Seção Artigos
2024, Volume 6, e2024007
Páginas 1–19
10.33532/revemop.e2024007

revemop
ISSN 2596-0245

As Funções Exponenciais e suas Derivadas à luz da Imagem Conceitual e da Definição Conceitual

Exponential Functions and their Derivatives in the light of Conceptual Image and Conceptual Definition

Funciones Exponenciales y sus Derivadas a la luz de la Imagen Conceptual y la Definición Conceptual

Saulo Macedo de Oliveira[1]
Rieuse Lopes[2]

Resumo
Este artigo é um recorte de uma dissertação realizada com acadêmicos da disciplina Cálculo Diferencial e Integral, do 1º período do curso Sistemas de Informação da Universidade Estadual de Montes Claros, e fundamenta-se nos construtos teóricos do Interacionismo Simbólico e do Pensamento Matemático Avançado, especificamente a imagem conceitual e a definição conceitual de funções exponenciais. Teve como objetivo compreender como e de que forma as definições matemáticas são empregadas em discussões realizadas nas interações entre alunos e professores durante a apresentação de um seminário realizado pelos acadêmicos. A partir da análise dos dados, foi possível observar divergências entre as imagens e as definições conceituais de funções exponenciais e suas derivadas. Concluímos que houve um avanço, por parte dos acadêmicos, na compreensão das definições formais na concepção do Pensamento Matemático Avançado.
Palavras-chave: Definição Conceitual. Funções Exponenciais e suas Derivadas. Imagem Conceitual. Interacionismo Simbólico. Pensamento Matemático Avançado.

Abstract
This article is an excerpt from a dissertation carried out with students studying Differential and Integral Calculus in the first term of the Information Systems course at the State University of Montes Claros and is based on the theoretical constructs of symbolic interactionism and advanced mathematical thinking, specifically the conceptual image and the conceptual definition of exponential functions. It aimed to understand how and in what way mathematical definitions are used in discussions held in interactions between students and professors during the students' presentation of a seminar. From the analysis of the data, it was possible to observe divergences between the images and the conceptual definitions of exponential functions and their derivatives. We concluded that the students had made progress in understanding the formal definitions from the advanced mathematical thinking perspective.
Keywords: Conceptual Definition. Exponential Functions and their Derivatives. Conceptual Image. Symbolic Interactionism. Advanced Mathematical Thinking.

Resumen
Este artículo es un extracto de una disertación realizada con alumnos que cursan Cálculo Diferencial e Integral en el primer cuatrimestre del curso de Sistemas de Información de la Universidad Estadual de Montes Claros, y se basa en los constructos teóricos del Interaccionismo Simbólico y del Pensamiento Matemático Avanzado, específicamente la imagen conceptual y la definición conceptual de funciones exponenciales. El objetivo fue comprender cómo y de qué manera se utilizan las definiciones matemáticas en las discusiones mantenidas en las interacciones entre alumnos y profesores durante la presentación de un seminario por parte de los alumnos. A partir del análisis de los datos, fue posible observar divergencias entre las imágenes y las definiciones conceptuales de las funciones exponenciales y

1 Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Educação, na linha de pesquisa Educação Matemática, da Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES). Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES), Montes Claros, Minas Gerais, Brasil. E-mail: saulomacedo308@gmail.com

2 Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP). Professora do Departamento de Ciências Exatas da Universidade Estadual de Montes Claros (UNIMONTES), Montes Claros, Minas Gerais, Brasil. E-mail: rieuse.lopes@unimontes.br.

sus derivadas. Concluimos que los alumnos habían progresado en la comprensión de las definiciones formales en el concepto de Pensamiento Matemático Avanzado.
Palabras clave: Definición conceptual. Funciones exponenciales y sus derivadas. Imagen Conceptual. Interaccionismo Simbólico. Pensamiento Matemático Avanzado.

1. Considerações Iniciais

A desistência e a reprovação na disciplina Cálculo Diferencial e Integral (CDI) é uma realidade comum em muitos cursos superiores no Brasil e no mundo afora. Essa disciplina, conhecida por sua complexidade e abstração matemática, é frequentemente um obstáculo desafiador para os estudantes, especialmente aqueles que não têm uma base sólida em matemática ou que enfrentam dificuldades de adaptação ao ensino superior (Macêdo; Gregor, 2020).

No contexto brasileiro, é comum observar estudantes enfrentando dificuldades ao ingressar em cursos como Engenharia, Física, Biologia, Sistemas de Informação, Licenciatura em Matemática, além de graduações em áreas de Ciências Econômicas e Sociais, nos quais o Cálculo Diferencial e Integral é uma disciplina fundamental. Como afirmam Almeida, Barbosa, Musmanno e Souza (2023) e Oliveira (2023), as razões para a desistência e reprovação são variadas e incluem fatores como a falta de preparo prévio, metodologias de ensino desafiadoras, ausência de suporte acadêmico adequado e até mesmo questões emocionais ligadas à ansiedade e à autoconfiança.

Consoante Guio e Barcellos (2021), muitos estudantes brasileiros podem ter tido uma educação básica deficiente em matemática, o que contribui para a dificuldade enfrentada ao lidar com conceitos avançados do Cálculo. Outrossim, a forma como a disciplina é ministrada e a ênfase em resolução de problemas práticos podem representar desafios adicionais. Além disso, observa-se um percentual elevado de reprovação e de desistência nessa disciplina, o que pode ser entendido como um reflexo das dificuldades mencionadas ou como um indicativo de problemas nos processos de ensino e de aprendizagem do Cálculo, que podem estar relacionados à metodologia de ensino.

Vários motivos contribuem para a reprovação e a evasão na disciplina CDI. Um dos mais importantes é a falta de preparação dos estudantes para o conteúdo da disciplina. Muitos alunos chegam ao ensino superior com lacunas na formação básica em matemática, principalmente em assuntos como equações algébricas e funções. Outro motivo que contribui para a reprovação é a metodologia de ensino adotada. A disciplina CDI costuma ser apresentada de forma abstrata e descontextualizada, o que torna o aprendizado mais difícil para os alunos.

No cenário brasileiro, a discussão sobre as práticas de ensino, a implementação de métodos pedagógicos inovadores e a oferta de recursos de suporte mais eficazes são temas relevantes para melhorar a taxa de sucesso dos estudantes nessa disciplina e, por conseguinte, em seus cursos superiores.

Investigações como a de Amancio e Sanzovo (2020) têm sido realizadas para identificar essas dificuldades e desenvolver, testar e avaliar novas metodologias, sob diferentes perspectivas, em diferentes contextos, com ou sem o uso de recursos tecnológicos, que podem contribuir para reduzir as dificuldades dos estudantes, bem como auxiliar no processo de ensino, com reflexo positivo na compreensão dos conteúdos de CDI e consequente redução dos índices de reprovação e de desistência nessa disciplina.

Pesquisas, como a de Rosa, Alvarenga e Santos (2019) mostram que as dificuldades são ainda temas presentes. Esses autores apresentam investigações realizadas com estudantes, apontando as dificuldades de aprendizagem na disciplina CDI e a elevada taxa de reprovação, com destaque para "a metodologia utilizada pelo professor como um dos problemas enfrentados por eles durante a formação" (Silva; Nascimento; Vieira, 2017, p. 13).

Sendo assim, essa questão nos inspirou a planejar e aplicar atividades com o intuito de analisar e interpretar as relações gráficas entre funções exponenciais e suas derivadas, bem como as propriedades dessas funções, usando um *software* de representação gráfica. Nesse sentido, desenvolvemos uma pesquisa com o objetivo de compreender como e de que forma as definições matemáticas são utilizadas em diálogos entre alunos e professores, durante as apresentações em um seminário, cujos estudos destacaram representações gráficas e algébricas das funções exponenciais e suas derivadas, elaboradas por intermédio do *software* GeoGebra. A utilização de *software* no ensino é importante e relevante, pois, como salientam Oliveira e Lopes (2023, p. 2), "os jovens atualmente fazem parte de um ambiente tecnológico e multifacetado, que pode ser explorado em favor do processo de aprendizagem".

Posto isto, o artigo está estruturado da seguinte maneira: na próxima seção, será explicitado o referencial teórico que embasa este trabalho, trazendo autores que pesquisam sobre o Interacionismo Simbólico e o Pensamento Matemático Avançado. Depois, será discutido o caminho metodológico deste trabalho. Na penúltima seção, serão tratadas a análise e as discussões dos dados coletados e, por fim, na última seção, as considerações finais.

2. Pensamento Matemático Avançado e Interacionismo Simbólico: um marco teórico

Nesta seção, apresentamos uma síntese com as principais características das teorias que fundamentam este trabalho, ou seja, o Pensamento Matemático Avançado, a definição estipulada, extraída, conceitual, conceitual formal e conceitual pessoal e o Interacionismo Simbólico. Também salientamos as idiossincrasias do Pensamento Matemático Avançado, a partir das noções teóricas de imagem conceitual e da definição conceitual.

2.1. Pensamento Matemático Avançado

Existem diversas abordagens para o estudo dos processos de ensino e de aprendizagem, e, em geral, as discussões se concentram no tipo de aprendiz que se deseja formar. Por isso, as concepções de ensino e aprendizagem são essenciais, pois fornecem orientações para a prática do educador que se preocupa com o conteúdo, as metodologias de ensino e o pensamento matemático desenvolvido pelos alunos no processo de aprendizagem. A evolução do pensamento matemático dos alunos, desde o ensino fundamental ao superior, tem sido objeto de pesquisas (Tall, 1991; Vinner, 1991; Domingos, 2006).

Afirmamos, em consonância com Domingos (2006), que as dificuldades e o elevado índice de evasão escolar na Matemática podem ser atribuídos à baixa compreensão dos conceitos matemáticos pelos estudantes. Em razão da complexidade inerente à compreensão de conceitos matemáticos, como funções e derivadas, buscamos um referencial teórico que nos permita analisar, descrever e explicar a maneira de os estudantes universitários manifestarem sua compreensão desses conceitos.

Uma organização do pensamento matemático, desde a perspectiva cognitiva, foi realizada por Tall (1995), por meio de três elementos da atividade humana: a captação como entrada, o raciocínio como processamento interno e a execução como saída. Isso permite considerarmos as atividades matemáticas como perceber objetos, raciocinar e realizar ações sobre eles. Tall (1995) considera que o pensamento matemático inicia-se pela captação dos objetos do mundo externo e pelas ações exercidas sobre eles. Esse pensamento também se desenvolve simultaneamente por meio de processos orientados à inspiração de um raciocínio criativo baseado na definição formal e na demonstração sistemática dos conceitos matemáticos. À medida que o raciocínio se desenvolve tornando-se mais complexo, as ações sobre esses objetos conduzem ao raciocínio matemático avançado, que envolve o uso de estruturas cognitivas produzidas pelas várias atividades matemáticas. Assim, tanto o raciocínio matemático elementar quanto o raciocínio matemático avançado referem-se à maneira como se processa internamente a informação.

Tall (1995) distingue a matemática elementar, na qual os objetos são caracterizados, da matemática avançada, na qual os objetos são definidos de forma rigorosa. Na matemática elementar, as propriedades dos objetos são descritas a partir da observação, enquanto na matemática avançada elas são deduzidas das definições.

De acordo Tall (1991, p. 3), a caracterização do ciclo de atividades no Pensamento Matemático Avançado (PMA) conduz "desde a atitude produtiva de considerar a contextualização de um problema numa investigação matemática até a formulação produtiva de conjecturas e a etapa final de refinamento e de demonstração".

Segundo Dreyfus (1991), o Pensamento Matemático Avançado consiste numa grande série de processos que interagem entre si, como os processos de representação e abstração. Além desses dois processos, existem outros, como classificar, conjecturar, induzir, analisar e formalizar, mas é por meio dos dois processos principais que se passa de um nível de pensamento para outros.

De acordo com o autor, esses processos podem ser encontrados tanto no pensamento matemático elementar quanto no pensamento matemático avançado, pois existem tópicos da matemática básica que podem ser tratados de forma avançada, assim como há um pensamento elementar sobre tópicos avançados, pois a distinção está na complexidade de como são tratados e gerenciados os processos presentes em cada um deles. Dessa forma, Dreyfus (1991) ressalta a importância de o professor conhecer esses processos, pois facilita a compreensão das dificuldades apresentadas pelos estudantes.

No que se refere à definição do PMA e às discussões produzidas sobre sua natureza e desenvolvimento, encontramos na literatura especializada que "ao longo do tempo houve uma diversidade de opiniões expressas sobre esse tema e não há uma definição de PMA que seja unanimemente aceita" (Mamona-Downs; Downs, 2008, p. 155). Para esses autores, a opção mais simples é a de que o PMA compreende as necessidades cognitivas para abordar os conteúdos matemáticos associados a domínios usualmente tratados na universidade.

Em conformidade com Vinner (1991), ao se deparar com uma palavra associada a um conceito matemático, o indivíduo evoca na memória uma representação mental do conceito. Essa representação é denominada imagem conceitual. Tall e Vinner (1981) definem imagem conceitual como a totalidade do que está associado ao conceito na mente do indivíduo, incluindo imagens mentais, processos e propriedades. Nesse sentido, esses autores consideram que:

> A imagem conceitual é algo não verbal associado em nossa mente ao nome do conceito. Pode ser uma representação visual do conceito, caso o conceito tenha representações visuais; pode ser também uma coleção de impressões ou experiências. As representações visuais, as figuras mentais, as impressões e as experiências associadas ao nome do conceito podem ser traduzidas em formas verbais. Mas é importante lembrar que essas formas verbais não são a primeira coisa evocada em nossa memória. Elas acontecem em estágio posterior. [...] Quando você ouve a palavra "função" por outro lado, você pode lembrar-se da expressão "$y = f(x)$", você pode visualizar o gráfico de uma função, você pode pensar sobre funções específicas como $y = x^2$ ou $y = sen(x)$, $y = ln(x)$ etc. Do que nós dissemos, está claro que só é possível falar de imagem conceitual em relação a um indivíduo específico. Além disso, o mesmo indivíduo poderia reagir de modo diferente a um certo termo (nome do conceito) em situações diferentes. Em Tall & Vinner (1981) o termo "imagem conceitual evocada" é introduzido para descrever a parte da memória evocada num dado contexto. Isso não é, necessariamente, tudo que um certo indivíduo sabe sobre uma certa noção (Vinner, 1991, p. 6).

Por outro lado, a definição conceitual é a explicação, por meio de palavras, de um conceito de maneira precisa e não redundante. Tall e Vinner (1981) distinguem entre a definição conceitual formal, que é a explicação exata e rigorosa, e a definição conceitual pessoal, que é a compreensão verbal da definição formal de uma pessoa. A definição conceitual, geralmente utilizada para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos no ensino superior, engloba a definição conceitual formal e a definição conceitual pessoal. Nesse sentido, Tall e Vinner salientam que:

> A definição conceitual (se o indivíduo a possuir) é uma questão completamente diferente. Consideramos que a definição conceitual é uma forma de palavras usada para especificar esse conceito. Ela pode ser aprendida por um indivíduo de forma mecânica ou de forma mais significativa relacionando-a em maior ou menor grau ao conceito como um todo. Também pode ser uma reconstrução pessoal feita pelo aluno a partir de uma definição. Constitui-se numa forma de palavras que o aluno usa para a própria explicação de sua imagem conceitual (evocada). Se a definição conceitual é dada para o estudante ou construída por ele mesmo, ele pode variá-la de vez em quando. Nesse sentido, uma definição conceitual pessoal pode diferir de uma definição conceitual formal, sendo esta última uma definição conceitual aceita pela comunidade matemática em geral (1981, p. 152, tradução nossa).

Referenciando o trabalho de Tall e Vinner (1981), Meyer (2003) considera que a definição conceitual pode constituir-se também a partir da "reconstrução pessoal da definição de um conceito, sem que tenham necessariamente significados coincidentes. Nesse caso, a definição conceitual é considerada como a forma verbal utilizada pelo estudante para especificar sua imagem conceitual (evocada)" (Meyer, 2003, p. 6).

2.2. Definição Estipulada, Extraída, Conceitual, Conceitual Formal e Conceitual Pessoal

Considerando o objetivo desta pesquisa, que é compreender como e de que forma as definições matemáticas são utilizadas pelos estudantes nas representações gráficas e algébricas das funções e suas derivadas, baseamo-nos nesses aportes teóricos a fim de aplicar essa fundamentação na análise das expressões orais e escritas realizadas pelos estudantes, quando utilizaram tanto a definição conceitual formal quanto a pessoal. Além desses autores, a análise também se fundamentou nos estudos de Edwards e Ward (2004), que corroboram com Tall e Vinner (1981), no entendimento das definições matemáticas, mas consideram que as definições conceituais podem ser estipuladas ou extraídas.

De acordo com Edwards e Ward (2008), os autores afirmam que as definições estipuladas são uma “construção explícita e autoconsciente da relação de significado entre uma palavra e algum objeto, o ato de designar a um objeto um nome (ou um nome a um objeto)” (Edwards; Ward, 2008, p. 224). Uma definição matemática estipulada é uma definição cujos significados em relação ao conceito são designados ou estipulados pela comunidade matemática e comunicado por esses símbolos, ou seja, pela definição formal.

Por sua vez, as definições extraídas referem-se a conceitos cujo uso em uma variedade de contextos específicos permite uma extração ou atribuição de significados para esses conceitos, os quais são referenciados por suas definições. São “definições que são baseadas em exemplos reais, definições extraídas de um corpo de evidências” (Edwards; Ward, 2008, p. 224, tradução nossa). De acordo com os autores, a maioria das definições da “linguagem cotidiana” para conceitos não científicos são definições extraídas, nas quais os conceitos são atribuídos de significados conforme o seu uso.

Destacamos que, de acordo com Tall e Vinner (1981), a definição conceitual consiste na forma simbólica para especificar um conceito. Os autores fazem distinção entre a definição conceitual formal, que é a definição exata e precisa, e a definição conceitual pessoal, que é o entendimento pessoal da definição formal de uma pessoa. Para os autores, uma definição formal na matemática é uma construção simbólica aceita pela grande parte da comunidade matemática, e é empregada para significar algo específico. A definição conceitual pessoal, compreendida como uma construção pessoal da definição formal remete à imagem conceitual, e, por ser pessoal, pode diferir da definição formal, ou seja, a definição pessoal pode ser compatível ou pode divergir da definição formal.

Compreendemos que a definição conceitual, de acordo com Tall e Vinner (1981), relaciona-se com as duas definições apresentadas por Edwards e Ward (2008), uma vez que entendemos que a definição conceitual pode ser estipulada ou extraída. As definições matemáticas formais possuem significados estipulados para os conceitos a que eles referem. Quando os significados de um conceito matemático são evocados de uma definição formal, são específicos ao conceito e seu uso se refere a essa especificidade, compreendemos como definições estipuladas. A definição estipulada transmite um significado elementar, guia uma discussão específica e é utilizada para servir a um propósito. A definição estipulada faz surgir os usos de conceitos, ao passo que a extraída surge dos usos e conceitos.

2.3. Interacionismo Simbólico

Um dos principais fatores nos processos de ensino e de aprendizagem em sala de aula é a inter-relação entre professores e alunos, bem como entre alunos e alunos, pois influencia a aprendizagem e interfere na dinâmica das relações. Segundo Godino e Llinares (2000), uma parcela significativa da pesquisa em Educação Matemática é dedicada a estudar as relações entre professores e alunos durante as aulas na realização de atividades matemáticas. Nessa seção, apresentamos um resumo das principais características do Interacionismo Simbólico e sua posição em relação à aprendizagem, à noção de significado, ao papel do sujeito como um ser social e à interpretação dos significados.

No nosso estudo, o Interacionismo Simbólico foi a base teórica para investigar e compreender como percebemos o uso de definições matemáticas pelos alunos em um contexto de discussão em sala de aula e na apresentação de trabalhos em grupo. No contexto da análise, focamos nas relações entre professores e alunos, e entre alunos e alunos, fundamentados nas noções de imagem conceitual e definição conceitual de Tall e Vinner (1981), Vinner (1991) e definições estipuladas e extraídas de acordo com Edwards e Ward (2008).

Segundo Blumer (1980, p. 119), o Interacionismo Simbólico baseia-se em três premissas:

> A primeira estabelece que os seres humanos agem em relação ao mundo fundamentando-se nos significados que este lhes oferece. [...] A segunda premissa consiste no fato de os significados de tais elementos serem provenientes da ou provocados pela interação social que se mantém com as demais pessoas. A terceira premissa reza que tais significados são manipulados por um processo interpretativo (e por este modificados) utilizado pela pessoa ao se relacionar com os elementos com que entra em contato.

As proposições de Blumer evidenciam que a maneira como os indivíduos interpretam os acontecimentos e se comportam diante de outros indivíduos ou objetos depende dos significados que atribuem a eles. Em outras palavras, ao invés de simplesmente responder às ações uns dos outros, os indivíduos interagem uns com os outros por meio da interpretação mútua das ações. De forma interativa, os indivíduos interpretam o mundo que os cerca, e essa interação social é contínua e mediada pelo uso de símbolos e significados.

Para Blumer (1980, p. 121), “o significado é produzido a partir do processo de interação humana”, ou seja, é resultado dos processos de interação, que são provenientes ou provocados pela interação social e podem sofrer mudanças ao longo do tempo. Assim, Blumer (1980, p. 121) afirma que “o Interacionismo Simbólico considera os significados produtos sociais, criações elaboradas em e por meio de das atividades humanas determinantes em seu processo interativo”.

3. Caminho Metodológico

Este trabalho faz parte de uma dissertação mais ampla (Lopes, 2014) desenvolvida em um ambiente de sala de aula, envolvendo alunos no primeiro período do curso Sistemas de Informação da Universidade Estadual de Montes Claros. As aulas possuíam uma extensão total de seis horas/aulas semanais, sendo duas aulas diárias com duração de 50 minutos cada. Durante o período, foram conduzidas oito atividades abordando funções e suas derivadas, complementadas por um seminário destinado à apresentação dos resultados derivados dos estudos realizados pelos alunos.

As aulas conduzidas pelo docente encarregado da disciplina CDI ocorreram no ambiente de ensino; as tarefas adicionais, propostas pela pesquisadora, foram realizadas no laboratório de computação (seis tarefas) e no ambiente de ensino (duas tarefas). Durante o seminário, os alunos, anteriormente agrupados, expuseram suas conclusões acerca das pesquisas sobre funções e suas derivadas, que foram o foco de análise deste estudo.

O docente ministrou as aulas, abordando os conhecimentos anteriores (tais como funções, variações de funções, métodos de representação de funções, funções trigonométricas, racionais, algébricas, logarítmicas, exponenciais, polinomiais, entre outros) e os princípios básicos de limites e derivadas de maneira formal, seguindo a abordagem delineada no livro de Cálculo utilizado pela Instituição.

Uma das principais preocupações do professor encarregado da disciplina consistia em começar cada explicação com as definições exatas e sucintas do assunto a ser abordado. Com esse propósito, ele registrava no quadro a definição e a exemplificava por meio de casos retirados do livro didático. Ao final da aula, o educador pedia aos estudantes que praticassem em casa os exercícios e desafios propostos no livro utilizado, fazendo as correções na aula subsequente.

Depois de concluídas algumas tarefas, o professor encarregado e a pesquisadora sugeriram a realização de um seminário, no qual os estudantes exporiam, em equipes, os desfechos de suas pesquisas sobre funções e suas derivadas. Essa abordagem de exposição serviria como o início para avaliar a aplicação das definições matemáticas nas representações elaboradas pelos alunos ao longo das atividades.

Cada equipe ficou responsável de explorar um tema associado a uma função e suas características, examinando as conexões entre essa função e suas derivadas. Coletivamente, os estudantes precisavam resumir os resultados, conduzir experimentos utilizando o GeoGebra e, em seguida, apresentar em um seminário as conclusões de suas pesquisas sobre funções e suas derivadas. A iniciação desses estudos ocorreu em sala de aula e no laboratório, com a orientação da pesquisadora e do professor. Entretanto, os alunos conduziram pesquisas fora do horário das aulas para finalizar o trabalho, durante o qual não contaram com a orientação nem com a intervenção dos docentes. As observações dos professores foram feitas por meio de interações com os alunos, perguntas e intervenções, quando solicitadas.

A atividade proposta pelo docente e pela pesquisadora visava principalmente incentivar e inspirar os estudantes a conduzirem investigações e pesquisas com base nos conceitos discutidos nas atividades práticas e nas definições exploradas pelos professores durante as aulas. A intenção não consistia em que os alunos conduzissem uma exposição sobre o tema escolhido, mas sim em compartilhar com os colegas as descobertas ou conclusões alcançadas acerca do tipo de função escolhida e suas derivadas. Salientamos que cada grupo selecionou uma função para ser estudada e pesquisada conforme seu interesse específico, e, neste artigo, abordaremos exclusivamente os dados produzidos pelo grupo que se dedicou aos estudos sobre funções exponenciais.

A pesquisa em questão foi conduzida por meio de instrumentos que possibilitaram a obtenção de dados com minuciosidade. Para isso, foram empregados recursos como: notas de campo da pesquisadora; plataforma virtual de discussão; documentação produzida pelos estudantes; e conversações capturadas em gravações de áudio e vídeo. Esses registros documentaram as interações entre colegas e entre alunos e professores, tanto durante a execução das oito atividades propostas quanto nas aulas ministradas pelos docentes (Professor e Pesquisadora). Embora essas informações não tenham sido incorporadas à análise, constituíram a base para a interpretação dos resultados.

Percebemos que as interações entre alunos, professor e pesquisadora desempenharam um papel significativo, evidenciando certas dificuldades dos estudantes no emprego das definições matemáticas durante o estudo de funções exponenciais e suas derivadas. Esse cenário motivou-nos a conduzir uma investigação mais minuciosa acerca da compreensão das definições matemáticas presentes na expressão matemática dos alunos em relação a esses estudos. Dessa forma, direcionamos a análise dos dados para as transcrições das discussões ocorridas no seminário promovido pelos grupos estudantis.

Os episódios selecionados para análise foram interpretados a partir dos procedimentos de classificação e categorização (Charmaz, 2009) e da análise de conteúdo qualitativa (GRANEHEIM; Lundman, 2004). No primeiro momento, os dados foram classificados de forma sistemática e, posteriormente, os códigos foram agrupados sem referência aos aportes teóricos. Os aportes foram utilizados posteriormente como perspectiva para interpretar os resultados do agrupamento, visando o objetivo da pesquisa.

Ressaltamos, portanto, a categorização sistemática, a compreensão e a representação dos dados como etapas fundamentais deste método de análise, que consiste em um conjunto de técnicas qualitativas que visam à busca de significados nos dados. A análise de conteúdo pode ser utilizada tanto para a abordagem quantitativa quanto para a qualitativa, quando aplicada em contextos com uma variedade de dados que necessitem de interpretação.

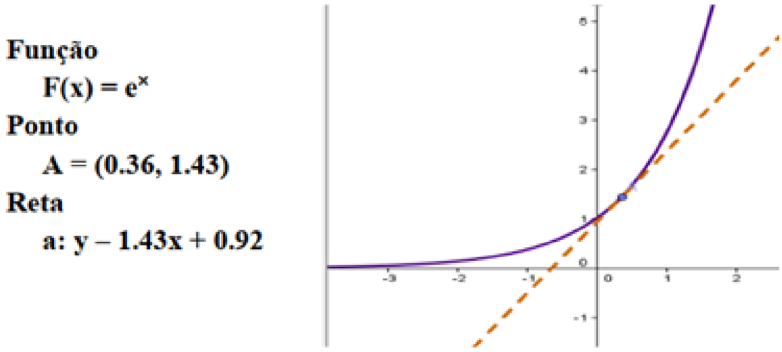
A organização dos dados contidos nas gravações do seminário foi realizada com uma primeira codificação, que demandou uma leitura atenta e concentrada dos dados, em busca de ideias para análise. Separamos os dados de acordo com seu cenário, com o objetivo de elaborar códigos, e os organizamos de forma a expressarem ações, ou seja, codificamos os dados como processos, utilizando a forma nominal do verbo no gerúndio. Segundo Charmaz (2009), a utilização de gerúndios na codificação auxilia o pesquisador a detectar os processos presentes nos dados e a se concentrar neles, transmitindo uma forte sensação de movimento e sequência.

4. Análises e Discussões

Seis alunos participaram desse grupo que foi formado pela junção de dois grupos anteriores, e apresentaram o trabalho em duas partes: a primeira parte foi apresentada pelos alunos Alice, Miguel e Fábio; e a segunda parte, pelos alunos Elen, Bela e Márcio, nomes fictícios dados aos participantes. Os grupos realizaram estudos separadamente e se organizaram numa única apresentação. Os estudos enfocaram o comportamento da função derivada de funções exponenciais, com o objetivo de encontrar pontos máximos e mínimos, crescimento e decrescimento, e ponto de inflexão. Mostraram e explicaram o conteúdo dos seguintes slides no início da apresentação: Slide 1 – Definição de Função Exponencial; Slide 2 – Domínio e Imagem de Função Exponencial; Slide 3 – Máximo Absoluto; Slide 4 – Máximos e Mínimos Locais.

Após a leitura de cada slide, a equipe apresentou no GeoGebra o gráfico da função $f(x) = e^x$, com o objetivo de mostrar que a função exponencial não tem ponto máximo e nem mínimo. Utilizando o controle deslizante, deslizaram uma reta tangente ao longo da curva para mostrar que a função não toca o eixo x, como mostrado na Figura 1.

Figura 1: Gráfico da função $f(x) = e^x$ e reta tangente



Fonte: Dados coletados da pesquisa

Alice: *A equipe de polinomiais provou que isso realmente acontece, mas isso não acontece na exponencial, porque a exponencial não tem raízes. [A aluna se referia ao trabalho apresentado pela equipe que apresentou funções polinomiais, que mostrou pontos máximos e mínimos na função polinomial].*

Miguel: *A gente tentou de tudo; pesquisamos a teoria para poder entender isso aqui. Era uma lei, estava definido, então fizemos de tudo para encontrar. [Encontrar uma teoria que mostrasse ponto máximo e mínimo, e/ou ponto de inflexão especificamente na função exponencial].*

Alice: *Plotamos também no GeoGebra para ver o que a segunda derivada dizia. Se acontecia a mesma coisa que acontecia nas polinomiais.*

Miguel: *Para conseguir um máximo ou mínimo, tinha que ter a primeira derivada igual a zero.*

Alice: *Nós plotamos esse gráfico aí, e movimentamos várias vezes a função, e observamos que a derivada não muda. [A derivada não muda porque a derivada da função é $f(x) = e^x$ é $f'(x) = e^x$].*

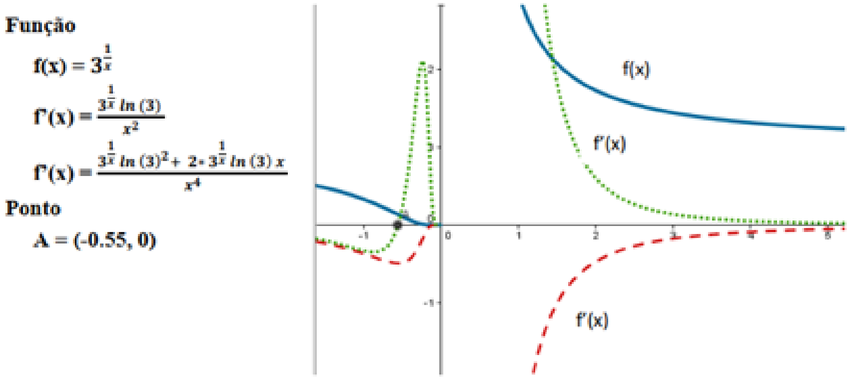
Miguel: *Fizemos a mesma coisa que as outras equipes, somamos e diminuímos constantes. Muda os valores, mas a derivada não altera. Nenhuma derivada a gente consegue dar zero, não toca o eixo x. Fizemos um zoom e aproxima bastante, mas não toca o eixo. Colocamos uma reta tangente para tentar provar que não toca.*

Miguel: *Como não conseguimos encontrar uma derivada que toca o eixo x, concluímos que a função exponencial não tem ponto máximo ou mínimo.*

A conclusão de Miguel foi que, se a derivada não toca o eixo x, a função não tem ponto máximo ou mínimo. Após essa conclusão, a outra parte da equipe apresentou o resultado de seus estudos em relação a pontos de inflexão, que foi acrescentado após a definição do objetivo original do quadro. Começaram com o seguinte questionamento para a turma: “É possível haver ponto de inflexão em uma função exponencial?”.

Nesse momento, a maioria da turma se pronunciou como não sendo possível. Então, o aluno Márcio apresentou no GeoGebra a função $f(x) = 3^{1/x}$ como um exemplo de função exponencial, e mostrou que, mesmo não tendo ponto máximo ou mínimo, a função apresentava ponto de inflexão, como evidenciado na Figura 2.

Figura 2: Gráfico da função $f(x) = 3^{1/x}$, $f'(x)$, $f''(x)$ e o ponto A



Fonte: Dados coletados da pesquisa

> **Márcio**: *Vejam bem essa função aqui: 3 elevado a um sobre x. Quando fizemos a segunda derivada dela, obtivemos uma raiz aqui, aproximadamente -0,55 [ver ponto A no gráfico]. Isso prova que uma função exponencial, mesmo não tendo ponto máximo ou mínimo, tem ponto de inflexão.*
>
> **Bela**: *Em tudo que a gente pesquisou, nós não achamos uma função exponencial que tivesse ponto de inflexão. Só que a gente achou isso em um exercício do James Stewart, que mostra que tem; temos as referências.*

A aluna Bela se referia ao exemplo 8 apresentado no Livro de Cálculo de James Stewart (2010, p. 274): Exemplo 8 - Use a primeira e segunda derivada de $f(x) = e^{1/x}$, junto com as assíntotas, para esboçar seu gráfico.

Questionados a respeito de por que não utilizaram o mesmo exemplo do livro, disseram que a função exponencial tinha de ter base numérica e o número *e* era letra e não número, por isso trocaram a letra *e* pelo número 3 na função. Pelo fato de os membros desse grupo terem realizado estudos separadamente, essa justificativa foi dada por um aluno que não participou da apresentação do gráfico da função $f(x) = e^x$ na Figura 1, portanto passou despercebido. Seguiu-se uma discussão entre os alunos, e este foi convencido pelos colegas de o número *e* representava o número de Euler, que é aproximadamente 2,71828, portanto poderia ter sido usado como base para funções exponenciais. Após alguns questionamentos, foi debatido sobre o número de Euler e porque $f(x) = e^x$ é uma função exponencial, então o professor retomoua discussão com a seguinte pergunta:

> **Professor**: *Qual é a função mesmo?*
>
> **Márcio**: *$f(x) = 3^{1/x}$.*
>
> **Pesquisadora**: *Antes do James Stewart, vocês achavam que não tinha ponto de inflexão, é isso?*
>
> **Márcio**: *Até hoje de manhã, a gente acreditava que não existia essa função.*
>
> **Bela**: *Na verdade, é o seguinte: nós encontramos um artigo de uma universidade federal fluminense, que achamos seguro e a gente viu uma função com ponto de inflexão, e ficamos em dúvida se era exponencial.*
>
> **Pesquisadora**: *Vocês mudaram de opinião quantas vezes?*

Bela: *Mudamos umas dez vezes ou mais. Mas aí, hoje de manhã, depois que vimos isso no livro do James Stewart, acabou a dúvida, pois o livro dele é confiável; é o livro do professor.*

Guto: *Desculpa perguntar agora, mas essa função é exponencial?*

Márcio: *Essa aqui é; $f(x) = 3^{1/x}$ é exponencial.*

Marcelo: *Não é irracional não?*

Pesquisadora: *É exponencial, racional ou irracional?*

Márcio: *O critério para ter uma função exponencial é ter uma base elevada a um expoente x. Aqui nós temos a base 3 e o expoente 1/x. O expoente é considerado como uma variável, então, ela é uma função exponencial.*

A maioria dos alunos estava envolvida nas discussões sobre a função $f(x) = 3^{1/x}$. O grupo que realizou estudos sobre funções irracionais falava que a função era irracional, e o grupo que estudou sobre polinomiais falava que era polinomial. Recorriam às definições e defendiam seu ponto de vista, e, mesmo questionados pelo professor, mantinham a posição de que a função apresentava características de uma exponencial. Fundamentado na definição de função exponencial apresentada no início da exposição do trabalho (seja $a \in R$, $a > 0$ e $a \neq 1$ chamamos de Função Exponencial a função definida por $f(x)= a^x$), o aluno estava convicto de que a função $f(x) = 3^{1/x}$ era exponencial.

Esse episódio nos remete às conclusões de Vinner (1991) em relação ao papel da definição na matemática. Esse autor considera que existe um problema sério na aprendizagem da matemática em torno da compreensão de definições, especialmente no que se refere ao conflito entre a estrutura da matemática e os processos cognitivos de aquisição de conceitos matemáticos. Quando o aluno Márcio afirma: "O critério para ter uma função exponencial é ter uma base elevada a um expoente x", ele estava baseado na definição formal de função exponencial.

Ele observa a base 3, e o expoente 1/x, e conclui que a função é exponencial. Nesse caso, ele não levou em consideração que $f(x)= a^x$ é diferente de $f(x)= a^{1/x}$. Ou seja, ter a variável no expoente não é o equivalente de ter a variável como expoente. O aluno conhecia e enunciava a definição formal de função exponencial, e até a usava para fundamentar suas conclusões, no entanto não compreendia o significado matemático formal de $f(x)= a^x$, e, nesse caso, podemos constatar que apenas conhecer a definição formal não garante a sua compreensão. Vinner (1991, p. 6) também corrobora essa ideia ao afirmar: "Nós assumimos que adquirir um conceito significa formar uma imagem conceitual para ele. Saber a definição conceitual de cor não garante o entendimento do conceito".

Professor: *A equipe vai continuar mantendo que é exponencial?*

Bela: *Nós fizemos o trabalho todo afirmando que é.*

Professor: *Então, enxergando assim a definição, vocês continuam achando que é exponencial, é isso?*

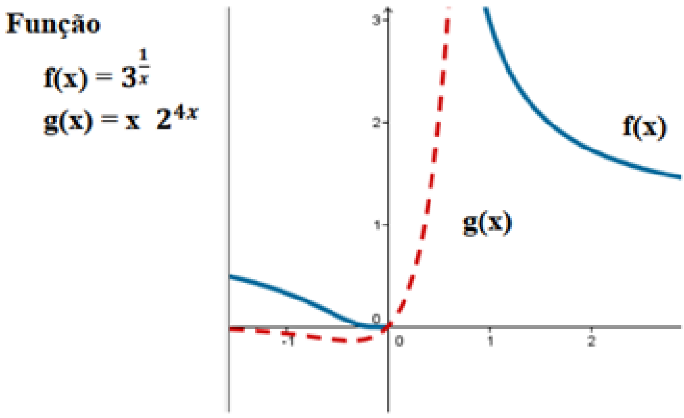
Márcio: *Sim.*

Pesquisadora: *Então, vamos dar uma olhada no GeoGebra. Se vocês plotarem o gráfico dela, vai ser de uma exponencial?*

Bela: *Eu vejo o gráfico de uma exponencial sim.*

O aluno voltou para o GeoGebra e plotou o gráfico das seguintes funções:

Figura 3: Gráfico da função f e da função g



Fonte: Dados coletados da pesquisa

Na análise dos dois gráficos, seguiu-se a seguinte discussão:

> **Pesquisadora**: *Como é o gráfico de uma função exponencial? Volta o gráfico lá. Tem uma coisa também que não entendo Márcio. Por que você afirma que $f(x) = 3^{1/x}$ é exponencial e $f(x) = x.2^{4x}$ não é? Qual a diferença?*
>
> **Márcio**: *Analisamos de acordo com a definição: a primeira tem uma base e a variável está no expoente. Já a segunda, a variável está no expoente, mas também está na base.*
>
> **Professor**: *Ok, mas veja graficamente: ela parece uma função exponencial?*
>
> **Márcio**: *Eu estou enxergando uma função exponencial sim, olha aqui a curva, é idêntica. [O aluno se referia ao gráfico da função $f(x) = 3^{1/x}$ representado apenas no primeiro quadrante].*
>
> **Pesquisadora**: *E essa parte que está no segundo quadrante?*
>
> **Márcio**: *Isso aqui? Eu descartei, ué. Isso faz parte do gráfico? Não sabia.*

O professor retomou a palavra, releu a definição de função exponencial com a turma e mostrou características no gráfico das funções. As interações ocorridas entre os integrantes do grupo e professores e os argumentos utilizados nas discussões nos remetem às afirmações de Vinner (1991). O autor desenvolveu um modelo baseado na existência de duas células: uma para a imagem conceitual e a outra para a definição conceitual, e considera que são centrais para a explicação do processo cognitivo de formação do conceito.

Vinner (1991, p. 11) considera que "não importa como seu sistema de associação reaja quando um problema lhe é colocado em um contexto técnico, não se espera que você formule sua solução antes de consultar a definição conceitual". Isso é, naturalmente, o "processo desejável", entretanto o autor reconhece que isso não corresponde ao que o estudante realiza na prática. Para Tall e Vinner (1981), a definição conceitual, geralmente utilizada para o desenvolvimento de conceitos matemáticos no ensino universitário, compreende a definição conceitual formal e a definição conceitual pessoal.

Em nosso estudo, podemos inferir que a célula da imagem conceitual sobre função exponencial do aluno Márcio foi gradualmente sendo ressignificada a partir dos exemplos e argumentos realizados pelos professores e colegas. De acordo com Vinner (1991), muitos professores têm a expectativa de um processo de mão única para a formação do conceito. Eles esperam que a imagem conceitual seja formada por meio da definição conceitual formal e seja completamente controlada por esta.

Claramente, percebemos que as conclusões do aluno e suas respostas aos questionamentos em relação à função exponencial não são coerentes com a definição conceitual formal, entretanto percebemos que, em todo o processo, a definição conceitual pessoal foi construída a partir da definição conceitual formal da função exponencial, já que o aluno Márcio afirma: "Analisamos de acordo com a definição; a primeira tem uma base e a variável está no expoente". Os significados desse conceito matemático foram evocados da definição conceitual formal, e, assim, temos uma definição estipulada, pois sua definição pessoal foi fundamentada diretamente pela definição formal, entretanto sem entendimento do significado específico estipulado ao expoente x.

Argumentos baseados em sua imagem conceitual a respeito do que é uma função exponencial surgiram de uma variedade de contextos de uso, com coerência ou não, com especificidade da definição formal. Dessa forma, o aluno Márcio, sem compreender o significado estipulado para o expoente x para o conceito de função exponencial, atribuiu significados a esse conceito.

Após a observação do professor, o aluno José fez um comentário pertinente:

> **Professor***: Está vendo, a gente foi quebrando um a um os argumentos de vocês, e o James Stewart não afirmou que era exponencial, certo?*
>
> **Bela***: Não, a gente que concluiu isso. Parecia ser.*
>
> **José***: Você concorda que a função exponencial tem só uma concavidade? Como ela vai ter ponto de inflexão, se ela não troca de concavidade? Cadê a lógica disso? Se só tem uma concavidade, como pode ser isso?*
>
> **Pesquisadora***: E agora? O que vocês podem afirmar?*
>
> **Márcio***: Afirmamos agora que essas funções que colocamos aqui não são exponenciais e as exponenciais não têm ponto de inflexão.*

Por fim, percebemos, na última afirmação do aluno Márcio, uma ressignificação de sua definição conceitual pessoal, ou seja, em aspectos de sua definição extraída. Quando ele diz: "Afirmamos agora que essas funções que colocamos aqui não são exponenciais e as exponenciais não têm ponto de inflexão", percebemos que ele atribuiu significados para os conceitos abordados, referenciados por suas definições, conforme o uso nessa situação.

O aluno José utilizou conceitos dos estudos de funções e suas derivadas em seus argumentos. Vinner (1991) recomenda, quando for necessário, iniciar conflitos cognitivos com os estudantes, com o objetivo de encorajá-los a um estágio intelectual mais alto, e afirma que uma das metas do ensino de matemática deveria ser mudar os hábitos de pensamento do modo cotidiano para o modo técnico.

Nesse sentido, os conceitos matemáticos, se sua natureza permite, deveriam ser adquiridos no modo cotidiano de formação de conceito e não no modo técnico. Deve-se começar com vários exemplos e contraexemplos por meio dos quais a imagem conceitual será formada. Para ele, as definições podem ter papéis extremamente importantes nos contextos técnicos, e estes impõem ao estudante alguns hábitos de pensamento totalmente diferentes daqueles típicos do cotidiano. No começo do processo de aprendizagem, os hábitos de pensamento do cotidiano irão se sobrepor aos hábitos de pensamento impostos pelos contextos técnicos, e os estudantes continuam usando os hábitos de pensamento cotidianos também em contextos técnicos.

5. Considerações Finais

Esta pesquisa foi motivada por preocupações originadas da experiência pessoal como docente de Cálculo, relacionadas às dificuldades frequentemente enfrentadas pelos estudantes universitários durante o processo de aprendizagem dos temas abordados no contexto do CDI. A partir da literatura especializada na área de Educação Matemática, é possível observar que o Cálculo tem desempenhado um papel proeminente nas investigações, tanto por ser um dos principais responsáveis pelo fracasso dos estudantes quanto por sua posição destacada na configuração do pensamento avançado em Matemática (Igliori, 2009).

Percebemos que as dinâmicas entre os alunos, professor e pesquisadora durante a execução das tarefas e as exposições dos resultados pelos grupos foram significativas, evidenciando algumas deficiências dos estudantes no que tange à aplicação de conceitos matemáticos e à elaboração de uma argumentação consistente para embasar as proposições identificadas durante a execução das atividades, que abordavam a análise de funções e suas respectivas derivadas.

Ao examinar os eventos escolhidos em nossa pesquisa, concluímos que a interação constitui um procedimento social. Embora os estudantes possuam concepções conceituais diversas de maneira individual, essas ideias são geradas coletivamente e têm a capacidade de serem alteradas pelo aluno ao longo das interações ocorridas em um contexto específico, como exemplificado no seminário promovido para a apresentação, discussão e formalização dos conceitos associados a diferentes funções e suas derivadas pelos estudantes.

Os estudos realizados pelo grupo foram sobre o comportamento das funções derivadas de funções exponenciais, com o objetivo de encontrar pontos máximos e mínimos, crescimento e decrescimento, e ponto de inflexão. Entre os episódios analisados a partir da apresentação desse grupo, destacamos que a apresentação do tema no seminário começou pelas definições conceituais formais, entre as quais foi apresentada a definição de função exponencial. Apesar de o grupo haver projetado a referida definição por meio do data show, não houve uma compreensão dela, no sentido de definição estipulada. A maioria dos alunos se envolveu nas discussões sobre a função proposta pelo estudante Márcio: .

Os alunos utilizavam as definições conceituais formais que estavam incluídas no trabalho apresentado durante o seminário e sustentavam seu ponto de vista. Apesar das indagações feitas pelo professor, eles mantinham a convicção de que a função possuía características de uma função exponencial. Esse incidente nos leva às conclusões de Vinner (1991) acerca do papel das definições na Matemática. Esse pesquisador observa a existência de um desafio significativo na aprendizagem da matemática relacionado à compreensão de definições, principalmente no que diz respeito ao conflito entre a estrutura da matemática e os processos cognitivos de assimilação de conceitos matemáticos.

Quando o aluno Márcio afirma: “O critério para ter uma função exponencial é ter uma base elevada a um expoente x”, ele estava baseado na definição formal de função exponencial. Ele observa a base 3, e o expoente ,e conclui que a função é exponencial. Nesse caso, o aluno não levou em consideração que é diferente de . O aluno conhecia e enunciava a definição conceitual formal da função exponencial, e a usava para fundamentar suas conclusões, no entanto não compreendia o significado matemático formal de .

Após as interações ocorridas durante o seminário, percebemos, na última afirmação do aluno Márcio, uma ressignificação de sua definição conceitual pessoal, ou seja, em aspectos de sua definição extraída. Quando ele diz: “Afirmamos agora que essas funções que colocamos aqui não são exponenciais e as exponenciais não têm ponto de inflexão”, percebemos que ele atribuiu significados para os conceitos abordados, referenciados por suas definições, conforme o uso nessa situação. Corroboramos com Vinner (1991, p. 6), ao afirmar que “assumimos que adquirir um conceito significa formar uma imagem conceitual para ele. Saber a definição conceitual de cor não garante o entendimento do conceito”. Assim, consideramos que o fato de o estudante conhecer a definição conceitual formal não garante que ele chegou à compreensão dela, no sentido de definição estipulada.

Os resultados da nossa pesquisa sugeriram que o entendimento dos estudantes acerca dos conceitos de funções e suas derivadas progrediu mediante as interações ocorridas entre eles, o professor da turma e a pesquisadora.

Este artigo teve o intuito de colaborar para o desenvolvimento da prática pedagógica ao introduzirem-se conceitos fundamentais do CDI, e refere-se a um domínio em particular: a imagem conceitual e a definição conceitual de funções exponenciais e suas derivadas. Almejamos que este artigo possa contribuir para a compreensão e o debate sobre o estudo de funções, exponenciais ou não, e suas derivadas; que possa representar um aporte para outros educadores matemáticos e, principalmente, para os docentes que atuam nas licenciaturas em Matemática, bem como subsidiar outras pesquisas e motivar outros pesquisadores.

6. Referências

ALMEIDA, Moisés Ceni de; BARBOSA, Renata Cardoso; MUSMANNO, Leonardo Maricato; SOUZA, Natália Pedroza de. A trajetória de uma gota: um relato de experiência com estudantes de Cálculo Diferencial e Integral. *Educação Matemática Debate*, Montes Claros, v. 7, n. 13, p. 1–16, 2023. https://doi.org/10.46551/emd.v7n13a03.

AMANCIO, Daniel de Traglia; SANZOVO, Daniel Trevisan. Ensino de Matemática por meio das tecnologias digitais. Revista Educação Pública, v. 20, nº 47, 8 de dezembro de 2020. Disponível em: https://educacaopublica.cecierj.edu.br/artigos/20/47/ensino-de-matematica-por-meio-das-tecnologias--digitais. Acesso em: 07 jan. 2024.

BLUMER, Herbert. “A natureza do interacionismo simbólico”. In: MORTENSEN, C.D. *Teoria da comunicação*: textos básicos. São Paulo: Mosaico, 1980, pp. 119–138.

CHARMAZ, Kathy. *A construção da teoria fundamentada: guia prático para análise qualitativa*. Trad. Joice Elias Costa. Porto Alegre: Artmed, 2009.

DOMINGOS, Antonio. Teorias cognitivas e aprendizagem de conceitos matemáticos avançados. In: *XVII Seminário de Investigação em Educação Matemática*, Setúbal, 2006.

DREYFUS, Tommy. Advanced Mathematical Thinking Processes. In: TALL, David. *Advanced Mathematical Thinking*. Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1991, p. 25-41.

EDWARDS, Barbara S.; WARD, Michael B. The Role of Mathematical Definitions in Mathematics and in Undergraduate Mathematics Courses. In: CARLSON, M.; RASMUSSEN, C. (Eds.). *Making the Connection*: Research and Teaching in Undergraduate Mathematics Education MAA Notes #73, Washington, DC: Mathematics Association of America, 2008, p. 223-232.

GUIO, Thaisa; BARCELLOS, Leandro. Elementos associados à retenção em Cálculo I: a perspectiva de estudantes do curso de Física da Universidade Federal do Espírito Santo. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v. 10, n. 22, p. 336-362, 2021. https://doi.org/10.33871/22385800.2021.10.22.336-362.

GODINO, Juan Díaz; LLINARES, Salvador. El interaccionismo simbólico en Educación Matemática. *Revista Educación Matemática*, México, D. F., v. 12, n. 1, p. 70-92, 2000.

GRANEHEIM, U. Hällgren; LUNDMAN, Bertil. “Qualitative content analysis in nursing research: Concepts, procedures and measures to achieve trustworthiness”. *Nurse Education Today*, 24. 2004, pp. 105-112. https://doi.org/10.1016/j.nedt.2003.10.001.

IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo. Considerações sobre o ensino do cálculo e um estudo sobre os números reais. In: FROTA, M. C. R.; NASSER, L. (Orgs.). *Educação Matemática no Ensino Superior*: Pesquisas e Debates. Recife: SBEM, 2009. p. 11-26.

MACÊDO, Josué Antunes de; GREGOR, Isabela Cristina Soares. Dificuldades nos processos de ensino e de aprendizagem de Cálculo Diferencial e Integral. *Educação Matemática Debate*, Montes Claros, v. 4, n. 10, p. 1–24, 2020. https://doi.org/10.24116/emd.e202008.

MAMONA-DOWNS, Joanna; DOWNS, Martin L. N. Advanced mathematical thinking and the role of mathematical structure. In: ENGLISH, L. (Org.). *Handbook of International Research in Mathematics Education*. 2. ed. New York: Routledge, 2008. p. 154-174.

MEYER, Cristina. *Derivada/Reta Tangente: Imagem Conceitual e Definição Conceitual. Tese de Mestrado em Educação Matemática*. PUC-SP. São Paulo, 2003.

OLIVEIRA, Saulo Macedo de. A Gincana Matemática como metodologia de ensino e aprendizagem: um Relato de Experiência à luz das teorias da Aprendizagem Significativa e Experiencial. *Revista Multidisciplinar do Vale do Jequitinhonha - ReviVale*, v. 3, n. 2, p. 1–15, 2023. https://doi.org/10.56386/2764-300x2023224.

OLIVEIRA, Saulo Macedo de; LOPES, Rieuse. O Júri Simulado como metodologia ativa no curso de Licenciatura em Matemática. *Educação Matemática Debate*, Montes Claros, v. 7, n. 13, p. 1–17, 2023. https://doi.org/10.46551/emd.v7n13a13.

OLIVEIRA, Saulo Macedo de; LOPES, Rieuse. Os Conjuntos Numéricos na perspectiva da História da Matemática em uma turma da Educação de Jovens e Adultos. *Revista Baiana de Educação Matemática*, v. 5, n. 1, p. e202403, 2024. https://doi.org/10.47207/rbem.v5i1.19570.

LOPES, Rieuse. *Definições matemáticas sobre funções e suas derivadas como um eixo de discussão para o ensino e a aprendizagem do cálculo*. 2014. 143f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto.

ROSA, Chaiane de Medeiros, ALVARENGA, Karly Barbosa; SANTOS, Fortunato Teixeira dos Santos. Desempenho acadêmico em Cálculo Diferencial e Integral: um estudo de caso. *Revista Internacional de Educação Superior*, Campinas, v. 5, p. 1-16, 2019. https://doi.org/10.20396/riesup.v5i0.8653091.

SILVA, Abel Patrik Cantor da; NASCIMENTO, Erinaldo Ferreira do; VIEIRA, André Ricardo Lucas. Cálculo Diferencial e Integral: obstáculos e dificuldades didáticas de aprendizagem. *Caminhos da Educação Matemática em Revista*, Aracaju, v. 7, n. 2, p. 4-19, 2017. Disponível em: https://periodicos.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/137. Acesso em: 06 jan. 2024.

STEWART, James. *Cálculo*. Trad. Antonio Carlos Moretti. 6. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2010. v. 2

TALL, David. The psychology of advanced mathematical thinking. In: TALL, D. (Org.). *Advanced mathematical thinking*. Dordrecht: Kluwer, 1991, p. 3-21.

TALL, David. Cognitive growth in elementary and advanced mathematical thinking. In: *Proceedings of 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Recife, Brasil, 1995. p. 61-75. v. I.

TALL, David; VINNER, Shlomo. Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity. In: *Published in Educational Studies in Mathematics*. University of Warwick. 1981. p. 151–169.

VINNER, Shlomo. O papel das definições no ensino e aprendizagem de Matemática. Tradução de Márcia Maria Fusaro Pinto e Jussara de Loiola Araújo. *The Role of Definitions in the Teaching and Learning of Mathematics*. In: Tall, D. (Ed.) Advanced Mathematical Thinking. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, p. 65-81, 1991.

Histórico Editorial

Recebido em 07/01/2024.
Aceito em 10/04/2024.
Publicado em 18/07/2024.

Como citar – ABNT

OLIVEIRA, Saulo Macedo de; LOPES, Rieuse. As Funções Exponenciais e suas Derivadas à luz da Imagem Conceitual e da Definição Conceitual. **REVEMOP**, Ouro Preto/MG, Brasil, v. 6, e2024007, 2024. https://doi.org/10.33532/revemop.e2024007

Como citar – APA

Oliveira, S. M. de, & Lopes, R. (2024). As Funções Exponenciais e suas Derivadas à luz da Imagem Conceitual e da Definição Conceitual. *REVEMOP*, *6*, e2024007. https://doi.org/10.33532/revemop.e2024007