou a superar o trabalho didático-pedagógico centrado na repetição e na memorização dos fatos aritméticos básicos, como por exemplo o uso excessivo da tabuada. Nesse contexto, a proposta teórico-metodológica era evitar que nas aulas de matemática o professor falasse por grande parte do tempo da aula enquanto os alunos recebiam as informações, escrevia, resolvia exemplos para, em seguida, resolver infinitas listas de exercícios. De acordo com Onuchic (1999, p. 201), os estudantes repetiam “exercícios feitos em sala de aula e treinava em casa. Media-se o conhecimento do aluno, recebido através da repetição, com a aplicação de testes”. Assim, os exercícios eram resolvidos da mesma forma que o professor havia feito, sempre seguindo os mesmos passos da resolução.

Nas aulas centradas por meio da repetição havia alguns alunos que conseguiam entender o que faziam, ou seja, conseguiam “pensar” sobre a matemática estudada. No entanto, a maioria dos estudantes não entendiam os algoritmos matemáticos estudados nas aulas, pois “a maioria esquecia do que havia memorizado em pouco tempo” (ONUCHIC, 1999, p. 202). Nesse contexto, o currículo de matemática nas escolas brasileiras ainda não estava bem definido, mas o foco das aulas era a aritmética, a álgebra e a geometria.

Com o passar dos anos e com o avanço das pesquisas em Educação Matemática (POLYA, 1986; ONUCHIC, 1999; ONUCHIC e ALLEVATO, 2004), o processo de ensino e aprendizagem buscou refletir sobre a importância de os alunos aprender Matemática com compreensão. Desse modo, a Resolução de Problemas, principalmente nas pesquisas acadêmicas, tem assumido três características gerais: resolução de problemas como habilidade matemática; Resolução de Problemas como arte; Resolução de Problemas como contexto (ONUCHIC e ALLEVATO, 2004). Mesmo com o cresci-

mento do interesse pelo tema, os estudos desenvolvidos pouco contribuíram para a prática de sala de aula, visto a complexidade das propostas.

O pouco impacto das pesquisas acadêmicas na sala de aula deu-se, também, porque a Resolução de Problemas apareceu como um tema isolado, com foco na compreensão de conceitos e desenvolvimento de algoritmos seguidos da aplicação de problemas com enunciados, por exemplo, em um problema de combinatória solicitar-se-ia o desenho de um anagrama. Sobre isso, Pozo e Echeverria (2002, p. 6), destacam que:

[...] apesar dessas décadas de pesquisa e do desenvolvimento curricular associado, parece que as habilidades em resolução de problemas dos estudantes ainda necessitam de uma melhoria substancial, especialmente devido à rápida natureza mutável do mundo atual.

Desse modo, faz-se necessário refletir sobre a importância de novas perspectivas sobre o desenvolvimento de pesquisas que abordem a resolução de problemas como objeto de investigação. Pensar a construção de uma teoria que articule a Resolução de Problemas com as atividades de ensino-aprendizagem na Educação Básica. Nestes termos, as pesquisas e o ensino em Resolução de Problemas deveriam contribuir para que os estudantes ampliassem e aprofundassem suas estratégias (heurísticas) em Resolução de Problemas, assim como “ensinar estratégias metacognitivas, desenvolver formas de melhorar as crenças dos estudantes sobre a natureza da matemática e suas competências pessoais em relação aos conhecimentos matemáticos” (POZO e ECHEVERRIA, 2002, p. 8).

Além de habilidades relacionadas, especificamente, à matemática, o trabalho com a Resolução de Problemas pode ampliar e consolidar conhecimentos relacionados à leitura e à escrita. Nestes termos, esta pesquisa considera um problema matemático como um gênero textual, portanto, há necessidade de se ensinar e promover situações de aprendizagem para ler estes textos, pois há nesses textos palavras que têm significados diferentes (de natureza Matemática) e que dificultam a compreensão. Para Itacarambi (2010, p. 14) o “questionamento na interpretação do texto ajuda, na maioria das vezes, a avaliar as respostas dadas pelos alunos e a verificar que a interpretação do professor não é a única possível”. Nessa direção, o problema matemático assume papel de instrumento de contextualização, a partir do momento em que propõe situações que exigem uma solução matemática e que direcionam para o questionamento, a pesquisa e a inserção das operações dentro de um contexto (ITACARAMBI, 2010).

A leitura nas aulas de matemática, por meio da Resolução de Problemas, pode ser pensada como uma prática de ensino. Conforme Fonseca e Cardoso (2009, p. 66),

a leitura de textos que tenham como objeto, conceitos e procedimentos matemáticos, história da matemática, ou reflexões sobre Matemática, seus problemas, seus métodos, seus desafios podem, porém, muito mais que orientar a execução de determinada técnica, agregar elementos que não só favoreçam a constituição de significados dos conteúdos matemáticos, mas também colaborem para a produção de sentidos da própria Matemática e de sua aprendizagem pelo aluno.

O professor de matemática pode orientar, praticar ou viabilizar leituras de textos matemáticos em parceria com o professor de Língua Portuguesa, não só na perspectiva de ensino da matemática, mas também na perspectiva de desenvolvimento da compreensão leitora. Entre os textos

que são proporcionados aos alunos, os professores podem selecionar alguns em que estejam presentes informações numéricas, informações veiculadas por meio de gráficos e tabelas, leitura de mapas, textos com ideias matemáticas etc.

Uma prática necessária nas aulas de matemática é a escrita. O ato de escrever não possui a mesma fluidez que o ato de oralizar, pois quando escrevemos não podemos recorrer facilmente aos vários argumentos disponíveis na interação oral. No entanto, Smole e Diniz (2001, p. 23), afirmam que a “escrita se junta ao oral e ao desenho para ser usada como mais um recurso de representação das ideias dos alunos”. Dessa forma, a expressão das ideias matemáticas por meio da escrita e do desenho precisa ser fomentada nas aulas, sobretudo, nas atividades de Resolução de Problemas.

No entanto, se expressar pela linguagem matemática não é simples, pois sua linguagem requer rigor. Ao exigirmos dos alunos uma linguagem que consideramos adequada e precisa, corremos o risco de impedir que alguns deles tenham acesso ao sentido dos enunciados matemáticos, o qual se constrói a partir de uma linguagem aproximada, em um trabalho em que o importante é a articular significações, relacionar ideias e etapas de raciocínio.

A escrita e o registro por meio de desenhos auxiliam na aprendizagem matemática de forma significativa, pois ajuda no encorajamento diante de situações problemas, na reflexão sobre as operações matemáticas, no esclarecimento de ideias e conceitos matemáticos e como um catalisador para as discussões em atividades em grupo, sobretudo, ajuda o aluno a aprender o que está sendo estudado (SMOLE e DINIZ, 2001).

O professor de matemática pode explorar o trabalho com a Resolução de Problemas, visto que nessa perspectiva metodológica os alunos podem recorrer aos vários conceitos e ideias matemáticas. Assim, a Resolução de Problemas, nesta proposta de pesquisa, é vista como uma atividade de investigação, cujo ponto de partida é a análise qualitativa, ou seja, ter ideia da situação, delimitá-la, ter claro os objetivos, isto é, o que se busca. Por isso, ter claro a concepção de problema é um primeiro passo para o docente compreender as produções dos alunos.

Portanto, as aulas de matemática, por meio da Resolução de Problemas, podem ser planejadas de maneira articulada com as aulas de língua portuguesa, de ciências. Para isso, nas atividades de leitura e escrita de situações problemas, os professores necessitam ter vontade e criatividade para reorganizar suas aulas. Ele precisa sair de propostas engessadas (definição-exemplo-exercício) e partir para propostas didáticas mais significativas e contextualizadas.

Na próxima seção, será apresentado como se deu o trabalho com a Resolução de Problemas nas aulas de matemática.

3. Metodologia da Pesquisa

Esta pesquisa; que teve como objetivo analisar os conhecimentos matemáticos mobilizados no processo de ensino-aprendizagem da matemática por meio da Resolução de Problemas a partir do livro *O homem que Calculava*, de autoria de Malba Tahan; assumiu uma abordagem de natureza qualitativa e do tipo exploratória (FIORENTINI e LORENZATO, 2006). Portanto, nesta parte do texto, é apresentado o contexto da investigação, os problemas trabalhados nas aulas de matemática, os

instrumentos utilizados na construção das informações e o método de análise dos resultados da pesquisa.

O contexto de investigação foi uma turma de 8º Ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de Benevides-PA. O interesse surgiu durante o desenvolvimento do Estágio Supervisionado, componente curricular do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pará. Nessa ocasião, foram realizadas atividades de observação, participação e regência, sob a supervisão da professora de matemática da turma. A carga horária de estágio foi de 120 horas e parte dessa carga horária foi cedida para a realização desta pesquisa.

O Estágio Supervisionado foi oportuno para discutir e refletir sobre aspectos relacionados à docência, ou seja, um momento determinante do curso de licenciatura. Por isso, surgiu o interesse de realizar uma pesquisa que estivesse ancorada no processo de ensino-aprendizagem, pois o curso formava professores de matemática e pesquisar sobre o contexto de atuação profissional seria relevante para o desenvolvimento profissional da pesquisadora. A escolha da escola surgiu devido os pesquisadores terem acesso aos trabalhos realizados pela instituição e pelo interesse da equipe gestora e da professora da turma em participar desta pesquisa. Portanto, essa aproximação com a equipe gestora e com a professora da turma facilitou a inserção no *lôcus* de pesquisa.

Após essa aproximação, no momento de planejamento da professora de matemática da turma, foi apresentado o livro *“O Homem que Calculava”*, de autoria de Malba Tahan (2010). A professora ficou interessada em saber do que se tratava a história. Foi explicado que Malba Tahan, autor do livro, contava uma narrativa de aventura e que nessas histórias tinha bastante matemática. A partir dessa conversa surgiu o interesse da professora em desenvolver algumas aulas com esse livro. Então, a docente disponibilizou duas semanas de aula para que fosse desenvolvida a pesquisa. Portanto, durante doze horas de atividades em sala de aula os alunos realizaram tarefas de leitura e de escrita por meio da Resolução de Problemas, metodologia adotada pela docente.

No processo de pesquisa, foram considerados os conteúdos de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental. Identificou-se, a partir do planejamento da professora, que os próximos assuntos seriam “Números e Pensamento Algébrico”. Diante disso, dedicou-se tempo para fazer a leitura do livro com a finalidade de selecionar episódios que estivessem relacionados com os conteúdos de matemática do planejamento. Assim, dois episódios foram escolhidos: *O caso dos 21 vasos* e *O problema dos quatro quatros*. Eles foram retirados do livro *O Homem que Calculava*, de autoria de Malba Tahan (2010), pseudônimo do professor de matemática e escritor Júlio César de Mello e Souza. Trata-se, portanto, de uma obra do tipo narrativa e de gênero romance (infanto-juvenil), que aborda conhecimentos matemáticos e a cultura mulçumana.

Os conhecimentos matemáticos tratados nessa obra estão relacionados com operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação, divisão), potenciação, radiciação, operações com fração, pensamento algébrico, equações e séries intuitivas. Nesse livro, o personagem principal, Beremiz Samir (o Homem que calculava), tem interesse pela matemática e possui notoriedade na resolução de problemas e suas habilidades, por onde passa, despertam nos outros a curiosidade, a simpatia e a inveja.

O primeiro problema trabalhado com os alunos foi o episódio “O Caso dos 21 Vasos”.

la o eloquente calculista prosseguir em suas estranhas observações sobre o número sagrado, quando avistamos, à porta da hospedaria, nosso dedicado amigo o cheique Salém Nasair, que acenava repetidas vezes chamando por nós.

Disse o cheique Salém: – Sinto-me feliz por tê-lo encontrado agora, ó calculista! Sua chegada, não só para mim, como para três amigos que se acham nesta hospedaria foi altamente providencial. E acrescentou com simpatia e visível interesse:

- Venham! Venham comigo que o caso é muito sério.

Levou-nos a seguir para o interior da hospedaria. Conduziu-nos por um corredor meio escuro, úmido, até o pátio interno, acolhedor e claro. Havia ali cinco ou seis mesas redondas. Junto a uma dessas mesas achavam-se três viajantes que me pareceram estranhos.

Os homens quando o cheique e o calculista deles se aproximaram, levantaram-se e fizeram o salã. Um deles parecia muito moço; era alto, magro, tinha os olhos claros e ostentava belíssimo turbante amarelo cor de ovo, com uma barra branca, onde cintilava uma esmeralda de rara beleza; os dois outros eram baixos, ombros largos e tinham pele escura como beduínos da África.

Disse o cheique apontando para os três muçulmanos:

- Aqui estão, ó calculista, os três amigos. São criadores de carneiros em Damasco. Enfrentam agora os problemas mais curiosos que tenho visto. E esse problema é o seguinte: Como pagamento de pequeno lote de carneiros, receberam aqui, em Bagdá, uma partida de vinho, muito fino, composta de 21 vasos iguais, sendo: 7 cheios; 7 meio cheios e 7 vazios.

Querem agora dividir os 21 vasos de modo que cada um deles receba o mesmo número de vasos e a mesma porção de vinho. Repartir os vasos é fácil. Cada um dos sócios deve ficar com sete vasos. A dificuldade ao meu ver, está em repartir o vinho sem abrir os vasos, isto é, conservando-os exatamente como estão. Será possível, ó calculista, obter uma solução para este problema?

Beremiz depois de meditar em silêncio durante dois ou três minutos, respondeu:

- A divisão dos 21 vasos, que acabais de apresentar, ó cheique, poderá ser feita sem grandes cálculos. Vou indicar a solução que me parece mais simples (MALBA TAHAN, 2010, p. 53-54).

Esse primeiro problema despertou a curiosidade e o interesse nos alunos. A professora sentiu a diferença em relação à participação dos alunos na aula. Esse problema foi trabalhado na primeira semana de aula, um total de seis horas aulas. Na segunda semana de aula foi utilizado o problema “Os Quatro Quatros”.

[...] Interessou-se Beremiz por um elegante e harmonioso turbante azul-claro que um sírio, meio corcunda, oferecia por 4 dinares. A tenda desse mercador era, aliás, muito original, pois tudo ali (turbantes, caixas, punhais, pulseiras, etc.) era vendido por 4 dinares. Havia um letreiro, em letras vistosas, que dizia:

“OS QUATRO QUATROS”

Ao ver Beremiz interessado em adquirir o turbante azul, objetei: – Julgo loucura comprar esse luxo. Estamos com pouco dinheiro e ainda não pagamos a hospedaria. – Não é o turbante que me interessa – retorquiu Beremiz. – Repare que a tenda desse mercador é intitulada “Os Quatro Quatros”. Há nisso tudo espantosa coincidência digna de atenção. – Coincidência? Por quê?

- Ora bagdali – retorquiu Beremiz -, a legenda que figura nesse quadro recorda uma das maravilhas do Cálculo: podemos formar um número qualquer empregando quatro quatros! E antes que eu o interrogasse sobre aquele enigma, Beremiz explicou, riscando na areia fina que cobria o chão: – Quer formar o zero? Nada mais simples. Basta escrever:

44 – 44

- Estão aí quatro quatros formando uma expressão que é igual a zero. Passemos ao número 1. Eis a forma mais cômoda:

- Representa essa fração, o quociente da divisão de 44 por 44. E esse quociente é 1. Quer ver agora, o número 2? (MALBA TAHAN, 2010, p. 28-30)

De posse desses textos, a professora, em parceria com os pesquisadores, planejou as aulas. No primeiro momento da aula foi esclarecido como seria desenvolvido o trabalho com o livro. Assim, para a apresentação do problema foi esclarecido que os eles tinham sido retirados do livro *O Homem que Calculava*, uma obra que tratava das aventuras de Beremiz Samir. Foi explicado também que o verdadeiro autor do livro se chamava Júlio César de Mello e Souza, e que ele usava o pseudônimo de Malba Tahan. A obra conquistou a atenção de toda a turma, pois por meio das aventuras e do clima de romance os alunos deleitaram-se na leitura e passaram a olhar a matemática por um viés mais significativo.

Em seguida, o livro foi disponibilizado em formato digital para todos os alunos da turma, isso ajudou na organização das atividades. Portanto, as primeiras aulas foram exploratórias. Nas atividades seguintes foram distribuídas cópias impressas de um dos problemas da coletânea de Malba Tahan e realizada a leitura individual. Ainda no mesmo dia de aula, após a leitura individual, a turma foi organizada em pequenos grupos para que fizessem a leitura coletiva e discutissem a história. Após a leitura nos grupos, a tarefa seguinte consistiu na leitura e interpretação do texto proposto, que contribuiu também para a compreensão do problema. A tarefa seguinte estava centrada na resolução do problema “Os 21 vasos”. Os estudantes teriam que efetuar a partilha conforme narrado na história. Essa atividade de resolução do problema tomou duas aulas, pois inicialmente os estudantes apresentaram dificuldade para executá-la. Mas com a interação com os colegas e a mediação da professora, ideias emergiram.

As soluções realizadas nos grupos foram registradas, primeiramente, no caderno e discutidas para que depois fizessem os registros das soluções no quadro branco, pois esses foram instrumentos de comunicação das ideias matemáticas. Com as atividades registradas no quadro branco, deu-se início às discussões sobre as distintas soluções que, *a priori*, satisfaziam o problema. Momento de interação e troca de ideias. Para fechamento da aula com o primeiro problema, a professora realizou uma apresentação formal dos conteúdos e ideias matemáticas emergentes da atividade. Esse roteiro de trabalho foi utilizado nos dois problemas.

Para construir as informações necessárias à investigação foram utilizados instrumentos que estivessem adequados ao objetivo da pesquisa. Para isso, recorreu-se à observação participante, ou seja, “uma observação estruturada a partir de um planejamento prévio quanto à coleta de dados” (MINAYO, 2015, p. 79). Então, foi feita uma visita prévia à escola e à turma. Discutiu-se com a professora de Matemática sobre a organização das atividades e os materiais que os alunos produziram. A técnica da observação participante possibilitou a construção de um diário de campo – “caderno no qual escrevemos todas as informações que não fazem parte do material formal da pesquisa” (MINAYO, 2015, p. 71) – onde observações eram anotadas. Logo, os registros construídos pelos estudantes (escrita e desenho) foram analisados com a finalidade refletir sobre os conhecimentos mobilizados durante as aulas e as estratégias de resolução.

As folhas de atividades realizadas pelos alunos foram o principal material empírico para as análises. Os registros dos algoritmos utilizados para enfrentar as situações problemas também serviram de informação para as reflexões acerca das estratégias de resolução e dos conhecimentos matemáticos mobilizados nas atividades. Esses registros escritos produzidos pelos estudantes foram analisados com a finalidade de refletir sobre os conhecimentos matemáticos mobilizados durante as aulas, sobretudo, as estratégias (heurísticas) de resolução dos problemas. Esse material serviu como suporte para as discussões dos resultados. De posse dessa empiria, pensou-se em um método de análise que estivesse articulada com a técnica de construção das informações e o material produzido durante a pesquisa. Assim, foi utilizado o *método de análise interpretativa* de Minayo. Esse método consiste em articular as seguintes ações: descrição, compreensão e interpretação. Essas ações precisam estar articuladas com a teoria que fundamentou a discussão do objeto de pesquisa (MINAYO, 2015).

Portanto, esse método de análise busca dar sentido ao que foi descrito e analisado. É um processo analítico que facilita interpretar falas, textos, desenhos, documentos e livros por meio de um processo sistêmico. E foi a partir desse método que as informações construídas no/do processo de resolução dos problemas foram analisadas, conforme são apresentadas na próxima seção.

4. O Homem que Calculava

Esta pesquisa considera que o trabalho com a Resolução de Problemas busca recuperar o papel produtor que ela tem. Assim, a pesquisa possibilitou reflexões sobre um aluno que precisa ser estimulado a questionar, a resolver problemas, a criar estratégias de resolução e a construir o conhecimento matemático de forma autônoma, tendo o professor como mediador desse processo. Nesse sentido, esta pesquisa assumiu duas linhas de análise interpretativa: uma delas deu ênfase às atividades de leitura e de escrita da linguagem matemática e sua interface com a língua materna a partir do problema “**Os 21 vasos**”; a outra discutiu os conhecimentos matemáticos e as estratégias (heurísticas) de Resolução do Problema “**Os Quatro Quatros**”.

A pesquisa apontou que escrita e a leitura, por meio da Resolução de Problemas, podem aproximar ainda mais os alunos da aprendizagem da linguagem matemática com a aprendizagem da língua materna e, com isso, aprofundar as ideias matemáticas. Exemplo disso, pode-se observar nas produções dos estudantes diante do episódio “Os 21 vasos” retirados do livro de Malba Tahan.

Figura 1: A Partilha dos 21 Vasos

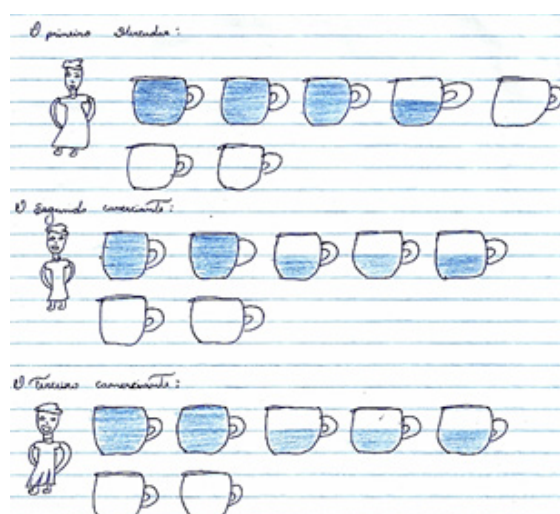


Fonte: Diário de Campo, 2023.

Na figura 1 ficou evidenciado a importância do registro por meio de desenhos. O aluno manifestou sua forma de enfrentar a situação problema. Essas características possibilitam considerar a importância de aprender matemática para ler textos e ler textos para aprender matemática. Prática que precisa aparecer com mais frequência nas aulas de matemática da Educação Básica, pois para Onuchic (1999, p. 201) “os alunos deviam aprender matemática com compreensão”. Esse tipo de trabalho possibilita ao aluno familiarizar-se com a linguagem e os símbolos próprios da Matemática.

Conforme Smole e Diniz (2001), os professores precisam organizar rotinas de leitura, independentemente das aulas de Língua Portuguesa, que articule momentos de leitura individual, oral, silenciosa ou compartilhada de modo que, nas aulas de Matemática, os estudantes defrontem com situações efetivas e diversificadas de leitura. Ler livros, ler jornais, ler mapas, ler contas de energia elétrica, ler regras de jogos etc. são práticas necessárias, no entanto, é difícil formar leitores proficientes, pois envolve vários processos: cognitivos, afetivos e sociais. Nesse contexto, a figura 2 ilustra as estratégias utilizadas para resolver a situação problema.

Figura 2: Representação da Partilha dos Vasos



Fonte: Diário de campo, 2023.

A figura 2 permitiu compreender que a atividade com o livro de Malba Tahan incentivou os alunos a buscarem diferentes formas de resolver problemas e refletir sobre seus processos de resolução da situação proposta. Tais processos podem se manifestar por meio de algoritmos convencionais, de esquemas, da oralidade ou até mesmo por meio de desenhos.

Outro aspecto relevante foi a aceitação e a análise, por parte dos alunos, das diversas estratégias de resolução como válidas e importantes para o desenvolvimento da aprendizagem matemática. Essa atividade conduziu os estudantes para a compreensão de que a ideia matemática pode admitir diferentes formas de expressão e uma expressão pode representar diferentes ideias e contextos matemáticos. Isso implica um grande desafio para o professor de matemática, “pois se trata de uma compreensão que nos obriga a sair da cômoda posição de atribuir a cada símbolo ou expressão matemática um significado único e, reciprocamente, a cada ideia uma única forma de representação” (SMOLE e DINIZ, 2001, p. 123). Assim, um mesmo modelo matemático pode ser trabalhado por meio de diversas estruturas semânticas, favorecendo ao aluno reconhecer isomorfismos matemáticos por meio da diversidade de sentidos atribuídos às estratégias de resolução dos problemas.

A ênfase na produção escrita nas aulas de matemática resultou em concepções sobre como se dá o processo de construção do conhecimento matemático pelos alunos. A escrita nas aulas de matemática assumiu um papel de instrumento mediador entre o sujeito e o objeto de conhecimento (SMOLE e DINIZ, 2001). Isso se evidencia na figura 3.

Figura 3: Escrita das Ideias Matemáticas

Cada um sócio recebeu 7 vasos e a mesma quantidade de vinho.		
1. Primeiro Receber:		C M V
2 vasos cheios 3 meios cheios 2 vazios		1º: $3 + 1 + 3 = 7$
2. Segundo Receber:		2º: $2 + 3 + 2 = 7$
3 vasos cheios 1 meio cheios 3 vazios		3º: $2 + 3 + 2 = 7$
3. Terceiro Receber:		
2 vasos cheios 3 meios cheios 2 vazios		
4. Primeiro Receber:		
3 cheios		
1 meio		
2 vazios		
5. Segundo Receber:		
2 cheios		
3 meios		
2 vazios		
Se juntos 2 meios cheios dará a quantidade de 1 vaso cheio, dando em conta então		
3 cheios	↑	
1 meio	a quantidade representada	
2 vazios		

Fonte: Diário de campo, 2023.

Nesse registro percebe-se a importância da escrita para comunicar as ideias matemáticas. Apesar de o estudante ter recorrido aos cálculos aritméticos para enfrentar essa situação, deu maior ênfase à justificativa escrita dos cálculos. Nesse sentido, a atividade mostrou também que resolver um problema matemático não consiste no simples reconhecimento de situações típicas e/ou aplicar estratégias recorrentes de aplicação de algoritmos, em que a única tarefa é desenvolver o

passo a passo dos procedimentos indicados pelo professor. No entanto, as estratégias de resolução apresentadas nessa proposta foram construções que começaram com o planejamento qualitativo, levantamento de hipóteses e tiveram como pressuposto a aprendizagem ativa (ITACARAMBI, 2010).

As respostas dos alunos mostraram que eles estão sempre em busca de um novo caminho para resolver o problema. Por isso, segundo os estudantes, não causou estranheza fazer desenhos ou registros escritos na tentativa de encontrar a solução, pelo contrário, essa foi a estratégia mais recorrente nas resoluções. Para Smole e Diniz (2001) muitas vezes, nas situações de resolução de problemas, os alunos optam por representar suas soluções com base no contexto ou na estrutura do problema, o que varia de acordo com a segurança de cada um. Das várias representações que fizeram, uma ou outra se aproximou da técnica operatória, conforme a figura 3, o que não se traduz necessariamente em algoritmo tradicional.

Ler e escrever nas aulas de matemática proporcionou uma diversidade de estratégias (heurísticas) de resolução. Um dos alunos recorreu à linguagem algébrica para expressar suas ideias matemática, conforme a figura 4.

Figura 4: Representação algébrica para a Partilha dos Vasos



Fonte: Diário de campo, 2023.

A estrutura do raciocínio matemático foi organizada da seguinte maneira: 1M representou o primeiro mulçumano; 2M o segundo e o 3M o terceiro mulçumano. Isso evidenciou a utilização da linguagem algébrica ou pensamento algébrico. Essa estratégia foi utilizada como recurso de ampliação da compreensão do problema, além de ser um veículo de acesso a outros tipos de raciocínio. Ao fazer o registro o aluno exteriorizou um conhecimento matemático, revelando sua interpretação do próprio problema e o domínio que possui dos conteúdos matemáticos que fazem parte da atividade proposta.

Para Smole e Diniz (2001), os professores de matemática, sobretudo, não podem esquecer que uma das principais tarefas da escola é formar alunos que façam uso da leitura e da escrita com autonomia em todas as áreas do currículo. Por esse motivo, a pesquisa propõe que durante as aulas de matemática os estudantes possam ser convidados a registrar e comunicar informações e suas próprias descobertas. Essa prática de ler, escrever e resolver problemas matemáticos, também foi desenvolvida com outro episódio do livro *O Homem que Calculava*, o problema “Os Quatro Quatros”.

Nesse problema, “Os Quatro Quatros”, os alunos precisavam formar os números de 0 a 10 utilizando somente quatro quatros e as operações fundamentais. Desse modo, precisariam recorrer às propriedades das expressões numéricas, conforme ilustrado na figura 5.

Figura 5: Resolução do Problema dos Quatro Quatros

Os Quatro Quatros

Substituindo quarenta e quatro menos quarenta e quatro
o Resultado é zero.
 $44 - 44 = 0$

Quarenta e quatro dividido por quarenta e quatro o resultado é um.
 $44 : 44 = 1$

Dividindo quatro por quatro duas vezes e somando os resultados, temos o número Dois.
 $\frac{4}{4} + \frac{4}{4} = 2$

Quatro menos quatro dividido por quatro, resulta o Resultado é Três.
 $4 - (\frac{4}{4}) = 3$

Quatro menos quatro menos quatro menos quatro, o Resultado é Quatro.
 $4 - 4 - 4 - 4 = 4$

Quatro menos quatro menos quatro menos quatro, Resultado é Quatro, menos quatro, o Resultado é Quatro.
 $(4 - 4 - 4 - 4) - 4 = 4$

Quatro menos quatro menos quatro menos quatro, Resultado é Quatro, menos quatro, Resultado é Quatro, menos quatro, Resultado é Quatro.
 $(4 - 4 - 4 - 4) - 4 = 4$

Fonte: Diário de campo, 2023.

A figura 5 sugere, com base em Onuchic (1999), que o processo de resolução de problemas possibilitou aos alunos ampliarem ou aprofundarem suas habilidades matemáticas, pois utilizaram ferramentas aritméticas que auxiliam na solução do problema e atendessem as condições propostas para a resolução. Além disso, construiu uma resolução que atendessem aspectos relacionados ao cálculo e à produção escrita que justificasse o desenvolvimento do algoritmo utilizado. Então, a escrita reforçou a heurística da resolução e acentuou a importância do domínio da linguagem matemática para a resolução de um problema.

O problema “Os Quatro Quatros” foi apresentado de tal forma que sua solução fosse aberta, desde que cumprisse com as condições dadas, e isso exigiu dos alunos uma postura autônoma e ativa diante da aula de Matemática. Isso reforça a ideia de que “o ensino baseado na solução de problemas pressupõe promover nos alunos o domínio de procedimentos, assim como a utilização dos conhecimentos já disponíveis” (POZO e ECHEVERRÍA, 2002, p. 30). Essa autonomia favoreceu também que aprendessem a aprender, na perspectiva de desafiá-los a encontrar por si mesmo respostas aos problemas propostos.

Sobre a utilização de conhecimentos já disponíveis, conforme afirmaram Pozo e Echeverría (2002), o problema “Os Quatro Quatros” exigiu que os estudantes recorressem às ferramentas aritméticas relacionadas às expressões numéricas. Isso fomentou a construção de conhecimentos matemáticos relacionados ao cálculo do valor numérico de uma expressão algébrica, pois esse era o objeto matemático que seria formalizado ao final das atividades propostas para a resolução do problema. Logo, a inquietação dos alunos e a autonomia para buscar respostas em conhecimentos adquiridos anteriormente ficam evidentes no processo de resolução apresentado na figura 6.

Figura 6: Expressões Numéricas Criadas para Resolver o Problema

$$\begin{array}{l}
 1) 44 - 44 = 0 \\
 2) (4+4) : (4+4) = 1 \\
 3) (4:4) + (4:4) = 2 \\
 4) (4+4+4) : 4 = 3 \\
 5) (4-4) \times 4+4 = 4 \\
 6) (4 \cdot 4) + 4 : 4 = 5 \\
 7) (4+4) : 4+4 = 6 \\
 8) (4+4) - (4:4) = 7 \\
 9) (4 \times 4) - (4+4) = 8 \\
 10) (4+4) + (4:4) = 9 \\
 11) (44-4) : 4 = 10
 \end{array}$$

Fonte: Diário de campo, 2023.

A figura 6 mostra o resultado das manipulações matemáticas feitas para encontrar os numerais de 0 a 10. Percebe-se que o processo hierárquico na resolução de uma expressão numérica foi atendido. A manipulação das operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) foi utilizada corretamente, além da utilização dos sinais matemáticos, como o uso dos parênteses.

Outro aspecto relevante dessa atividade é o fato de a utilização da Resolução de Problemas como metodologia de ensino da matemática despertar nos alunos a construção de estratégias (heurísticas) diversas para solucionar o problema proposto, além de provocar a criatividade e aproveitar seus conhecimentos já construídos e suas experiências para a construção de um novo conhecimento. Ou seja, recorrer às habilidades relacionadas às expressões numéricas para aprender a calcular o valor numérico de uma expressão algébrica. Portanto, a partir do registro da figura 6, pode-se inferir que as atividades de Resolução de Problemas desenvolvidas nas aulas de matemática colocaram o foco da atenção dos alunos sobre as ideias matemáticas expressas no texto e deu sentido ao que foi estudado. Conforme afirmam Onuchic e Allevato (2004, p. 17), a Resolução de Problemas como metodologia de ensino da matemática “desenvolve nos alunos a capacidade de pensar matematicamente”, assim fazer com que utilizem distintas estratégias em diferentes problemas ou no mesmo problema.

O trabalho com a Resolução de Problemas nas aulas de matemática, além de permitir a compreensão de conteúdos e conceitos matemáticos, fomentou a prática da escrita, competência que não é restrita ao ensino da língua materna, mas que pode ser trabalhada articulada com o ensino da linguagem matemática, conforme exemplificado na figura 7.

Figura 7: A Escrita nas Aulas de Matemática

Fim da história

Beremiz continuou contando na areia e explicando como chegava em cada resultado. Quando chegou ao número 10 começou a ventar muito e não dava para ficar do lado de fora da tenda, então eles entraram na tenda e Beremiz comprou seu turbante. Quando a ventania acabou seguiram viagem.

Fonte: Diário de campo, 2023.

A figura 7 representa uma das atividades da aula. Após resolver o problema, os alunos foram orientados a construir um final para a história, pois o desfecho da narrativa foi omitido, sem prejuízos à resolução, com a finalidade de solicitar, a partir da compreensão e resolução do problema, a escrita de um final para a história de Beremiz Samir (o homem que calculava). No entanto, essa atividade não pareceu muito comum, pois causou estranheza aos alunos ler e escrever nas aulas de matemática, visto que estavam acostumados a somente fazer cálculos. Mas com o passar das aulas perceberam que as competências linguísticas (ler e escrever) eram importantes para a interpretação dos problemas.

Para Onuchic e Allevato (2004, p. 20), afirmam que os “professores que ensinam dessa maneira se empolgam e não querem voltar a ensinar na forma dita tradicional”. O resultado da pesquisa corrobora com essa assertiva, pois a professora e os alunos disseram que as aulas de matemática não seriam as mesmas depois dessa experiência. A docente, em seu discurso, sentia-se gratificada com os resultados apresentados por seus alunos. Percebeu que a matemática pode, e deve, ser trabalhada a partir de uma obra literária e que ler e escrever não são práticas restritas aos professores de língua portuguesa, mas um compromisso de todos os professores.

A Resolução de Problemas, além de desenvolver o poder matemático nos estudantes, ou seja, a habilidade de pensar matematicamente e otimizar as ferramentas matemáticas, permite aumentar a compreensão dos conteúdos matemáticos e a confiança do aluno. A figura 8 é um exemplo de que os alunos souberam utilizar coerentemente os conceitos e ideias matemática para resolver o problema “Os Quatro Quatros”.

Figura 8: Novas Soluções para o Problema dos Quatro Quatros

1 → $\frac{44}{44} = 1$	6 → $\frac{4+4}{4+4} = 6$	0 → $44-44=0$
2 → $\frac{4}{4} + \frac{4}{4} = 2$	7 → $4+4-\frac{4}{4} = 7$	
3 → $\frac{4+4+4}{4} = 3$	8 → $4-4+4+4=8$	
4 → $\frac{4-4}{4} = 0+4+4$	9 → $\frac{4}{4}+4+4=9$	
5 → $\frac{4 \times 4+4}{4} = 5$	30 → $\frac{4 \cdot 4-4}{4} = 30$	

Fonte: Diário de campo, 2023.

Essa atividade (fig. 8) mostrou, conforme afirmam Onuchic e Allevato (2004, p. 21), que a “resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido”. Isso ficou evidente devido os alunos apresentarem confiança e autoestima para resolver os problemas propostos. Assim, na etapa em que a professora foi ao quadro formalizar os conceitos e as ideias matemáticas, a aula passou a ter mais sentido. Os estudantes perceberam a importância de destacar as distintas técnicas operatórias e as propriedades relacionadas ao conteúdo estudado.

Durante as aulas, foi destacado a dificuldade que muitos alunos têm em aprender matemática, da mesma forma que muitos professores têm para ensinar, mas que da maneira como foi trabalhado, um contexto propício para a compreensão e produção de conhecimento matemático, tais dificuldades podem ser superadas, basta que a aula tenha significado para os estudantes.

No entanto, precisamos fazer uma ressalva sobre os registros por meio de desenhos. As atividades de desenhar por desenhar não se constitui em uma forma de comunicação matemática, pois esta implica interação com outros estudantes. Para que isso ocorresse, foi necessário organizar atividades que garantissem a apreciação dos desenhos produzidos pelos alunos, ou seja, fizessem com que os desenhos fossem realmente um veículo de transmissão de ideias. Sendo assim, é importante propor situações nas quais desenhar envolva discussão com os colegas e troca de ideias.

5. Considerações Finais

Esta pesquisa; que teve como objetivo *analisar os conhecimentos matemáticos mobilizados no processo de ensino e aprendizagem da Matemática por meio da Resolução de Problemas a partir do livro O homem que calculava, de autoria de Malba Tahan*; fez com que surgisse um novo olhar dos pesquisadores para a organização didático-pedagógica da aula de matemática a partir da Resolução de Problemas como metodologia de ensino.

Essa pesquisa mobilizou saberes docentes (saber pedagógico do conteúdo, saber curricular) relacionados à organização do conteúdo e à articulação teoria e prática. Por isso, os cursos de formação de professores poderiam, com mais solidez, articular “os conhecimentos produzidos pelas universidades *a respeito* do ensino e os saberes desenvolvidos pelos professores *em* suas práticas cotidianas” (TARDIF, 2014, p. 23). Caso seja nestes termos, o professor em formação pode ter um novo olhar sobre as distintas maneiras de chegar ao conhecimento necessário para ministrar aulas.

Pode-se inferir, também, que a compreensão do problema matemático não depende exclusivamente de ideias ou conceitos matemáticos, mas que existe uma relação intrínseca entre a língua materna e a linguagem matemática. Portanto, foi percebido que muito do que leva um estudante fracassar diante de um problema matemático, muitas vezes, depende de habilidades relacionadas à leitura e à escrita. Ao ler um problema, o sucesso do aluno não dependerá somente da interpretação dos conceitos matemáticos (sua estrutura lógica), mas depende também de seu conhecimento de mundo, ou seja, de suas experiências. Assim, a Resolução de Problemas, nesta pesquisa, assumiu um papel de instrumento de contextualização, conforme Itacarambi (2010, p. 15), “a partir do momento em que propõe situações e exigem uma solução matemática e que direcionam para o questionamento, a pesquisa e a inserção das operações dentro de um contexto”.

O trabalho coletivo também merece destaque. O debate coletivo dos problemas propostos possibilitou um trabalho de investigação. Os alunos realizaram, além de análises quantitativas, análises qualitativas em um ambiente democrático de discussão. Os estudantes mobilizaram saberes matemáticos e aprofundaram outros. Também começaram a se encorajar e a criar conjecturas sobre as estratégias utilizadas nas resoluções, mas sempre respeitando a opinião do colega.

Portanto, a pesquisa contribuiu para compreender que as dificuldades em aprender matemática, muitas vezes, estão relacionadas diretamente em como o ensino está organizado, e que o

trabalho com a Resolução de Problemas pode minimizar essas dificuldades dos alunos. Assim, o professor pode solicitar alguns cuidados na aula: fazer uma leitura cuidadosa dos enunciados do problema; incentivar diversas formas de registros dos procedimentos de busca da solução; compreender a linguagem matemática e verificar sua relação com a língua materna; encorajar os alunos para tomadas de decisão; organizar a aula com vistas ao trabalho colaborativo; valorizar os erros e corrigi-los. Essas são algumas atitudes, resultantes da pesquisa, que podem ser adotadas pelo professor de matemática.

6. Referências

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática**. Secretaria de Educação Básica. Brasília: MEC, 1998.

FIORENTINI, Dario. LORENZATO, Sérgio. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006.

FONSECA, M. da C. F. R. CARDOSO, C. de A. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática e Matemática para ler o texto. In: NACARATO, Adair. LOPES, Celi. **Escrituras e leituras na educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

ITACARAMBI, Ruth Ribas. **Resolução de Problemas no Ensino Fundamental**. São Paulo: Livraria da Física, 2010.

MINAYO, Maria Cecília de Souza (org.). **Pesquisa Social: teoria, método e criatividade**. 34. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2015.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Unesp, 1999.

ONUCHIC, L. R. ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004.

POLYA, George. **A Arte de Resolver Problemas**. 3. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1986.

POZO, J. I. ECHEVERRÍA, M. D. P. Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: POZO, J. I. (org.). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2002.

SMOLE, Kátia Stocco. DINIZ, Maria Ignez. **Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

TAHAN, Malba. **O Homem que Calculava**. 79. ed. Rio de Janeiro: Record, 2010.

TARDIF, Maurice. **Saberes docentes e formação profissional**. 16. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2014.

Histórico Editorial

Recebido em 03/01/2024.

Aceito em 10/04/2024.

Publicado em 08/07/2024.

Como citar – ABNT

COLINS, Fabio; SILVA, Renatha Farias. Resolução de problemas a partir da obra O Homem que Calculava. **REVEMOP**, Ouro Preto/MG, Brasil, v. 6, e2024006, 2024. <https://doi.org/10.33532/revemop.e2024006>

Como citar – APA

Colins, F., & Silva, R. F. (2024). Resolução de problemas a partir da obra O Homem que Calculava. *REVEMOP*, 6, e2024006. <https://doi.org/10.33532/revemop.e2024006>