Seção Matemática e Literatura:
diferentes tempos, diferentes escritas e diferentes uso
2024, Volume 6, e2024043
Páginas 1−13
10.33532/revemop.e2024043

revemop
ISSN 2596-0245

A literatura juvenil no ensino de matemática: alguns infinitos são maiores que outros?

Young adult literature in mathematics teaching: some infinities are bigger than other infinities?

La literatura juvenil en la enseñanza de las matemáticas: ¿algunos infinitos son mayores que otros?

Flávia Clemente Marques[1]
Janete Bolite Frant[2]

Resumo
Neste artigo, traremos parte de uma pesquisa cujo objetivo foi explorar o uso da literatura juvenil na aula de matemática. Nossa hipótese inicial foi a de que a literatura é importante para o desenvolvimento do adolescente, e que utilizá-la no ensino de matemática pode trazer diversos benefícios. Para a pesquisa, qualitativa, foram realizados encontros virtuais com professores de matemática e língua portuguesa do ensino básico. A metodologia utilizada foi o *Design Research* e a análise das contribuições dos professores nos encontros se apoia no Modelo de Estratégia Argumentativa (MEA). Analisamos as contribuições dos professores sobre noções de infinito presentes no livro *A culpa é das estrelas*, e apresentamos partes dos diálogos e as análises das contribuições baseadas nas ideias de como trabalhar essa interdisciplinaridade na aula de matemática.
Palavras-chave: Literatura juvenil. Educação matemática. Infinito. Interdisciplinaridade.

Abstract
In this article, we have part of a research that intended to explore the use of young adult literature in mathematics classes. Our initial hypothesis was that literature is important for the development of teenagers, and that using it in mathematics teaching can bring several benefits. For this research, which was qualitative, virtual meetings were made with mathematics and portuguese teachers. The methodology used was Design Research and the analysis of the contributions from the teachers in the meetings is based on the Model of Argumentative Strategy. We analyze the contributions of the teachers about infinities that appear in the book *The fault in our stars* and present parts of the dialogues and the contributions analysis based on the ideas about how to work interdisciplinarity in mathematics classes.
Keywords: Young adult literature. Mathematics education. Infinity. Interdisciplinarity.

Resumen
En este artículo presentaremos parte de una investigación cuyo objetivo fue explorar el uso de la literatura juvenil en las clases de matemáticas. Nuestra hipótesis inicial fue que la literatura es importante para el desarrollo de adolescentes, y que utilizarla en la enseñanza de matemáticas puede traer varios beneficios. Para la investigación, cualitativa, fueron hechas reuniones virtuales con profesores de matemáticas y lengua portuguesa. La metodología utilizada fue *Design Research* y el análisis de las contribuciones de los docentes se apoya en el Modelo Estratégico Argumentativo. Abordamos las contribuciones de los profesores sobre nociones de infinitos presentes en el libro *Bajo la misma estrella* y presentamos partes de los diálogos y análisis de los aportes a partir de las ideas de cómo trabajar interdisciplinariedad en aulas de matemáticas.
Palabras clave: Literatura juvenil. Educacíon matemática. Infinito. Interdisciplinariedad.

1 E-mail: flavinha_c_m@hotmail.com
2 E-mail: janetebf@gmail.com

1. INTRODUÇÃO

Autores como Smole *et al*. (2007) e Campos (2011) defendem que a literatura é importante para o desenvolvimento da criança e do adolescente e pode contribuir de maneira significativa no ensino de matemática, uma vez que auxilia na compreensão de texto, interpretação de problemas e aproxima a disciplina da realidade dos estudantes. Smole *et al*. (2007) defende que livros que tratam sobre matemática em seu desenvolvimento podem ser uma ferramenta alternativa na introdução desses conteúdos em sala de aula, pois é um modo desafiador de apresentar ideias matemáticas aos alunos, considerando-se que, em vez de ver primeiro a matemática para depois aplicá-la em uma história, o aluno é apresentado aos dois simultaneamente.

Costa (2007) defende que tanto as competências matemáticas quanto as da língua portuguesa se relacionam à capacidade de comunicação e, por isso, são dependentes uma da outra. Tal ideia também é defendida por Moreira *et al*. (2019), que, ao analisar a obra de Malba Tahan – professor de matemática e autor de *O homem que calculava* –, apresenta que o estudioso utilizava a literatura em suas aulas de matemática com o objetivo de integrar a língua materna dos alunos com a linguagem matemática e, assim, integrar a matemática com as demais disciplinas. Os autores apontam que, a partir da integração entre matemática e literatura, é possível incentivar a criatividade e o pensamento crítico, uma vez que essa junção permite mostrar a matemática presente em diferentes áreas do cotidiano. Mesmo se tratando de obras ficcionais, normalmente, estas apresentam assuntos pertinentes à vida dos estudantes, como viagens, brincadeiras, amizades e relações interpessoais. Logo, podem ser relacionadas às suas realidades, o que permite que a matemática seja enxergada como algo mais palpável.

Essa integração da matemática com outras disciplinas pode ser estudada a partir da ideia de interdisciplinaridade. Para Japiassu (1994), a interdisciplinaridade consiste em um trabalho de negociação entre diferentes pontos de vista, de diferentes disciplinas. No entanto, é uma prática que não ocorre com tanta frequência quanto seria ideal, seja por falta de tempo, porque os currículos e planejamentos são organizados de maneira que dificulta essa interação, ou por impasses em conciliar os horários de trabalho de professores de diferentes disciplinas.

Baseado nessas ideias, este artigo apresenta parte dos resultados de uma pesquisa que buscou compreender de que maneira a literatura juvenil pode ser utilizada como material alternativo ao livro didático para a aprendizagem de matemática. O trabalho partiu da hipótese de que o uso de livros voltados ao público jovem pode facilitar a abordagem do professor e a compreensão dos alunos sobre determinados assuntos, assim como aproximar a matemática vista em sala de aula àquela presente no dia a dia dos adolescentes.

Visando um trabalho interdisciplinar, para esta pesquisa, foram analisadas diferentes obras de literatura juvenil que tratam de assuntos matemáticos: *A culpa é das estrelas* e *O teorema Katherine*, de John Green; *Aventuras de Alice no país das Maravilhas* e *Através do espelho e o que Alice encontrou por lá*, de Lewis Carroll; *Fortaleza digital*, de Dan Brown; *A probabilidade estatística do amor à primeira vista*, de Jennifer E. Smith; *Amor fora do ar*, de Jessica Park e *O guia do mochileiro das galáxias*, de Douglas Adams. Após a análise, foi selecionado o livro *A culpa é das estrelas*, para que fosse realizado um trabalho de integração entre as disciplinas de matemática e língua portuguesa em torno dos assuntos explorados nesta obra. Este livro foi escolhido devido sua popularidade entre o público adolescente e por apresentar noções matemáticas que não costumam ser desenvolvidas de forma aprofundada em sala de aula no ensino básico, as quais consideramos que seriam interessantes de serem exploradas. Então, seria interessante analisar, a partir de encontros realizados com professores de matemática e português, a matemática presente em *A culpa é das estrelas* e de que modo ela pode ser utilizada em sala de aula, bem como buscar maneiras de trazer obras da literatura juvenil para o ensino de matemática.

Para a realização da pesquisa, foram realizados encontros virtuais com seis participantes, além das pesquisadoras. Nessas reuniões, foram feitos debates sobre o uso da literatura juvenil no ensino de matemática e sobre as noções de matemática presentes no livro *A culpa é das estrelas*.

2. METODOLOGIA

A metodologia adotada na pesquisa foi o *Design Research* (COBB *et al*., 2003), por possuir características pragmática e teórica, e por ser uma metodologia que permite uma pesquisa intervencionista, interativa e iterativa. O *Design* possibilita que seja estabelecida uma relação do pesquisador com o objeto de pesquisa, assim como a modificação das estruturas das etapas da pesquisa conforme elas acontecem. Assim, foi possível estabelecer um objetivo inicial para a pesquisa e, a partir das análises parciais de cada encontro, conseguimos modificar a estrutura das reuniões seguintes, ao longo do desenvolvimento da pesquisa.

A fundamentação teórica e as análises das contribuições feitas pelos professores se basearam no Modelo de Estratégia Argumentativa, ou MEA (CASTRO; FRANT, 2011), que nos permitiu analisar os discursos dos professores, considerando tanto o que era falado por eles quanto o que estava implícito em suas contribuições. A ideia do MEA é realizar essa análise a partir do jogo argumentativo dos participantes, o que possibilita um estudo além do que está explícito nas falas, mas também levando em consideração o contexto em que a discussão ocorre e os elementos de subtexto presentes no momento. Como nesta pesquisa buscamos analisar as contribuições dos professores participantes dos encontros, o MEA contribuiu para esse objetivo, uma vez que possibilitou uma análise mais detalhada dos debates gerados entre os professores.

Foram realizados quatro encontros virtuais com seis participantes, além das pesquisadoras. Os quatro encontros ocorreram em um período de quinze dias e cada um teve entre 60 e 90 minutos de duração. Contamos com cinco professores de matemática e uma professora de língua portuguesa. Entre os docentes de matemática, três eram formados em licenciatura e dois eram concluintes do mesmo curso, à época dos encontros; todos trabalhavam em escolas particulares. Uma das professoras também lecionava em um pré-vestibular social, e outra era professora de um curso superior on-line. Todos os professores tinham entre 20 e 30 anos de idade, e os que eram formados o estavam há dois anos ou menos, quando as reuniões foram realizadas. A docente de português era concluinte do curso de licenciatura em letras e trabalhava como professora de português, redação e literatura em escolas particulares.

Os encontros com os professores geraram debates enriquecedores sobre o uso do livro *A culpa é das estrelas* para o ensino de matemática no ensino básico. Durante tais reuniões, os professores eram instigados a trazer suas ideias e argumentos, gerando, assim, um ambiente favorável a trocas entre os presentes.

Todos os encontros foram gravados e seus dados foram analisados parcialmente, ou seja, analisamos cada encontro individualmente, logo após sua ocorrência. Ao fim, foi feita uma análise geral sobre todos os debates.

Desse modo, durante e após os encontros, analisamos tanto as noções matemáticas que surgiram nas discussões entre os professores sobre o livro *A culpa é das estrelas* quanto a possibilidade de utilização da literatura juvenil no ensino de matemática para adolescentes.

Ao longo da pesquisa, foram utilizados pseudônimos para se referir aos professores participantes, de modo a garantir seu anonimato. Ao estudar as contribuições dos professores, utilizamos os nomes Annabeth, Eloise, Helena, Isabella e James para os professores de matemática e Julieta para a professora de português.

Neste artigo, exploraremos os tópicos abaixo, os quais surgiram ao longo da leitura do livro *A culpa é das estrelas*:

- “Alguns infinitos são maiores do que outros” (GREEN, 2012, p. 172).
- “[...] existe uma quantidade infinita de números entre 0 e 1. [...] Obviamente, existe um conjunto ainda maior entre o 0 e o 2 ou entre o 0 e o 1 milhão” (GREEN, 2012, p. 235).
- “[...] você não imagina o tamanho da minha gratidão pelo nosso pequeno infinito. [...] Você me deu uma eternidade dentro dos nossos dias numerados, e sou muito grata por isso” (GREEN, 2012, p. 235).

A partir das contribuições feitas pelos professores participantes dos encontros acerca desses três tópicos, foi realizada uma breve análise dos assuntos e como explorá-los em sala de aula de matemática.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

> Pois bem, Zenão é mais famoso por seu paradoxo da tartaruga. Imaginemos que você esteja participando de uma corrida com uma tartaruga. É dada à tartaruga uma vantagem inicial, em distância, de dez metros. No tempo que você leva para percorrer esses dez metros, a tartaruga talvez se desloque um. E, então, no tempo que você leva para transpor essa distância, a tartaruga vai um pouco mais à frente, e assim por diante. Você é mais rápido que a tartaruga, mas não consegue alcançá-la; só consegue diminuir a distância entre vocês. Mas é óbvio que você acaba simplesmente passando pela tartaruga sem ponderar sobre a mecânica envolvida, mas a pergunta de como foi capaz de fazer isso acaba sendo incrivelmente complicada e ninguém tinha achado uma resposta para ela de verdade, até que Cantor demonstrou que alguns infinitos são maiores que outros. (GREEN, 2012, p. 173).

A discussão sobre infinitos de diferentes tamanhos aconteceu nos dois primeiros encontros. Os docentes relataram ter dificuldades para compreender e explicar que conjuntos infinitos podem possuir cardinalidades diferentes e, portanto, alguns podem ser maiores que outros. A cardinalidade de um conjunto é a quantidade de elementos que há nesse conjunto. Em conjuntos infinitos, não conseguimos contar os elementos, uma vez que são infinitos, mas, em alguns casos, podemos enumerá-los (LIMA, 1976).

Ao tratar a cardinalidade de conjuntos infinitos, uma das sugestões de abordagem sobre esse assunto com os alunos foi a realização de uma correspondência biunívoca entre os elementos dos dois conjuntos. Assim, caso não fosse possível realizar a correspondência biunívoca, seria possível observar que um conjunto possui mais elementos do que o outro. Dizemos que há uma correspondência biunívoca entre dois conjuntos se existe uma função bijetiva que leva um no outro. Em outras palavras, se para cada elemento do primeiro conjunto é possível associar um, e apenas um, elemento do segundo e nenhum elemento do segundo deixa de ter uma associação a algum do primeiro, então os conjuntos possuem a mesma quantidade de elementos, seja ela finita ou infinita, e dizemos que são conjuntos cardinalmente equivalentes (LIMA, 1976).

> **Eloise***: já é difícil você explicar para os alunos que os inteiros são do mesmo tamanho dos naturais, já é bem louco, começa por aí. Mas os naturais são enumeráveis e os reais são não enumeráveis, então você não consegue contar os números [...]; não existe uma forma de você contar os números reais, é por isso que eles são infinitos diferentes.*
>
> **Helena:** *Quando eu vi isso na faculdade e vi no mestrado de novo, eu me perguntei [...] "cara, mas é isso? Eu vou ficar ligando um elemento para cada um e é isso?". Quem vai me provar que no final não vai ficar uma 'filinha' de elementos ali que ficaram sem ninguém? E, assim, nunca ninguém me deu essa resposta.*

Ao sentir dificuldades em compreender a explicação a partir de uma relação biunívoca, a professora Helena buscou outra maneira de explicar a existência de infinitos maiores que outros. Ela relatou compreender melhor a ideia de infinitos diferentes a partir dos estudos da cardinalidade dos conjuntos das partes de um conjunto infinito, isto é, o conjunto de todos seus subconjuntos. Ao perceber que o conjunto das partes de um conjunto infinito possui mais elementos do que o próprio conjunto original, é possível entender que existem conjuntos infinitos maiores que outros.

> **Helena:** *Assim, na faculdade eu aprendi essa demonstração, né, de que a cardinalidade dos números naturais é menor do que a dos reais, só que eu acho que eu entendi melhor quando eu cheguei no mestrado e dei um passo além, que foi entender que o conjunto das partes do conjunto dos reais é maior do que o conjunto dos reais propriamente dito. [...] Quando a gente começa a fazer combinações entre aqueles elementos que estão ali dentro, o número vai ser maior. A quantidade vai ser maior. Eu entendi melhor assim.*

As duas professoras, Eloisa e Helena, buscaram explicar a existência de infinitos maiores do que outros utilizando diferentes métodos. Enquanto uma faz uso da ideia de corresponder biunivocamente os elementos de dois conjuntos para comparar suas cardinalidades, a outra defende que é mais compreensível estudar a cardinalidade do conjunto das partes de um conjunto infinito. O professor James interagiu com as duas docentes e também se mostrou confuso em relação à existência de infinitos maiores que outros. Enquanto Eloise disse compreender a explicação de Helena, mas achar mais fácil a sua própria, Helena demonstrou dificuldades em assimilar a explicação de Eloise.

Outra ideia levantada pelos professores foi a de associar a relação biunívoca entre conjuntos a uma função. Helena, Annabeth e Eloise alegaram acreditar que, dessa maneira, a compreensão da utilização da relação biunívoca para comparar a cardinalidade de conjuntos se torna mais fácil. Além disso, é possível associar a ideia de relação biunívoca à de função bijetora, trabalhando, assim, as noções de injetividade e sobrejetividade de funções.

Quando, em um cenário prático, estamos comparando o conjunto dos números naturais com o conjunto dos números naturais ímpares, muitos alunos podem ter dificuldade em compreender que os dois conjuntos possuem a mesma cardinalidade, uma vez que um deles não possui os números pares. Utilizar os conceitos de função poderia ajudar a compreender, por exemplo, que o conjunto dos números naturais ímpares não possui menos elementos do que o conjunto dos números naturais por não possuir o número 2 entre os números 1 e 3. Assim, podemos utilizar a correspondência biunívoca entre as funções e para mostrar que os dois conjuntos possuem a mesma cardinalidade.

Por sua vez, uma das professoras discordou que essa maneira facilitaria a compreensão, pois observa em suas turmas que muitos alunos possuem dificuldades em compreender o conteúdo de funções.

> **Eloise:** *Eu acho que se a gente escrevesse como uma função com domínio nos naturais e escrevesse o contradomínio escrevendo como uma relação mesmo [...] vai 'estar varrendo' os naturais, porque ele é um elemento qualquer do domínio, e a gente vai sempre conseguir relacionar com o outro n, que vai estar do outro lado.*
>
> **Isabella:** *Eu acho que quando a gente está no ensino básico, a gente confia muito nos números [...] mesmo que simbolizasse a mesma coisa, eu acho que para um aluno, ele tem muito mais confiança nas contas e nas funções do que a gente listando.*
>
> **Julieta:** *Eu acho que quando você coloca a função, você tira essa ideia que eu tive por exemplo que é uma reta e [...] o 2 faltou [...] é a cabeça, eu acho que é um pouco o jeito que a gente aprende a matemática, que a gente vai querendo sempre fazer tudo muito padrãozinho [...]. E aí pela função eu quebro essa ideia do faltando.*
>
> **James:** *Eu acho que quando a gente tem a ferramenta de trabalhar com função, isso aí fica muito mais fácil.*
>
> **Annabeth:** *Falar de função, tanto no nono ano quanto no ensino médio, é muito complicado, porque a gente tem um entendimento de função completamente diferente do deles[...]. Eu acho que não falar de função vai mais ajudar eles do que atrapalhar. Eu acho que você conversar com eles e mostrar essas coisas "olha, se eu for ligando aqui um a um", que nem a gente está fazendo [...], eles vão acompanhar e ainda vão ficar interessados [...]. Agora, se quiser 'meter' função no meio, eu acho que perde eles assim, em cinco segundos.*

A professora Julieta, professora de português, afirmou que, intuitivamente, entende que faltam elementos no conjunto dos números naturais ímpares em relação ao conjunto dos números naturais e, portanto, um deles é menor que o outro. A ideia intuitiva de que um conjunto é menor do que o outro também é esperada dos alunos do ensino básico, uma vez que a definição matemática de infinito não é comumente explorada com eles em sala de aula. Segundo ela, por ser uma justificativa que não depende da visualização e da intuição, a utilização de funções ajuda na compreensão de que ambos os conjuntos mostrados – números naturais e números naturais ímpares – possuem a mesma cardinalidade.

Contudo, a professora Annabeth defende que usar noções de função para trabalhar este assunto dificultaria a compreensão dos estudantes, em vez de facilitá-la. Alunos do ensino básico costumam apresentar dificuldades na compreensão de funções, logo, o ensino a partir dessas noções pode fazer com que o entendimento do assunto de cardinalidades de conjuntos infinitos seja comprometido e, em vez de ajudar os alunos, pode acabar dificultando seu entendimento. Segundo ela, utilizar a visualização, conectando um a um os elementos dos conjuntos por setas, pode ser uma maneira mais efetiva de mostrar aos estudantes que ambos os conjuntos possuem a mesma cardinalidade.

> Não posso falar da nossa história de amor, então vou falar de matemática. Não sou formada em matemática, mas sei de uma coisa: existe uma quantidade infinita de números entre 0 e 1. Tem o 0,1 e o 0,12 e o 0,112 e uma infinidade de outros. Obviamente, existe um conjunto ainda maior entre o 0 e o 2 ou entre o 0 e o 1 milhão. Alguns infinitos são maiores que outros. Um escritor de quem gostávamos nos ensinou isso. (GREEN, 2012, p. 235).

Dentro das discussões de infinito presentes em *A culpa é das estrelas*, é tratada, também, a quantidade de números entre 0 e 1, entre 0 e 2 e entre 0 e 1 milhão. No livro, a personagem principal diz que existem mais números entre 0 e 2 do que entre 0 e 1. Ao perguntar aos professores quais assuntos matemáticos chamaram sua atenção ao longo da leitura de *A culpa é das estrelas*, um dos tópicos que mais foi debatido foi esse trecho.

Os docentes questionaram a validade dessa passagem do livro e trouxeram à conversa seu desconforto em compreender e explicar por que, na realidade, não existem mais números entre 0 e 2 do que entre 0 e 1.

Ao ler o livro pela primeira vez, antes da graduação em matemática, quase todos os professores relataram acreditar e aceitar que o intervalo real [0, 2] seria maior que o intervalo real [0, 1]. Como não trabalhamos este conteúdo no ensino básico, é natural que, intuitivamente, utilizemos a ideia de que [0, 2] é maior que [0, 1], pois relacionamos os intervalos reais às medidas lineares de 0 a 1 e de 0 a 2.

Alguns professores de matemática relataram possuir dificuldades em compreender por que os intervalos reais [0, 1] e [0, 2] são cardinalmente equivalentes.

> **James:** *Eu, James, eu tenho dificuldades, inclusive para aceitar que entre 0 e 2 não faz sentido dizer que existem mais números. Quando eu estudo a lógica e vejo a explicação matemática por trás, eu compreendo, mas quando eu tento pensar nisso segundo a minha vivência, segundo a minha experiência empírica, digamos assim, é muito difícil de conceber que aquele infinito não é maior que de 0 a 1.*
>
> **Helena:** *A demonstração está lá, né, a gente vê a demonstração, a gente entende a demonstração, mas não faz sentido.*
>
> **Eloise:** *É muito difícil a gente conceber que um conjunto está perfeitamente dentro de outro, ele está completamente contido em outro, e ainda assim eles podem ter quantidades iguais; isso eu acho que não importa qual conjunto a gente está falando, entender isso é muito complicado.*

A dificuldade apresentada pelos professores pode ser justificada pela confusão entre as ideias de intervalo real e de medida linear. Ao pensar nos intervalos de 0 a 1 e de 0 a 2, normalmente, pensamos na reta numérica e, ao imaginar tal reta, naturalmente enxergamos os segmentos lineares que vão de 0 a 1 e de 0 a 2.

Como medida linear, o segmento que vai de 0 a 2 tem o dobro do tamanho do segmento que vai de 0 a 1, logo, é maior. No entanto, ao utilizar intervalos reais, não estamos trabalhando com medidas lineares, logo o intervalo [0, 2] não é maior do que o intervalo [0, 1]. Os professores relataram dificuldades em compreender que ambos os intervalos possuem a mesma cardinalidade e a professora de português, Julieta, disse ter compreendido melhor essa ideia quando a discussão girou em torno da diferença entre tamanho de intervalo e medida linear. Para ela, ser capaz de diferenciar essas duas ideias é o primeiro passo para entender que entre 0 e 1 e entre 0 e 2 há a mesma quantidade de números.

> **Julieta:** *É tipo fazer os alunos entenderem que não é uma régua. Aquilo ali é uma representação, não é a verdade. É porque eu aprendi muito matemática assim, tentando visualizar a coisa, aí entender que é uma 'parada' mais abstrata ajuda, sabe?*

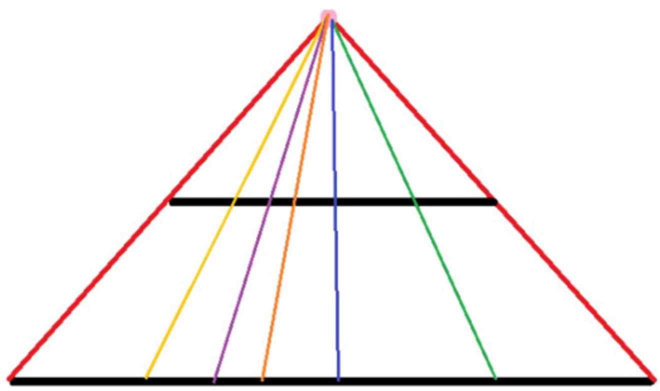
Alguns professores de matemática concordaram com Julieta, pois entendem que, intuitivamente, relacionamos a reta numérica a uma medida linear, e realizar essa desconstrução entre quantidade de elementos e medida linear seria fundamental para compreender melhor a cardinalidade dos dois conjuntos.

Por outro lado, a professora Eloise sugeriu fazer o contrário: utilizar o segmento como medida linear para compreender a quantidade de números nos intervalos. A docente mostrou ao resto do grupo uma demonstração geométrica, utilizando os dois segmentos lineares.

A ideia consiste em desenhar dois segmentos, de quaisquer tamanhos, um abaixo do outro, e ligar suas extremidades, até que as semirretas que passam pelas extremidades se encontrem. Então, será formado um triângulo. Desenhando um segmento que parte do vértice do triângulo que não pertence a nenhum dos dois segmentos originais, e ligando-o à base do triângulo, ou seja, o segmento maior, necessariamente esse segmento passará por exatamente um ponto do segmento menor. Realizando o mesmo procedimento repetidas vezes, vemos que segmentos diferentes passarão por pontos diferentes em ambos os segmentos originais e, assim, é possível perceber que os dois segmentos desenhados inicialmente possuem a mesma quantidade de pontos.

A professora Eloise fez um desenho no programa Paint enquanto explicava aos outros professores presentes no encontro a demonstração. Essa explicação foi baseada em uma aula do professor Leo Akio, do Cap UFRJ.

Figura 1: Explicação da professora Eloise sobre a utilização de um segmento de medida linear para compreender a cardinalidade de dois conjuntos



Fonte: AUTOR (2023, p. 114).

Apesar de os professores terem dito que achavam mais fácil compreender a demonstração a partir da separação das ideias de intervalo real e medida linear, estes também alegaram entender melhor a demonstração por meio da explicação de Eloise, que relacionava as duas ideias.

> **James:** *Fez muito sentido!*
>
> **Julieta:** *É que eu acho que a gente fica com essa ideia de que são vários pontos... quando vocês falam de ponto, que são vários números entre 0 e 1, eu imagino vários pontinhos um do lado do outro formando a régua, e agora quando ela mostrou, realmente faz todo sentido.*

É possível considerar que a explicação de Eloise só foi compreendida porque, primeiro, os professores dissociaram as duas ideias para, então, poder relacioná-las. É importante perceber que a figura feita por ela permitiu melhor visualização da demonstração, o que possibilitou a compreensão dos professores do que estava sendo trabalhado.

> Há dias, muitos deles, em que fico zangada com o tamanho do meu conjunto ilimitado. Queria mais números do que provavelmente vou ter, e, por Deus, queria mais números para o Augustus Waters do que ele teve. Mas, Gus, meu amor, você não imagina o tamanho da minha gratidão pelo nosso pequeno infinito. Eu não o trocaria por nada nesse mundo. Você me deu uma eternidade dentro dos nossos dias numerados, e sou muito grata por isso. (GREEN, 2012, p. 235).

Uma dificuldade apontada pelos docentes participantes em relação às ideias de infinito foi sobre quantidades infinitas em espaços finitos. É o caso de uma soma de progressão geométrica infinita, que possui um valor finito; ou de um intervalo real finito, como [0, 1], que possui infinitos números.

Ao tentar explicar o que é infinito na matemática, alguns argumentos foram trazidos pelos professores. Um deles é que o infinito é algo interminável. Outro, em contraponto, é que existem infinitos que possuem máximos e mínimos, como intervalos – logo, possuem início e fim e não são intermináveis, mas ainda assim são infinitos.

Buscando relacionar essas duas interpretações, a professora Helena justificou que infinitos que estão em intervalos finitos podem ser compreendidos como intermináveis "para dentro deles mesmos". Possuem início e fim, mas, dentro daquele espaço finito, são infinitos.

> **Helena:** *A partir das minhas aulas na faculdade, eu entendo infinito como algo interminável, sem fim.*
>
> **James:** *Mas se você pensar em um conjunto limitado, com um elemento mínimo e um máximo, você considera esse conjunto como não infinito, ou melhor dizendo, finito, só porque ele tem início e fim?*
>
> **Helena:** *Não, porque ele é interminável para dentro dele, conforme mais a gente cava, está lá dentro. Mas, de fato, ele tem um início e tem um fim, um ponto inicial e um ponto final.*

É possível perceber que os professores compreendem que existe mais de uma interpretação do que é infinito, mas têm dificuldade em explicar a diferença. Os participantes demonstraram desconforto ao tentar definir o que é infinito.

Ao longo das discussões, surgiram os seguintes questionamentos:

> **Julieta:** *Será que a questão existencial de existir algo depois da vida é uma questão de infinito também? Porque eles discutem bastante isso no livro também.*
>
> **Eloise:** *Mas esses dois pontos são diferentes? Eu não acho que são diferentes.*

A professora de português, Julieta, questionou se a abordagem existencial também pode ser considerada como infinito, enquanto a professora de matemática, Eloise, perguntou se as duas interpretações de infinito seriam diferentes.

Podemos relacionar a definição de infinito existencial trazida por Julieta à religião e a assuntos tratados cotidianamente, como a ideia de vida após a morte, por exemplo. Qualquer uma das maneiras de tratar o infinito como algo cotidiano – filosófico ou religioso – pode se encaixar no que Julieta chamou de infinito existencial.

Eloise, por sua vez, não concorda com a dissociação das ideias de infinito. Ao questionar se o infinito existencial seria diferente do infinito matemático, entendemos que a docente acredita que as duas perspectivas se misturam e não necessariamente é possível as separar em áreas diferentes.

Ao tratar noções de infinito a partir do ponto de vista levantado por Julieta, trabalhando com base nas ideias cotidianas e existenciais – como chamou a professora de português –, as docentes de matemática trouxeram outras referências midiáticas e culturais que também tratam de infinito da mesma maneira que John Green – se referindo ao infinito dentro de dias numerados e de memórias e vida após a morte, mencionados em outra parte do livro.

As professoras associaram esses temas ao *Soneto da fidelidade*, poema de Vinícius de Moraes, que traz os versos "que não seja imortal, posto que é chama / mas que seja infinito enquanto dure" (MORAES, 1960, p.112). Em ambos os casos, os autores trabalham a ideia levantada no início deste tópico: de um intervalo de tempo com início e fim, mas infinito. Também foi mencionado o filme *Viva: a vida é uma festa*, do estúdio de animação Pixar Animation Studios. No longa, para que a alma de uma pessoa continue viva após a morte, é preciso que sua família se lembre dela na Terra. Essa ideia vai ao encontro de uma passagem do livro *A culpa é das estrelas*, em que o personagem principal diz que tem medo de ser esquecido após a morte e o casal conversa sobre a vida.

É interessante observar como as professoras tratam as noções de infinito sob os pontos de vista filosófico e matemático sem dissociar necessariamente os dois, tratando-os apenas como infinitos. No entanto, ao questionar se as duas interpretações de infinitos seriam diferentes, a professora Eloise não recebeu nenhuma resposta que concordasse com sua afirmação de que as duas interpretações seriam análogas.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa realizada buscou compreender de que maneira a literatura juvenil pode ser utilizada como ferramenta alternativa ao livro didático nas aulas de matemática. Neste artigo, foram trabalhadas algumas noções de infinito que surgiram durante encontros entre as pesquisadoras e os professores sobre a utilização do livro *A culpa é das estrelas* em sala de aula. A partir dos encontros com os professores, foi possível observar que os temas que mais interessaram aos docentes e geraram mais debates foram as noções de infinito presentes na obra proposta. Outros temas de matemática presentes no livro, mencionados pelos professores, mas não discutidos a fundo, foram diagramas, conjuntos, proporção e lógica.

Partindo do pressuposto de que o uso de livros juvenis pode facilitar a compreensão dos alunos de assuntos vistos nas aulas de matemática, bem como aproximar a matemática presente no cotidiano destes jovens àquela vista em sala de aula, buscamos compreender como podemos utilizar *A culpa é das estrelas* para tratar de noções de infinito no ensino básico.

Temas que giram em torno de infinitos não costumam ser aprofundados no ensino básico, e acreditamos que uma abordagem diferenciada desse assunto traria benefícios aos alunos, uma vez que seria possível compreender melhor conteúdos em que é comum que os estudantes apresentem dificuldades, como funções, conjuntos numéricos, progressões etc.

A partir da ideia de que existem infinitos maiores do que outros, é possível trabalhar cardinalidade de conjuntos infinitos, o que pode facilitar a compreensão do aluno em relação a assuntos como conjuntos numéricos e suas representações e diferenças.

No que diz respeito a infinitos maiores do que outros, o autor de *A culpa é das estrelas* propõe a comparação entre os intervalos reais [0, 1] e [0, 2], afirmando que o segundo intervalo seria maior do que o primeiro. Trabalhar essa ideia, buscando compreender que a afirmação não é matematicamente correta e, igualmente, entender o motivo para que não seja, permite aos alunos desenvolver o pensamento crítico e assimilar melhor ideias como injetividade e sobrejetividade de funções. Isso se faz necessário para internalizar esses dois conceitos e, assim, realizar uma relação bijetiva entre os conjuntos, mostrando, de forma algébrica, que ambos possuem a mesma cardinalidade.

Também é possível chegar à demonstração de que os dois intervalos possuem a mesma cardinalidade a partir de uma explicação geométrica, utilizando os dois segmentos lineares de 0 a 1 e de 0 a 2. Os professores participantes dos encontros mostraram desconforto ao trabalhar noções de infinito e cardinalidade de conjuntos infinitos, como o exemplo mostrado acima. No entanto, ao ver a demonstração a partir da geometria, compreenderam melhor como e por que as cardinalidades são iguais.

Compreendemos a partir das contribuições e interações dos docentes que, independentemente da metodologia de ensino usada para ensinar conjuntos infinitos de diferentes cardinalidades, esse é um assunto que causa dificuldades de compreensão. Por apresentar dificuldades em compreender o tema, os professores não se sentem seguros para tratar dele em sala de aula com seus alunos.

É incomum ver assuntos ligados a infinitos serem trabalhados com rigor matemático no ensino básico, apesar de estarem presentes em diferentes conteúdos que são trabalhados com os adolescentes, como conjuntos numéricos, reta numérica, progressões e funções. Durante a graduação em licenciatura em matemática, o assunto costuma ser visto de maneira pontual, em disciplinas específicas. Por isso, é possível compreender a dificuldade existente acerca do tema infinitos. Como não é um tema trabalhado a fundo desde o ensino básico, as noções de infinito que um estudante possui são aquelas intuitivas, que se relacionam ao seu cotidiano. Como dito pelos professores participantes dos encontros, a cardinalidade de conjuntos infinitos não é intuitiva, logo, acaba gerando dúvidas, tanto em seu estudo quanto em sua explicação – por parte dos docentes.

Foi possível observar que a maioria dos professores participantes acredita ser benéfico utilizar funções para realizar uma relação biunívoca entre dois conjuntos e, assim, mostrar que ambos possuem a mesma cardinalidade. Entre os participantes que relataram achar mais fácil a explicação a partir dos conceitos de função, está a professora de português – a única presente nos encontros que não é formada em matemática. Foi interessante observar o ponto de vista de Julieta, uma vez que o olhar dela será de uma área de conhecimento diferente daquela dos professores da área de ciências exatas.

A ideia de trabalhar conjuntos com mesma cardinalidade com os alunos de ensino básico para explicar infinitos de tamanhos diferentes se justifica pois, segundo os professores presentes nos encontros, é mais fácil fazer com que os jovens entendam que existem conjuntos cardinalmente equivalentes e, pela contradição, mostrar que existem outros que não serão cardinalmente equivalentes – logo, alguns infinitos são maiores que outros.

Desse modo, a utilização do livro *A culpa é das estrelas* pode ser feita para trabalhar, no ensino básico, os conceitos de cardinalidade de conjuntos infinitos. Como mencionado anteriormente, esse assunto não é comumente trabalhado na escola e é muito importante, pois pode auxiliar os alunos nos estudos de diferentes conteúdos de matemática, como progressões, equações, funções, geometria, entre outros.

Ao encontrar noções de infinito trabalhadas ao longo do livro, os estudantes podem despertar interesse pelo conteúdo, aprofundar seu conhecimento do que está sendo apresentado. Mesmo que, por vezes, o conteúdo não esteja matematicamente correto – como no caso dos tamanhos dos intervalos reais $[0, 1]$ e $[0, 2]$ apresentado –, o professor tem o papel de mostrar aos jovens a razão de aquilo que está sendo mostrado no livro não ser correto. Assim, além de estimular o pensamento crítico dos estudantes, está trabalhando o conteúdo a partir da obra, e aproximando o que é visto em sala de aula a algo que está presente no cotidiano de muitos deles – a literatura juvenil.

A literatura juvenil pode ser uma ferramenta útil para trabalhar conteúdos de matemática com os alunos do ensino básico. Esperamos, com este trabalho, inspirar novas perspectivas para o uso da literatura juvenil em sala de aula de matemática, assim como para possíveis abordagens de noções de infinito na escola.

5. REFERÊNCIAS

CAMPOS, Raquel Sanzovo Pires de. *O Uso de Textos Alternativos para o Ensino de Ciências e a Formação Inicial de Professores de Ciências*. 2011. 124f. Dissertação (Pós-Graduação em Educação para a Ciência)–Faculdade de Ciências Campus de Bauru, Universidade Estadual Paulista. São Paulo.

COBB, Paul *et al*. Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, v. 32, n. 1, p. 9-13, jan. 2003. Disponível em: https://www.jstor.org/stable/3699928. Acesso em: 19 jan. 2023.

COSTA, Anabela Mâncio. *A importância da língua portuguesa na aprendizagem da matemática*. 2007. Dissertação (Mestrado em Estudos da Criança)–Área de Especialização em Ensino e Aprendizagem da Matemática, Universidade do Minho. Braga.

GREEN, John. *A culpa é das estrelas*. Tradução de: Renata Pettengill. Rio de Janeiro: Intrínseca, 2012.

JAPIASSÚ, Hilton. A questão da interdisciplinaridade. *Seminário Internacional Sobre Reestruturação Curricular.* Secretaria Municipal de Educação, Porto Alegre, 1994. Disponível em: http://smeduquedecaxias.rj.gov.br/; acesso em 12 out. 2022.

LIMA, Elon Lages. *Curso de Análise*, vol. 1. Rio de Janeiro: LTC, 1976.

MORAES, Vinicius de. *Antologia Poética*. Rio de Janeiro: Editora do autor, 1960, p. 112.

MOREIRA, Geraldo Eustáquio *et al*. Revisão sistemática das contribuições de Malba Tahan para a Educação Matemática (2014–2017). *Revemop*, Ouro Preto, MG, v. 1, n. 3, p.379-396, set./dez. 2019.

SANTOS, Ronielle Batista Oliveira *et al*. A importância da leitura na sala de aula. *Research, Society and Development,* São Paulo, v. 10, n. 4, 2021.

SMOLE, Katia Cristina Stocco *et al*. *Era uma vez na matemática*: uma conexão com a literatura infantil. 6. ed. São Paulo: IME – USP, 2007.

VIVA: a vida é uma festa. Direção: Adrian Molina; Lee Unkrich. Produção: Pixar Animation Studios. Estados Unidos: Walt Disney Pictures, 2018. DVD.

Histórico Editorial
Recebido em 06/03/2024.
Aceito em 05/10/2024.
Publicado em 31/12/2024.

Como citar – ABNT
MARQUES, Flávia Clemente; FRANT, Janete Bolite. A literatura juvenil no ensino de matemática: alguns infinitos são maiores que outros?. **REVEMOP**, Ouro Preto/MG, Brasil, v. 6, e2024043, 2024.
https://doi.org/10.33532/revemop.e2024043

Como citar – APA
Marques, F. C., & Frant, J. B. (2024). A literatura juvenil no ensino de matemática: alguns infinitos são maiores que outros?. *REVEMOP*, *6*, e2024043. https://doi.org/10.33532/revemop.e2024043