

Animações Matemáticas com Manim: Explorando o Pensando Visual na Equação Quadrática

Mathematical Animations with Manim: Exploring Visual Thinking in the Quadratic Equation

Animaciones Matemáticas con Manim: Explorando el Pensamiento Visual en la Ecuación Cuadrática

Jefferson Barbosa de Lima¹ 

Jair Dias de Abreu² 

Resumo

Este artigo é resultado de uma pesquisa que propõe uma abordagem didática para o ensino de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, utilizando animações desenvolvidas com a biblioteca Manim, baseada na linguagem de programação Python, na tentativa de desenvolver o pensamento visual na matemática. O objetivo foi investigar como o uso de animações matemáticas pode influenciar a compreensão da fórmula resolutiva de equações quadráticas, explorando o pensamento visual algébrico e geométrico pelo método de completar quadrados. A pesquisa qualitativa envolveu 49 alunos do 9º ano de uma escola pública da Paraíba, e os resultados indicaram que a utilização de animações visuais facilitou a compreensão do conteúdo, rompeu a abstração algébrica e possibilitou a conexão entre as representações matemáticas de natureza algébrica e geométrica, além de aumentar a motivação e o engajamento dos alunos.

Palavras-chave: Fórmula de Bhaskara. Python. Geometria. Álgebra. Recursos Didáticos.

Abstract

This article is the result of research proposing a didactic approach to teaching Mathematics in the final years of middle school, using animations developed with the Manim library, based on the Python programming language, in an attempt to develop visual thinking in mathematics. The objective was to investigate how the use of mathematical animations can influence the understanding of the quadratic equation solving formula, exploring algebraic and geometric visual thinking through the method of completing the square. The qualitative research involved 49 ninth-grade students from a public school in Paraíba, and the results indicated that the use of visual animations facilitated content comprehension, broke algebraic abstraction, and enabled the connection between algebraic and geometric mathematical representations, in addition to increasing students' motivation and engagement.

Keywords: Bhaskara's Formula. Python. Geometry. Algebra. Teaching Resources.

Resumen

Este artículo es el resultado de una investigación que propone un enfoque didáctico para la enseñanza de Matemáticas en los últimos años de la Educación Básica, utilizando animaciones desarrolladas con la biblioteca Manim, basada en el lenguaje de programación Python, en un intento de desarrollar el pensamiento visual en matemáticas. El objetivo fue investigar cómo el uso de animaciones matemáticas puede influir en la comprensión de la fórmula resolutiva de ecuaciones de segundo grado, explorando el pensamiento visual algebraico y geométrico mediante el método de completar cuadrados. La investigación cualitativa involucró a 49 estudiantes de 9º grado de una escuela pública de Paraíba, y los resultados indicaron que el uso de animaciones visuales facilitó la comprensión del contenido, rompió la abstracción algebraica y permitió la conexión entre las representaciones matemáticas de naturaleza algebraica y geométrica, además de aumentar la motivación y el compromiso de los estudiantes.

Palabras clave: Fórmula de Bhaskara. Python. Geometría. Álgebra. Recursos Didácticos.

¹ Licenciado em Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), Juazeirinho, Paraíba, Brasil. E-mail: jefferson.barbosa.mat@gmail.com.

² Doutor e Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Professor do Instituto Federal da Paraíba (IFPB), Cajazeiras, Paraíba, Brasil. E-mail: jairedmat@gmail.com.

1. Discussões iniciais

Não há dúvidas de que a matemática tem um impacto essencial na formação dos alunos, ajudando a desenvolver o raciocínio lógico, a capacidade de resolver problemas e compreender fenômenos sociopolíticos e culturais. Mas, nem todo mundo tem facilidade com esta disciplina em um primeiro momento, especialmente porque os conceitos matemáticos muitas vezes são ensinados de forma abstrata que acabam virando um pesadelo para os alunos. Isso acontece principalmente quando o foco está só em decorar fórmulas e seguir passos mecânicos, sem entender o que está por trás.

Um exemplo clássico disso é a fórmula resolutiva de equações quadráticas, apesar de sua utilidade, geralmente, é ensinada de uma forma mecanizada, onde os alunos aprendem a decorar os passos algébricos para usá-la, mas nem sempre é explicado a eles sua origem, porque funciona ou como pode ser aplicada na prática, o que acaba tornando o aprendizado raso e, muitas vezes, sem sentido para os alunos.

Diversos pesquisadores, como Arcavi (2003), Flores (2010), Guzman (2002) e Presmeg (2014), destacam a importância da visualização e do raciocínio visual no processo de aprendizagem da matemática. Guzman (2002) cita um exemplo interessante do renomado matemático Norbert Wiener, que utilizou figuras para completar uma demonstração matemática. Essa conexão entre visualização e raciocínio intuitivo é evidente na história da matemática, com diversos estudiosos recorrendo a representações visuais para demonstrar teoremas. O teorema de Pitágoras, por exemplo, foi abordado por Foo *et al.* (1999) utilizando essa abordagem. Outro trabalho relevante nesse sentido é o livro “Proofs without Words: Exercises in Visual Thinking”, de Roger B. Nelsen (1993).

A partir de nossas experiências, temos percebido que, embora o livro didático faça uso de representações geométricas juntamente com a algébrica no estudo da equação quadrática, a abordagem em sala de aula tem se concentrado mais na parte algébrica. Em contato com livros didáticos, como *A Conquista da Matemática*, de autoria de José Ruy Giovanni Júnior (2022), observamos que a obra apresenta figuras ilustrativas para auxiliar na compreensão do método de completar quadrados. No entanto, a dedução da fórmula resolutiva de uma equação quadrática é realizada exclusivamente por meio de procedimentos algébricos, sem recorrer a representações geométricas.

Essa abordagem somente algébrica pode dificultar a compreensão dos alunos, especialmente aqueles que possuem maior facilidade em visualizar conceitos matemáticos por meio de representações visuais. Nesse contexto, surgiu a ideia de utilizar o *Manim* para criar animações matemáticas, com o objetivo de oferecer uma alternativa visual para o aprendizado dos alunos. Essa abordagem está de acordo com o que (Borba; Silva; Gadanidis, 2014, p. 37) descreve como “cenários qualitativamente diferenciados de investigação matemática”, nos quais o uso de tecnologias digitais traz originalidade ao processo de ensino e aprendizagem.

Nesse contexto de visualização matemática, o uso de Tecnologias Digitais (TD), como animações matemáticas, surge como uma alternativa que pode auxiliar no processo de ensino e aprendizagem. Como exemplo de visualização dinâmica, proporcionada por ferramentas tecnológicas destacamos neste artigo o *Manim* (Mathematical Animation Engine) que permite criar animações matemáticas que conecta os processos algébricos e geométricos, nos fazendo refletir sobre o seguinte problema de pesquisa: De que maneira as animações matemáticas influenciam a compreen-

são da fórmula resolutiva das equações quadráticas, considerando o pensamento visual algébrico e geométrico pelo método de completar quadrados?

Motivados por essa perspectiva, o presente estudo tem como objetivo investigar como o uso de animações matemáticas pode influenciar a compreensão da fórmula resolutiva de equações quadráticas, explorando o pensamento visual algébrico e geométrico pelo método de completar quadrados. Para isso, foram desenvolvidas animações utilizando a biblioteca *Manim* em Python, que foram apresentadas a alunos do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública no interior da Paraíba. A pesquisa buscou avaliar se essa abordagem pedagógica contribui para compreensão dos conceitos envolvidos, destacando a importância e a necessidade do uso de representações visuais no ensino de matemática, além de explorar as percepções e o feedback dos alunos sobre essa experiência de aprendizagem.

2. Visualização matemática e o uso do Manim no Ensino de Matemática

A visualização matemática desempenha um papel importante no ensino e na aprendizagem de conceitos abstratos, especialmente aqueles encontrados na álgebra e na geometria. Guzmán (2002) ressalta que os conceitos matemáticos têm uma grande riqueza de relações visuais que podem ser representadas de várias maneiras. Isso permite uma interpretação mais acessível e intuitiva das abstrações. Guzmán explica que usar representações concretas e visuais, o que ele chama de visualização matemática, é uma ótima forma de abordar as complexas relações abstratas da matemática. De modo similar, Presmeg (2014) enfatiza que símbolos e diagramas são ferramentas poderosas para representar conceitos abstratos na matemática. Ela destaca que a visualização está intimamente ligada à representação matemática.

A visualização refere-se, de modo geral, à capacidade de representar, transformar, gerar, comunicar, documentar e refletir sobre informações visuais. Por essa razão, ela é considerada fundamental para a aprendizagem de conceitos matemáticos, especialmente os geométricos (Hershkowitz; Arcavi; Bruckheimer, 2001). Essa perspectiva é reforçada por Santos (2014), que destaca que a visualização torna visíveis aspectos do conhecimento que poderiam permanecer abstratos ou inacessíveis de outras formas.

Zimmermann e Cunningham (1991) descrevem a visualização como o processo de formação de imagens (mentalmente, com lápis e papel ou com o auxílio da tecnologia) e o uso eficaz dessas imagens para a descoberta e compreensão matemática. Os autores também apontam que a tecnologia computacional tornou o uso de gráficos muito mais recompensador, ampliando o interesse por abordagens visuais tanto no ensino quanto na pesquisa matemática.

Para que abordagens do pensamento visual sejam mais frequentes na sala de aula de matemática da educação básica é necessário que os professores também se apropriem desses recursos visuais em seus processos formativos. Leivas (2024) observa limitações no desenvolvimento do pensamento visual geométrico de professores que ensinam matemática. Isso é reflexo de práticas de ensino que não estimulam a relação entre o algébrico e/ou geométrico e/ou numérico, nos levando a refletir sobre a importância desses processos cognitivos.

Sousa e Muniz (2021) reforça a discussão na formação inicial do professor de matemática acerca das soluções de equações quadráticas por 'Abd Al-Hamid Ibn Turk ampliando o repertório intelectual dos licenciandos por meio do uso de TD percebendo o quanto ajudam no procedimento de (re)construção de descobertas matemáticas otimizando o tempo de construção e proporcionando investigações duradouras.

Alguns pesquisadores têm se dedicado a estudar a importância do pensamento visual a compreender os níveis de pensamento visual no desenvolvimento da compreensão matemática como Van de Walle (2009). Ele argumenta que a representação visual desempenha um papel essencial na construção do conhecimento matemático, especialmente no ensino de conceitos fundamentais.

Em se tratando especificamente do pensamento visual em Geometria, Anwar e Juandi (2020) observam que o pensamento visual em geometria se refere à capacidade dos alunos de reconhecer, interpretar e manipular representações visuais de figuras geométricas. Indo além das discussões geométricas, Vale (2017) observa que:

Pesquisas recentes na área de cognição, em particular nos processos de resolução de problemas, chegaram à conclusão de que, para certos tipos de tarefas, o uso de representações visuais pode ter vantagens sobre o uso de outras representações, facilitando a resolução de problemas. Este facto deve ser encarado com preocupação no tipo de ensino que se promove, já que a visualização não é apenas uma ferramenta poderosa na abordagem de tópicos geométricos, mas outros (e.g. campo numérico) e por isso os professores devem estar sensibilizados e preparados para a sua utilização nas práticas de sala de aula. (Vale, 2017, p. 132-133)

Como forma de colaborar com a necessidade apontada pelas pesquisas, a evolução tecnológica vem contribuindo para aumentar o interesse por abordagens visuais, especialmente com o auxílio de ferramentas digitais. Entre essas ferramentas, destaca-se o *Manim* (*Mathematical Animation Engine*), uma biblioteca de código aberto desenvolvida para criar animações matemáticas, escrita em Python, esta ferramenta permite que programadores e educadores criem animações que exploram múltiplos registros de representação, como gráficos, transformações geométricas e visualizações algébricas.

A importância dessas abordagens visuais é reconhecida pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), que afirmam:

Em Matemática existem recursos que funcionam como ferramentas de visualização, ou seja, imagens que por si mesmas permitem compreensão ou demonstração de uma relação, regularidade ou propriedade. Um exemplo bastante conhecido é a representação do teorema de Pitágoras, mediante figuras que permitem 'ver' a relação entre o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos catetos (Brasil, 1998, p. 45).

Com isso, percebemos que a Matemática não se baseia apenas em conceitos abstratos e simbólicos, mas também pode ser compreendida visualmente por meio de representações gráficas. Os PCN (Brasil, 1998) ainda destacam a importância da visualização e da leitura de informações gráficas no auxílio a compreensão de conceitos e o desenvolvimento de capacidades de expressões gráficas.

Quando usamos imagens, diagramas e outros recursos visuais, fica mais fácil entender conceitos que, de outra forma, poderiam parecer abstratos ou complicados. Com isso, destaca-se a necessidade de utilizar novas ferramentas de acordo com os avanços tecnológicos, promovendo o desenvolvimento das habilidades dos alunos. Nesse contexto, Kenski (2012) observa que o uso de tecnologias digitais no ambiente educacional redesenha o processo de aprendizagem, criando um ambiente virtual que amplia as possibilidades pedagógicas, porém a autora alerta para o uso inadequado dessas tecnologias, mencionando a importância de que educadores estejam preparados para aplicá-las em sala de aula.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca a importância do pensamento visual no ensino de Matemática ao incentivar o uso de múltiplas representações, como gráficos, diagramas e modelagens, para facilitar a compreensão e a resolução de problemas. O desenvolvimento do pensamento espacial e geométrico é valorizado, assim como o uso de TD para experimentação visual. Além disso, reforça a importância da visualização na interpretação de funções, análise de dados e modelagem matemática, promovendo conexões entre diferentes conceitos e fortalecendo o raciocínio matemático dos alunos (Brasil, 2018).

O uso de tecnologias como o *Manim* pode auxiliar o ensino de tópicos matemáticos, como a fórmula resolutiva da equação quadrática. A incorporação de recursos visuais, como os proporcionados pelo *Manim*, está alinhada às orientações dos PCN e da BNCC, que destacam a necessidade de atualizar as representações matemáticas conforme as tendências tecnológicas contemporâneas.

O *Manim* é uma biblioteca de animação matemática desenvolvida por Grant Sanderson, conhecido pelo seu canal educativo no YouTube *3Blue1Brown*. Esta ferramenta foi concebida especificamente para criar animações matemáticas de alta qualidade e precisão visual. O *Manim* é programado em *Python* e pode ser integrado ao *LaTeX*, permitindo aos usuários criarem visualizações matemáticas detalhadas através de código. Essa biblioteca possibilita a criação de conteúdos educativos, contudo, a necessidade de conhecimentos em programação pode representar um obstáculo significativo para muitos educadores que não possuem experiência ou familiaridade com a linguagem *Python*.

Atualmente, existem três versões principais do *Manim* disponíveis. A *ManimGL* (*Manim Graphics Library*) é a versão original criada por Grant Sanderson. A *Manim Community Edition* (*ManimCE*) é uma vertente do *ManimGL* mantida pela comunidade, tendo como objetivo ser mais acessível, além de receber atualizações e melhorias regulares. Por fim, há o *ManimCairo*, outra implementação do *Manim* que utiliza a biblioteca Cairo para renderização gráfica. Para a maioria dos usuários, especialmente iniciantes, o *ManimCE* é considerado a melhor opção devido ao suporte comunitário ativo, documentação mais abrangente e processo de instalação simplificado. O *ManimCE* tem uma comunidade ativa e uma documentação ampla, que pode ser acessada em <https://docs.manim.community/>.

O próprio Sanderson (2020) menciona em um podcast do canal *Lex Fridman* outras ferramentas que podem atender à necessidade de visualização em níveis mais simples, como *Desmos* e *GeoGebra*. Contudo, a diferença do *Manim* em relação a essas ferramentas é seu potencial para criar animações mais estéticas e, sobretudo, construídas de forma programática, o que pode chamar a atenção dos alunos. É importante ressaltar que o *Manim* nasceu como um projeto pessoal de

Grant Sanderson e não foi criado pensando na aplicação direta em sala de aula, mas sim na criação de conteúdo audiovisual de divulgação. No entanto, devido ao seu caráter visual, mostra-se uma ferramenta de grande valia para educadores que desejam enriquecer suas aulas com animações matemáticas.

3. Aspectos metodológicos

A presente pesquisa é de cunho qualitativo, embasado nas ideias de Bogdan e Biklen (1994) por estarmos inseridos no local de estudo e preocupados com o contexto, entendendo que as ações são mais bem compreendidas quando são observadas no ambiente habitual de ocorrência. Além disso, classifica-se como uma metodologia exploratória (Gil, 2019), uma vez que buscou investigar e analisar o potencial pedagógico do uso de animações matemáticas no ensino da fórmula resolutiva das equações quadráticas. A abordagem pedagógica utilizada nas aulas buscou valorizar a interação ativa dos alunos com recursos tecnológicos inovadores e estimulando-os a construir o conhecimento matemático de forma visual e significativa.

O estudo foi realizado com duas turmas do 9º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública localizada em uma cidade do interior da Paraíba, contando com a participação total de 49 alunos, distribuídos nas turmas A, com 27 alunos, e B, com 22 alunos. A pesquisa foi idealizada/estruturada durante o curso da disciplina Metodologia da Pesquisa em Matemática e desenvolvida durante o Estágio Supervisionado obrigatório, integrando as atividades acadêmicas necessárias para a conclusão da graduação em Licenciatura em Matemática do primeiro autor.

Antes da pesquisa chegar até a sala de aula foi necessário um período de planejamento pedagógico e da construção do material didático visual no *Manim* que ficou a cargo do primeiro autor deste artigo, dado seu domínio da programação *Python*. Ao iniciarmos a intervenção pedagógica em sala de aula, no primeiro encontro fizemos uma abordagem conceitual e histórica da equação quadrática seguida por aplicações práticas com o cálculo de áreas. Em seguida, apresentamos uma animação visual auxiliando na resolução de equação quadrática pelo método de completar quadrados.

No segundo encontro, retomamos inicialmente as ideias do encontro anterior e quando os alunos já estavam familiarizados projetamos novamente o *Manim*, desta vez com uma animação visual explorando todo o processo de construção da fórmula resolutiva da equação quadrada integrando aspectos algébricos e geométricos. Por fim, aplicamos um questionário impresso para produzir dados para a pesquisa nos permitindo responder a nossa questão de investigação.

4. Resultados e discussões: relacionado a Álgebra e Geometria através do pensamento visual

Inicialmente houve uma etapa de planejamento e preparação das animações matemáticas. Nessa fase, foi definido os conceitos matemáticos a serem abordados e elaborado os roteiros para cada animação, descrevendo as etapas matemáticas e de pensamentos visuais necessárias para uma abordagem didática.

A experiência do primeiro autor com *Python* e a biblioteca *Manim*, adquirida por meio de projetos anteriores de animações voltadas à divulgação científica em redes sociais e plataformas digitais, possibilitou criar as animações, utilizando o *Visual Studio Code (VS Code)*, um editor de código simples que facilita escrever e testar programas rapidamente. Foram construídas duas animações:

- **Método de completar quadrados na resolução de equações quadráticas (1ª Animação):** Criada para ilustrar o processo de resolução de uma equação quadrática utilizando o método de completar quadrados. O objetivo principal é facilitar a compreensão do método, destacando os passos necessários e as ideias/conceitos por trás da técnica;
- **Dedução da fórmula resolutiva de uma equação quadrática (2ª animação):** Teve como objetivo demonstrar a dedução da fórmula resolutiva para resolver equações quadráticas, utilizando o método de completar quadrados conectando os processos algébricos e geométricos através do pensamento visual.

Durante o desenvolvimento, foram realizados ajustes técnicos e pedagógicos, como adequação do ritmo das animações, escolha das cores e organização visual dos elementos gráficos. Todo o material produzido, incluindo o código-fonte e as animações em formato de vídeo, encontra-se disponível publicamente no repositório GitHub³ dos autores.

As atividades pedagógicas foram organizadas em dois encontros presenciais. No primeiro encontro, foi realizado com auxílio da lousa e um projetor multimídia uma introdução às equações quadráticas, abordando o conceito, contexto histórico de seu surgimento e suas aplicações práticas relacionadas ao cálculo de áreas.

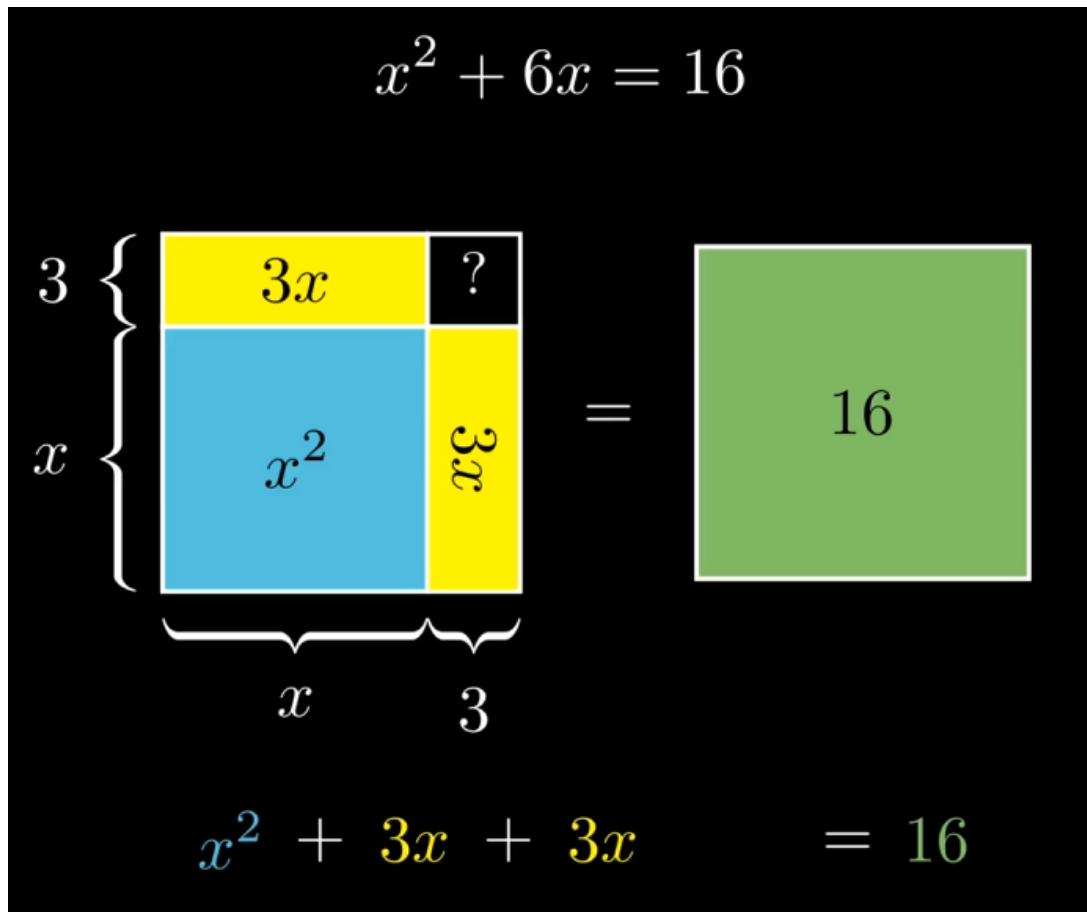
Pedroso (2010) destaca que problemas envolvendo equações quadráticas já eram resolvidos há mais de quatro mil anos, com registros encontrados em textos da Mesopotâmia e do Egito, como o Papiro de Berlim. Esses problemas frequentemente estavam associados ao cálculo de áreas, como a determinação de lados de figuras geométricas. Na Grécia Antiga, Euclides, em sua obra *Os Elementos*, utilizou construções geométricas para resolver problemas que hoje seriam representados por equações quadráticas, também relacionados ao cálculo de áreas e proporções (Pedroso, 2010).

Esse contexto histórico foi utilizado como ponto de partida para introduzir o método de completar quadrados, desenvolvido posteriormente por matemáticos árabes como *Al-Khowarizmi*, que o utilizou para resolver equações quadráticas de forma geométrica. Esse método, além de ser um marco no desenvolvimento da álgebra, é fundamental para se chegar à fórmula clássica de resolução das equações quadráticas (Pedroso, 2010).

Após essa explanação histórica e conceitual, foi apresentado a primeira animação com auxílio do projetor multimídia, desenvolvida para demonstrar visualmente a resolução de uma equação quadrática pelo método de completar quadrados, conforme ilustrado na Figura 1.

³ <https://github.com/Ojeffbarbosa/manim-equacoes-segundo-grau>

Figura 1: Resolvendo equação pelo método de completar quadrados



Fonte: Elaboração própria dos autores.

A animação foi bem recebida pelos alunos de ambas as turmas. Um dos principais benefícios de utilizar essa animação foi a questão do tempo, se tivéssemos utilizado apenas a lousa para desenhar a representação, o processo teria sido muito mais demorado, e ademais, na lousa, é difícil visualizar elementos em movimento e as divisões de áreas de maneira precisa, o que pode levar a mal-entendidos. Além disso, os alunos elogiaram a estética das animações, destacando como os elementos visuais tornaram o aprendizado mais atraente. Essa abordagem não só facilitou a compreensão dos conteúdos, mas também estimulou a participação dos alunos nas discussões em sala de aula.

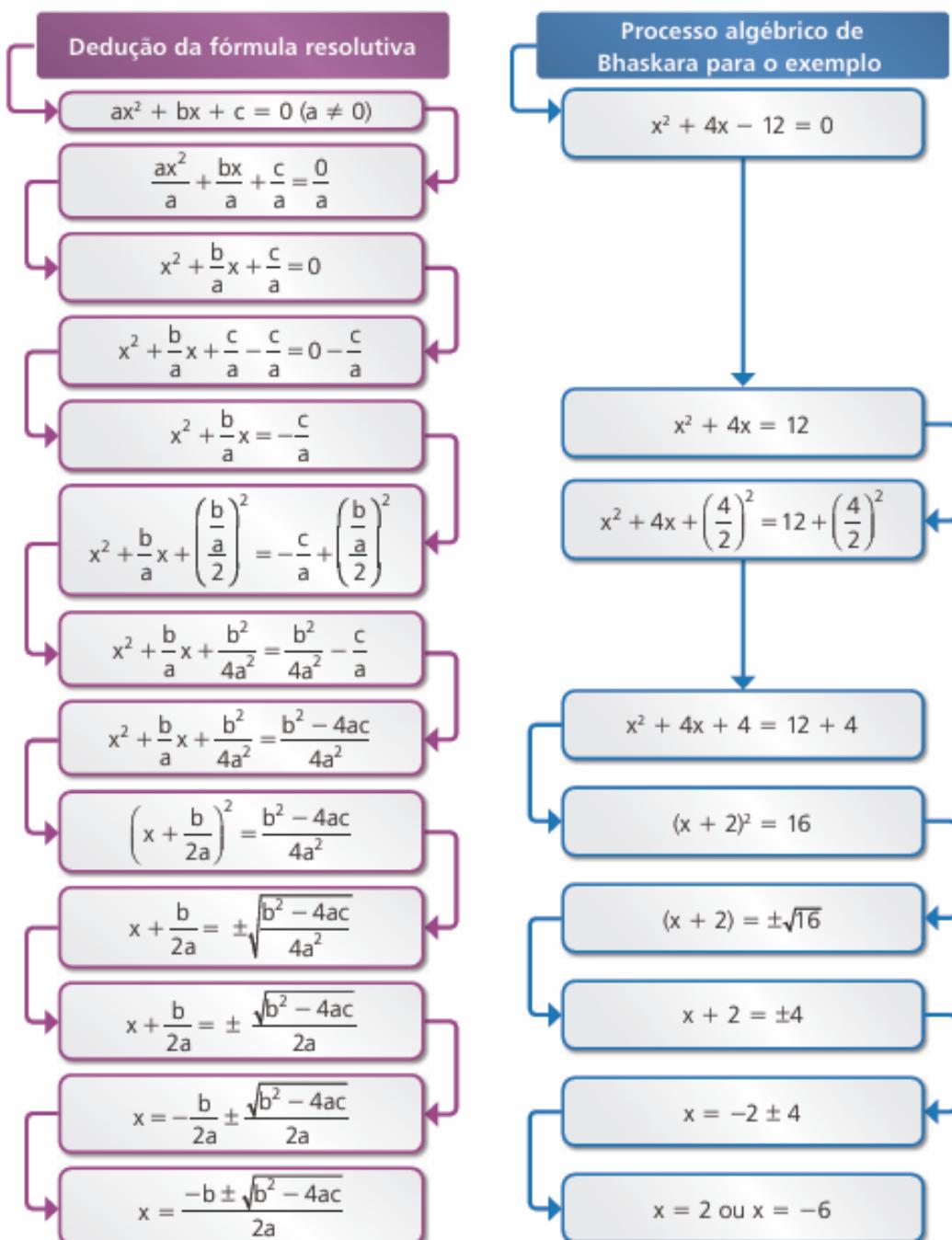
No segundo encontro, inicialmente, foi realizado uma breve retomada dos conceitos abordados no primeiro encontro, com o objetivo de garantir a continuidade do aprendizado. Tendo usado o livro didático, *A conquista da Matemática* (Giovanni Júnior, 2022), adotado pela escola durante o planejamento pedagógico, percebemos que ao explorar a fórmula resolutiva da equação quadrática que ficou comumente conhecida por fórmula de Bhaskara, a representação algébrica foi a única utilizada como observamos na Figura 2.

Figura 2: Dedução da fórmula resolutiva da equação quadrática abordado no livro didático

Fórmula resolutiva de uma equação do 2º grau com uma incógnita

Partindo de uma equação completa do 2º grau com uma incógnita e na forma reduzida, pode-se determinar, de modo mais simples, as raízes dessa equação pela chamada **fórmula resolutiva**.

Acompanhe como podemos chegar a essa fórmula.



Fonte: Giovanni Júnior (2022).

Partindo dessa observação e já tendo os alunos se familiarizados com o método de completar quadrados e com a ferramenta tecnológica utilizada, foi apresentada uma nova animação, com o objetivo de demonstrar visualmente a dedução completa da fórmula resolutiva das equações quadráticas conforme ilustrado na Figura 3.

Figura 3: Processo de construção da fórmula resolutiva da equação do segundo desenvolvida no Manim

$$\begin{array}{c} \frac{b}{2a} \\ x \end{array} \left\{ \begin{array}{c} \frac{b}{2a}x \\ x^2 \\ \frac{b}{2a}x \end{array} \right. = \begin{array}{c} -\frac{c}{a} \\ + \end{array} \left(\frac{b}{2a} \right)^2$$

$$x^2 + \frac{b}{2a}x + \frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a} \right)^2$$

Fonte: Dados da pesquisa.

A animação visual foi exibida, e, durante a apresentação, os alunos acompanharam cada etapa do processo de dedução da fórmula, observando como o método de completar quadrados é aplicado para transformar uma equação geral $ax^2+bx+c=0$ com $a \neq 0$, na fórmula resolutiva, permitindo aos alunos compreenderem claramente a origem e o significado de cada termo da fórmula a partir da relação entre a Álgebra e a Geometria.

No entanto, durante a aplicação, foi observado que em ambas as turmas alguns alunos apresentaram dificuldades em realizar operações matemáticas básicas envolvendo os coeficientes da equação, especialmente ao lidar com os símbolos matemáticos e os termos algébricos. Para minimizar essas dificuldades, foi necessário realizar intervenções durante a aula, explicando novamente algumas etapas da dedução e utilizando exemplos numéricos concretos para reforçar os conceitos, após essas explicações adicionais, a dedução foi concluída com sucesso. Logo em seguida, foram propostas algumas equações quadráticas para os alunos resolverem usando a fórmula construída.

Após a realização das atividades, foi aplicado um formulário impresso, entregue individualmente aos alunos, com o objetivo de coletar suas percepções e opiniões sobre a abordagem utilizada, as animações visuais e o impacto dessas ferramentas na compreensão dos conteúdos matemáticos abordados. A escolha por um formulário impresso e anônimo teve como finalidade garantir que os alunos se sentissem à vontade para expressar suas opiniões de maneira sincera e espontânea, sem receio de identificação ou julgamento, proporcionando assim dados mais confiáveis e representativos sobre a experiência vivenciada pelos alunos durante as aulas.

O formulário elaborado pelos autores continha cinco questões objetivas e uma aberta. Inicialmente, foi questionado aos alunos se já haviam tido contato anterior com a construção de

alguma fórmula matemática. Observou-se que, na turma 9º A, apenas três alunos afirmaram já ter tido contato prévio, enquanto os demais 24 alunos declararam nunca terem vivenciado tal experiência. Na turma 9º B, o cenário foi semelhante: somente dois alunos mencionaram já ter tido contato, enquanto 20 alunos responderam negativamente. Essa falta de experiência prévia ressalta a necessidade de mais abordagens como está no ensino da matemática. A construção de fórmulas é uma oportunidade para os alunos desenvolverem um entendimento mais profundo dos conceitos matemáticos, exercitando o pensamento crítico e a resolução de problemas. Portanto, esses resultados indicam claramente que a atividade proposta representou uma experiência nova para a grande maioria dos alunos, reforçando a importância pedagógica e a relevância da integração do pensamento visual e o trânsito entre as representações algébricas e geométricas.

Em seguida, solicitou-se aos alunos que avaliassem a clareza das animações apresentadas durante as aulas. Na turma do 9º A, 19 alunos consideraram as animações “muito claras”, seis alunos avaliaram como “claras”, dois alunos mostraram-se neutros em relação à clareza, ninguém considerou “pouco clara” ou “confusas”. Na turma do 9º B, 15 alunos classificaram-nas como “muito claras”, cinco alunos indicaram que foram “claras”, um aluno manifestou neutralidade, um aluno considerou “pouco claras” e nenhum aluno as avaliou como “confusas”. Esses dados demonstram que, de forma geral, a maioria expressiva dos alunos considerou as animações claras ou muito claras, indicando que o recurso utilizado teve uma boa aceitação e foi eficaz na apresentação visual dos conteúdos matemáticos. Do ponto de vista do professor esses resultados evidenciam a importância de utilizar recursos visuais para facilitar a compreensão de conteúdos abstratos, podendo ajudar a superar as dificuldades que muitos alunos enfrentam ao lidar com explicações puramente teóricas ou estáticas, além da importância de proporcionar uma visualização precisa dos objetos matemáticos que em algumas situações ficam limitadas ao uso do lápis e papel.

Posteriormente, perguntou-se aos alunos se as animações contribuíram efetivamente para a compreensão do método de completar quadrados e para a dedução da fórmula resolutiva da equação quadrática. Na turma do 9º A, a maioria (21 alunos) afirmou que as animações “ajudaram muito”, quatro alunos responderam que “ajudaram um pouco”, dois alunos disseram que “não ajudaram”, enquanto nenhum aluno afirmou que as animações não fizeram diferença ou confundiram ainda mais o entendimento. Já na turma do 9º B, a maioria também respondeu positivamente, sendo que 14 alunos indicaram que as animações “ajudaram muito”, cinco alunos que “ajudaram um pouco” e três alunos consideraram que “não fez diferença”. Nenhum aluno da turma 9B assinalou as opções “não ajudou” ou “confundiu mais”. Esses resultados sugerem que as animações foram efetivas na maioria dos casos, facilitando a compreensão dos alunos. No entanto, as opiniões divergentes mostram que ainda há espaço para aprimoramento, a experiência de alguns alunos que acharam as animações pouco úteis nos lembra que cada aluno tem uma maneira única de aprender, logo, é fundamental continuar explorando e ajustando os recursos utilizados.

Além disso, solicitou-se que os alunos indicassem o aspecto das animações que mais lhes agradou. Na turma do 9º A, 11 alunos destacaram a “visualização clara”, enquanto a maioria (12 alunos) preferiu o “acompanhamento detalhado dos passos”. Três alunos mencionaram o “uso de cores e efeitos visuais” como o aspecto mais positivo, e apenas um aluno declarou não ter gostado das animações. Já na turma do 9º B, o “acompanhamento detalhado” também foi o aspecto preferido pela maioria (13 alunos), seguido pela “visualização clara” apontada por cinco alunos, e

pelo “uso de cores e efeitos”, destacado por quatro alunos. Nenhum aluno da turma do 9º B respondeu negativamente a essa questão. Com isso, refletimos que em ambas as turmas, o aspecto mais valorizado pelos alunos foi o acompanhamento detalhado e o passo a passo das animações, sugerindo que o detalhamento visual do raciocínio matemático representou um fator decisivo para a atividade pedagógica.

Em seguida, os alunos foram questionados sobre seu interesse em continuar utilizando animações semelhantes em aulas futuras. Os resultados foram positivos nas duas turmas. Na turma do 9º A, 26 alunos responderam positivamente, manifestando interesse em continuar utilizando esse tipo de recurso, com apenas um aluno apresentando uma posição indiferente e nenhum aluno respondendo negativamente. Já na turma do 9º B, 18 alunos responderam positivamente, três alunos mostraram-se indiferentes e somente um aluno respondeu negativamente. Esses resultados indicam que a grande maioria dos alunos de ambas as turmas percebeu o uso das animações matemáticas como algo positivo, atrativo e relevante para o processo de aprendizagem, demonstrando interesse em novas experiências pedagógicas semelhantes.

Por fim, foi realizada a pergunta aberta: “Você tem alguma sugestão ou comentário adicional sobre como podemos melhorar o ensino de matemática com o uso de tecnologias?” Mesmo diante de certa timidez nas respostas, destacaram-se sugestões pertinentes, como o uso de inteligência artificial (IA) e a ampliação de recursos audiovisuais, como vídeos e slides. A proposta de incorporar IA no ensino de matemática demonstra que os alunos estão atentos às tendências tecnológicas e reforça a importância de implementar essas ferramentas tecnológicas em sala de aula. Quanto ao uso de vídeos e slides sinalizam a necessidade de explorar mais o visual nas aulas de matemática.

5. Considerações finais

Ao nos questionarmos de que maneira as animações matemáticas influenciam a compreensão da fórmula resolutiva das equações quadráticas, considerando o pensamento visual algébrico e geométrico pelo método de completar quadrados, podemos perceber a partir dos dados obtidos que o visual atrai a atenção dos alunos em um primeiro momento, mas que só isso não é suficiente para atestarmos a funcionalidade do recurso didático. Frente a isso, observamos que a animação proporcionou aos alunos a possibilidade de compreender conceitos por meio da visualização de áreas, superando uma abordagem centrada apenas na manipulação algébrica.

A abordagem foi além do proposto no livro didático, que inicialmente limitava-se apenas a abordagem algébrica da construção da fórmula resolutiva da equação quadrática, desenvolvendo o pensamento visual a partir da integração de ideias e conceitos algébricos e geométricos, rompendo a abstração algébrica e proporcionando um trânsito fluido entre as múltiplas representações dos objetos matemáticos.

De fato, o *Manim* destacou-se como uma ferramenta eficiente, permitindo a criação de animações detalhadas capazes de representar visualmente conceitos matemáticos que, muitas vezes, são abstratos e difíceis de serem compreendidos em contextos pedagógicos tradicionais. No decorrer da pesquisa, ficou evidente que os alunos valorizaram especialmente a estética das animações e a possibilidade de acompanhar cada passo ligando os aspectos geométricos e algébricos da dedução.

Entretanto, apesar dos resultados positivos e das vantagens pedagógicas observadas, é necessário reconhecer que o uso do *Manim* em sala de aula apresenta um desafio importante: o professor precisa possuir conhecimentos básicos de programação, especificamente na linguagem Python. Esse aspecto técnico pode representar uma barreira inicial, considerando que nem todos os professores possuem formação ou familiaridade prévia com programação computacional.

Em síntese, a utilização das animações matemáticas desenvolvidas com a biblioteca *Manim* mostrou-se uma estratégia pedagógica eficaz para o ensino de conceitos matemáticos. Os resultados mostram que essa abordagem promoveu maior interesse, motivação e engajamento dos alunos, favorecendo uma aprendizagem significativa dos conteúdos abordados. Dessa forma, recomenda-se que práticas pedagógicas semelhantes sejam incentivadas e ampliadas na sala de aula de matemática, considerando-se também a necessidade de oferecer suporte e formação adequada aos professores interessados em utilizar tais recursos tecnológicos em suas aulas, incentivando novas pesquisas que deem conta de analisar o impacto de recursos de natureza digital no desenvolvimento do pensamento visual na matemática.

6. Referências

ANWAR and D JUANDI. Studies of level visual thinking in geometry. **Journal of Physics: Conference Series**. 2020.C

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994. Tradução de: Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista.

BORBA, M. C; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática:** sala de aula e internet em movimento. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.

BRASIL. **Ministério da Educação.** *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 30 de jan. 2025.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

FLORES, C. R. Cultura visual, visibilidade, visualização matemática: balanço provisório, propostas cautelares. **Zetetiké**, Campinas, v. 18, p. 271-294, 2010.

FOO, N. Y.; PAGNUCCO, M.; NAYAK, A. C. Diagrammatic proofs. In: **IJCAI INTERNATIONAL JOINT CONFERENCE ON ARTIFICIAL INTELLIGENCE**, 16., 1999, Estocolmo. Anais. San Francisco: Morgan Kaufmann, 1999. p. 378-383

FRIDMAN, L. **Grant Sanderson: 3Blue1Brown e a Beleza da Matemática | Lex Fridman Podcast #64.** YouTube, 7 jan. 2020. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=U_lKUK2MCsg. Acesso em: 15 mar. 2025.

FRIDMAN, L. **Grant Sanderson: Math, Manim, Neural Networks & Teaching with 3Blue1Brown | Lex Fridman Podcast #118.** YouTube, 27 de jan. 2021. Disponível em: https://www.youtube.com/watch?v=U_6AYX42gkU. Acesso em: 15 mar. 2025.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** 7. Ed. São Paulo: Atlas, 2019.

GIOVANNI JÚNIOR, J. R. **A conquista matemática:** 9º ano: ensino fundamental: anos finais. 1. ed. São Paulo: FTD, 2022. 304 p.

GUZMÁN, M. The role of visualization in the teaching and learning of mathematical analysis. In: **Proceedings of the International Conference on the Teaching of Mathematics (at the Undergraduate Level)**, Hersonissos, Creta, Grécia, 2002. Disponível em: <https://eric.ed.gov/?id=ED472047>. Acesso em: 02 mar. 2025.

HERSHKOWITZ, R.; ARCAVI, A.; BRUCKHEIMER, M. Reflections on the status and nature of visual reasoning—the case of the matches. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 32, n. 2, p. 255-265, 2001.

KENSKI, V. M. **Educação e tecnologias:** o novo ritmo da informação. Campinas: Editora Papirus, 2012. 141 p.

LEIVAS, J. C. P. Pensamento Visual Geométrico — uma investigação em um minicurso/oficina. **REVEMOP**, Ouro Preto/MG, Brasil, v. 6, e2024025, 2024. <https://doi.org/10.33532/revemop.e2024025>

NELSON, R. B. **Proofs without words:** exercises in visual thinking. Washington, DC: Mathematical Association of America, 1993.

PEDROSO, H. A. Uma breve história da equação do 2º grau. **Revista Eletrônica de Matemática**, n. 2, 2010. Disponível em: <http://www2.jatai.ufg.br/ojs/index.php/matematica>. Acesso em: 10 mar. 2025.

PRESMEG, N. Visualization and learning in mathematics education. In: LERMAN, Stephen (Ed.). **Encyclopedia of mathematics education.** Dordrecht: Springer, 2014. p. 636-640.

SANDERSON, G.. About. **3Blue1Brown**, 29 maio 2022. Disponível em: <https://www.3blue1brown.com/about>. Acesso em: 23 mar. 2025.

SANTOS, A. H. **Um estudo epistemológico da visualização matemática:** o acesso ao conhecimento matemático no ensino por intermédio dos processos de visualização. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e em Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014. Disponível em: <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/37264>. Acesso em: 31 mar. 2025.

SOUZA, G. C. de.; MUNIZ, J. T. Soluções de Equações Quadráticas por 'Abd Al-Hamid Ibn Turk na Formação Inicial do Professor de Matemática. **REVEMOP**, Ouro Preto/MG, Brasil, v. 3, e202104, 2021.

VALE, I. Resolução de Problemas um Tema em Contínua Discussão: vantagens das Resoluções Visuais. In: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs.). *Perspectivas para Resolução de Problemas*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 131-162.

VAN DE WALLE, J. A. Matemática no ensino fundamental: formação de professores em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZIMMERMANN, W.; CUNNINGHAM, S. Editor's introduction: what is mathematical visualization? In: ZIMMERMANN, Walter; CUNNINGHAM, Steve. (Eds.). **Visualization in teaching and learning mathematics**. Washington, DC: Mathematical Association of America, 1991. p. 1-26.

Apêndice – Detalhes Editoriais

Histórico

Submetido: 23 de abril de 2025.
Aprovado: 17 de setembro de 2025.
Publicado: 18 de dezembro de 2025.

Como citar – ABNT

LIMA, Jefferson Barbosa de; ABREU, Jair Dias de. Animações Matemáticas com Manim: Explorando o Pensando Visual na Equação Quadrática. **REVEMOP**, Ouro Preto/MG, Brasil, v. 7, e2025019, 2025. <https://doi.org/10.33532/revemop.e2025019>

Como citar – APA

Lima, J. B. de., & Abreu, J. D. de. (2025). Animações Matemáticas com Manim: Explorando o Pensando Visual na Equação Quadrática. **REVEMOP**, 7, e2025019. <https://doi.org/10.33532/revemop.e2025019>

Financiamento

Não se aplica

Conflito de Interesse

Os autores declararam não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmica, política e financeira referente a este artigo.

Contribuição dos Autores

Resumo/Abstract/Resumen: Jefferson Barbosa de Lima, Jair Dias de Abreu; **Introdução ou Considerações iniciais:** Jefferson Barbosa de Lima, Jair Dias de Abreu; **Referencial teórico:** Jefferson Barbosa de Lima, Jair Dias de Abreu; **Metodologia:** Jefferson Barbosa de Lima, Jair Dias de Abreu; **Análise de dados:** Jefferson Barbosa de Lima, Jair Dias de Abreu; **Discussão dos resultados:** Jefferson Barbosa de Lima, Jair Dias de Abreu; **Conclusão ou Considerações finais:** Jefferson Barbosa de Lima, Jair Dias de Abreu; **Referências:** Jefferson Barbosa de Lima, Jair Dias de Abreu; **Revisão do manuscrito:** Jefferson Barbosa de Lima, Jair Dias de Abreu; **Aprovação da versão final publicada:** Jefferson Barbosa de Lima, Jair Dias de Abreu. CREDIT-Taxonomia de Papéis de Colaborador-<https://credit.niso.org/>.

Disponibilidade de Dados

Os dados desta pesquisa não foram publicados em Repositório de Dados, mas os autores se comprometem a socializá-los caso o leitor tenha interesse.

Direitos Autorais

Os direitos autorais são mantidos pelos autores, os quais concedem à **Revemop** os direitos exclusivos de primeira publicação. Os autores não serão remunerados pela publicação de trabalhos neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicado nesta revista (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial nesta revista. Os editores da **Revemop** têm o direito de realizar ajustes textuais e de adequação às normas da publicação.



Open Access

Este artigo é de acesso aberto (**Open Access**) e sem cobrança de taxas de submissão ou processamento de artigos dos autores (**Article Processing Charges – APCs**). O acesso aberto é um amplo movimento internacional que busca conceder acesso online gratuito e aberto a informações acadêmicas, como publicações e dados. Uma publicação é definida como 'acesso aberto' quando não existem barreiras financeiras, legais ou técnicas para acessá-la ou seja, quando qualquer pessoa pode ler, baixar, copiar, distribuir, imprimir, pesquisar ou usá-la na educação ou de qualquer outra forma dentro dos acordos legais.

Licença de Uso

Este artigo é licenciado sob a Licença **Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0)**. Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o artigo em qualquer meio ou formato. Além disso, permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial nesta revista.



Verificação de Similaridade

Este artigo foi submetido a uma verificação de similaridade utilizando o software de detecção de texto **iThenticate** da Turnitin, através do serviço **Similarity Check** da Crossref.



Processo de Avaliação

Revisão por pares duplo-cega (**Double blind peer review**).

Avaliadores

Dois pareceristas *ad hoc* avaliaram este artigo e não autorizaram a divulgação dos seus nomes

Editor Chefe

Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti

Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Minas Gerais, Brasil

Editores Associados

Prof. Dr. Edmílson Minoru Torisul  
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Minas Gerais, Brasil

Prof. Dr. José Fernandes da Silva  
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG), Campus São João Evangelista, Minas Gerais, Brasil
