

Potencialidades e desafios no ensino de sistemas de equações de 1º grau via resolução de problemas

Potential and challenges in teaching systems of linear equations via problem solving

Posibilidades y retos de la enseñanza de los sistemas de ecuaciones de primer grado mediante la resolución de problemas

João Alessandro da Luz ¹ e Marcelo Carlos de Proença ²

Resumo

O objetivo do artigo é revelar as potencialidades e desafios no desenvolvimento de uma proposta de ensino via resolução de problemas para a aprendizagem de sistemas de equações de 1º grau. Participaram 28 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental. Os instrumentos de coleta de dados foram as folhas de atividades dos alunos, cujos registros foram analisados de forma descritivo-analítica e interpretativa. Na primeira etapa do ensino, os alunos recorreram à estratégia de tentativa e erro. Nas demais etapas, observamos a compreensão do conceito e dos processos algorítmicos. Alguns desafios foram referentes às dificuldades em cálculos algébricos e no monitoramento da resolução dos problemas. Concluímos que a potencialidade do ensino foi proporcionar a evolução da compreensão do conteúdo de sistemas de equações de 1º grau, favorecendo o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Álgebra. Sistemas lineares. Pensamento algébrico. Resolução de Problemas.

Abstract

The aim of this article is to highlight the potential and challenges involved in developing a teaching via problem solving approach for learning systems of linear equations. Twenty-eight 8th-grade students participated in the study. The data collection tools were the students' worksheets, which were analyzed using descriptive-analytical and interpretive methods. In the first stage of instruction, students relied on a trial-and-error strategy. In the subsequent stages, we observed their understanding of the concept and algorithmic processes. Some challenges were related to difficulties with algebraic calculations and monitoring problem-solving. We concluded that the potential of the instruction was to foster the development of students' understanding of the content of systems of linear equations, thereby promoting the development of algebraic thinking.

Keywords: Mathematics Teaching. Algebra. Linear Systems. Algebraic Thinking. Problem Solving.

Resumen

El objetivo del artículo es poner de manifiesto las posibilidades y los retos que plantea el desarrollo de una propuesta didáctica basada en la resolución de problemas para el aprendizaje de los sistemas de ecuaciones de primer grado. Participaron 28 alumnos de 8.º de primaria. Los instrumentos de recogida de datos fueron las hojas de actividades de los alumnos, cuyos registros se analizaron de forma descriptiva-analítica e interpretativa. En la primera etapa de la enseñanza, los alumnos recurrieron a la estrategia de prueba y error. En las demás etapas, observamos la comprensión del concepto y de los procesos algorítmicos. Algunos retos se referían a las dificultades en los cálculos algebraicos y en el seguimiento de la resolución de los problemas. Concluimos que el potencial de la enseñanza fue facilitar la evolución de la comprensión del contenido de los sistemas de ecuaciones de primer grado, favoreciendo el desarrollo del pensamiento algebraico.

Palabras clave: Enseñanza de Matemáticas. Álgebra. Sistemas Lineales. Pensamiento Algebraico. Resolución de Problemas.

¹ Secretaria de Educação do Paraná (Seed-PR), Campo Mourão, Paraná, Brasil. E-mail: jluz@escola.pr.gov.br

² Universidade Estadual de Maringá (UEM) , Bauru, São Paulo, Brasil. E-mail: mcproenca@uem.br

1. Introdução

A aprendizagem da álgebra e, conseqüentemente, o desenvolvimento do pensamento algébrico, é um fator de extrema importância para o mundo. No Brasil, o estudo de [Becher \(2009\)](#) mostrou alunos com dificuldades para compreender e significar situações e conceitos, para traduzir a linguagem escrita para a linguagem algébrica e para utilização de fórmulas, propriedades e técnicas algébricas. Em Portugal, [Morais \(2012\)](#) encontrou em seu estudo alunos com dificuldades de representação e generalização em diferentes situações matemáticas apresentadas. Na Turquia, [Töman e Gökburun \(2022\)](#) verificaram alunos com cálculos equivocados em expressões algébricas e baixo nível de construção do pensamento algébrico, associados a dificuldades para transição da aritmética para a álgebra. Na Austrália, [Chinnappan \(2004\)](#) mostrou que os alunos do seu estudo tiveram obstáculos para resolver equações com estruturas mais complexas e relacionadas a conhecimentos conceituais algébricos.

Essas dificuldades dos alunos na aprendizagem da álgebra (e do pensamento algébrico), vistas tanto no Brasil quanto em outros países do mundo, abrem espaço para realizar estudos que permeiam suas causas, bem como estudos que busquem reconstruir/amenizar esse quadro desafiador. Nesse sentido, a lacuna que se abre é a investigação sobre o ensino em sala de aula. Um conteúdo algébrico importante, foco do presente artigo, é o de sistemas de equações, no que se refere ao seu ensino. [Ferreira \(2013\)](#) mostrou que o ensino desse conteúdo é feito de maneira breve e superficial. [Battaglioli \(2008\)](#) apontou que os livros de matemática priorizam os cálculos algébricos. Para [Delazeri \(2017\)](#), esse quadro subjugam alunos a dificuldades em tópicos de sistemas de equações e com compreensão limitada desse conteúdo. Para [Cunha Neto \(2020\)](#), esse panorama é precarizado por um ensino em sala de aula que não favorece um ambiente para discutir juízos, conceitos e a formação do pensamento teórico, dando poucas condições ao desenvolvimento cognitivo do aluno.

Diante dessa problemática, [Campos \(2019\)](#) e [Campos e Farias \(2020\)](#) orientam para o ensino de sistemas de equações permeado por atividades de resolução de problemas, permitindo assim, o estabelecimento de conexões entre a linguagem natural e a algébrica. A Base Nacional Comum Curricular – BNCC ([BNCC, 2018](#), p. 528) estabelece que o ensino de sistemas de equações deveria possibilitar ao aluno “resolver e elaborar problemas do cotidiano”. Porém, [Proença, Campelo e Santos \(2022\)](#) mostraram que no aspecto curricular da BNCC para a matemática do Ensino Fundamental, esse documento não sugere como tratar a resolução de problemas em sala de aula, transparecendo algo mais para aplicações de conteúdos, sendo indicado pelos autores o uso da abordagem de ensino como a de [Proença \(2021\)](#).

Dessa forma, este artigo adota como fundamento da prática a proposta de organização de ensino via resolução de problemas com foco na formação conceitual de [Proença \(2021\)](#) para o conteúdo de sistema de equações de 1º grau. Essa organização de ensino é estruturada em quatro etapas, a saber: (i) uso do problema como ponto de partida; (ii) formação do conceito; (iii) definição do conteúdo; e (iv) aplicação em novos problemas.

O presente artigo é derivado da pesquisa da tese de doutorado do primeiro autor ([Luz, 2023](#)), que tratou de sistemas lineares no ensino médio, a qual indicou a necessidade de mais investigações sobre esse conteúdo no Ensino Fundamental, bem como o uso da metodologia de ensino de [Proença \(2021\)](#) para envolver os alunos na resolução de problemas para a aprendizagem de conteúdos matemáticos. Dessa forma, o presente artigo é inspirado nesse estudo e em suas atividades, em que o objetivo é revelar *as potencialidades e desafios no desenvolvimento de uma proposta de ensino via resolução de problemas para a aprendizagem de sistemas de equações de 1º grau a alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental*. Assim, esse artigo traz a seção de referencial teórico, seguida da seção de metodologia, análise e discussão dos resultados, conclusão e referências.

2. O pensamento algébrico, o ensino de álgebra e de sistemas de equações

Para a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BNCC, 2018, p. 270), a álgebra tem por finalidade o desenvolvimento do pensamento algébrico, sendo esse fundamental para que o aluno faça uso de modelos matemáticos que permitam a “compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e de situações e estruturas matemáticas”. Dessa forma, Ponte, Branco e Matos (2009) apontam três demandas de competências e habilidades relativas ao pensamento algébrico: *representar* – envolvendo a leitura, compreensão, escrita e operação com símbolos algébricos; *raciocinar* – abarcando a capacidade de relacionar, generalizar, deduzir e compreender regras; e, *resolver problemas e modelar situações* – tendo por base o uso da álgebra na resolução de problemas da Matemática e de outros domínios. Nesse sentido, Kuhn e Lima (2021) observam que o pensamento algébrico na visão da BNCC deve produzir nos alunos a capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em diferentes contextos, sendo a prática pedagógica de grande importância para que isso realmente aconteça.

Por outro lado, avaliações governamentais como o Pisa 2018 (Brasil, 2021a) e o Saeb 2019 (Brasil, 2021b) apontaram alunos brasileiros com baixo desempenho nas provas de matemática e, sobretudo, nos conteúdos envolvendo a álgebra. Nesse contexto, pesquisas no Brasil e no exterior corroboram com apontamentos de dificuldades de ensino da álgebra em diferentes contextos. No Brasil, Becher (2009) apontou alunos com dificuldades para representar formalmente um problema, sobretudo na tradução da linguagem escrita para a linguagem algébrica. Morais (2012) observou em Portugal alunos com entraves para representar e generalizar diferentes situações matemáticas apresentadas. Já Töman e Gökburun (2022) e Chinnappan (2004) observaram alunos com obstáculos em cálculos algébricos na Turquia e na Austrália, respectivamente.

Quando tratamos do ensino de sistemas de equações, tema do presente artigo, verificamos um quadro de dificuldades. Jordão (2011) apontou em sua pesquisa alunos com entraves para interpretar enunciados de problemas e para resolver sistemas de equações com três equações. Delazeri (2017) observou alunos com dificuldades em tópicos de sistemas de equações e com compreensão limitada desse conteúdo. Por fim, na Indonésia, Maharani (2020) mostrou alunos com limitação para escolher etapas de resolução de sistemas de equações devido à exigência de um raciocínio matemático mais elaborado.

Visando contornar esse panorama, Borralho e Barbosa (2009) e Becher (2009) sugerem práticas de ensino que tragam a promoção da aprendizagem significativa dos alunos de modo que as dificuldades em álgebra sejam reconstruídas. Desse modo, Campos e Farias (2020) sugerem a proposição de atividades que englobem a álgebra na forma de resolução de problemas trazendo o estabelecimento de relações e conexões entre a linguagem natural e a linguagem algébrica. Dessa forma, julgamos a abordagem de ensino por meio da resolução de problemas como uma estratégia válida a ser testada de modo a contornar e reconstruir os obstáculos de ensino de sistemas de equações citado. Sobre essa abordagem é que trataremos na seção a seguir.

3. A resolução de problemas para ensinar matemática

Proença (2018) infere que para se tornar um problema, uma situação de matemática deve fazer com que o aluno mobilize conceitos, princípios e procedimentos matemáticos aprendidos previamente e que o levem ao caminho da resposta. Desse modo, sua resolução não estabelece o uso de regras ou fórmulas e, se isso ocorrer, a situação de matemática tende a ter a configuração de um exercício. O autor ainda aponta quatro etapas para a resolução de um problema e que abarcam o domínio de conhecimentos cognitivos, a saber:

(i) *Representação*: momento pelo qual o aluno faz a compreensão e interpretação do problema que quer resolver. Dessa forma, faz uso de seus **conhecimentos linguísticos**, que englobam a compreensão da língua materna para reconhecer palavras e relações entre os sujeitos e os objetos; dos **conhecimentos semânticos** que permitem identificar termos matemáticos e suas relações; e dos **conhecimentos esquemáticos** responsáveis por reconhecer o problema em sua essência verificando se é de álgebra, geometria entre outros (Proença, 2018).

(ii) *Planejamento*: trata do uso de uma estratégia na busca da resolução do problema. Dessa forma, envolve a utilização de **conhecimentos estratégicos** que permitem realizar a gestão de um plano de ação, que poderá ser o uso de estratégias de desenhos, tabelas, tentativa e erro etc. (Proença, 2018).

(iii) *Execução*: diz respeito ao momento de executar a estratégia proposta, de modo a se obter uma resposta ao problema. Nesse sentido, o aluno se orienta por meio de seus **conhecimentos procedimentais**, ou seja, na realização dos cálculos matemáticos e de desenhos, o que revela uso de seu pensamento lógico, buscando o estabelecimento de relações espaciais e quantitativas (Proença, 2018).

(iv) *Monitoramento*: a última etapa abarca o momento do indivíduo verificar se a resposta encontrada está de acordo com o questionamento do problema como também o ato de rever o caminho percorrido até encontrar a solução (Proença, 2018).

Diante do que é um problema e do processo para resolver um problema, no ensino de Matemática pode-se introduzir uma situação de matemática e abordar problemas ao longo dele. Uma possibilidade de metodologia de ensino é a proposta de organização de ensino via resolução de problemas com foco na formação conceitual, de Proença (2018), estruturada em quatro etapas para o trabalho do professor em sala de aula.

1ª etapa – uso do problema como ponto de partida: essa etapa inicial abarca o ensino *via* resolução de problemas em que é feita a utilização de um problema como ponto de partida de um conceito/conteúdo/assunto matemático. Nesse sentido, são usadas cinco ações do Ensino-Aprendizagem de Matemática via Resolução de Problemas (EAMvRP), propostas por Proença (2021), as quais explicaremos a seguir:

a) *Escolha do problema*: nessa primeira ação, realizada fora da sala de aula, o professor fará a escolha de uma situação de matemática que será um possível problema objetivando que os alunos usem seus conhecimentos matemáticos prévios para sua resolução. Para tal, o problema escolhido não pode solicitar o conteúdo a ser trabalhado em seu enunciado e sim que os alunos possam ter condições de relacionar suas estratégias a esse novo conteúdo. Portanto, a situação pode ser elaborada pelo professor ou reelaborada de uma situação na íntegra. Isso possibilita aos alunos construírem o conteúdo/conceito/assunto matemático que será ministrado pelo professor, propiciando o estabelecimento de relações entre o conhecimento matemático usado e o novo conhecimento a ser aprendido. Sobre essa situação de matemática, o autor indica que ela deve apresentar a possibilidade de mais de uma resposta e de diferentes estratégias de resolução.

b) *Introdução do problema*: nessa ação, já em sala de aula, indica-se que os alunos sejam divididos em grupos menores, o que auxilia o compartilhamento de ideias, conhecimentos e experiências. Nesse momento, o professor deve incentivar que os alunos tentem fazer a resolução da maneira que quiserem ou acharem mais conveniente. Nesse momento é que a situação de matemática proposta pode se configurar um problema a eles.

c) *Auxílio aos alunos durante a resolução*: para essa terceira ação, o trabalho do professor deve ser no sentido de auxiliar em interpretações equivocadas, dúvidas frequentes e racionalidade da resposta encontrada na resolução do problema. Proença (2018) afirma que nesse momento o professor deve atuar como um observador, incentivador e direcionador do processo de aprendizagem. Portanto, ao

observar o que os alunos fazem, o professor deve se valer das etapas de resolução de problemas e de seus respectivos conhecimentos para avaliar seus alunos nesse processo. Nesse sentido, [Mota e Lozada \(2022\)](#) corroboram esses apontamentos enfatizando a importância do professor na ajuda aos alunos nos processos de resolução de problemas que abarcam a compreensão do enunciado, o recolhimento de dados e a busca de estratégias a modo de amenizar possíveis dificuldades encontradas pelos indivíduos.

d) *Discussão das estratégias dos alunos*: essa ação diz respeito ao momento de socialização das resoluções adotadas pelos grupos de alunos. Nesse sentido, é um espaço que propicia aos alunos perceberem e construir relações dos conhecimentos usados no caminho da resolução do problema. O papel do professor nessa ação consistirá em apontar os equívocos e obstáculos encontrados, levando os alunos a síntese do que aprenderam e compreenderam.

e) *Articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo*: para essa última ação o professor deve fazer a articulação das estratégias dos alunos com o conteúdo/conceito/assunto matemática que será ministrado. [Proença \(2018\)](#) indica que o professor deve buscar pontos centrais das estratégias, fazendo discussões das relações existentes com o novo conteúdo.

Em síntese, essa primeira etapa favorece o desenvolvimento do pensamento algébrico, justamente porque permite aos alunos mobilizarem conhecimentos prévios para poderem *representar* contextos em linguagem algébrica (Ponte; Branco; Matos, 2009). Isso ajuda a elucidar se os alunos conseguiriam tecer uma representação simbólica. Além disso, essa primeira etapa permite verificar a demanda de *raciocinar*, envolvendo generalizar dados numéricos contextuais às formas algébricas, o que permite *resolver problemas* (Ponte; Branco; Matos, 2009).

2ª etapa – formação do conceito: essa segunda etapa abarca a abordagem conceitual do conteúdo/assunto matemático que se pretende introduzir. Dessa forma, [Proença \(2021\)](#) sugere que o professor deve propor atividades a partir do uso de exemplos, não-exemplos e apontamento de características que dizem respeito ao conceito. Assim, nessa etapa, os alunos farão o desenvolvimento de seus *construtos mentais* sobre o que entendem do aspecto conceitual do conteúdo estudado. Nesta etapa, o pensamento algébrico para sistemas de equações lineares de 1º grau toma maior espaço para ser desenvolvido, uma vez que as demandas de *representar* e *raciocinar* acabam sendo favorecidas.

3ª etapa – definição do conteúdo: nessa etapa ocorre o trabalho do professor em relação à apresentação da definição e dos algoritmos relativos ao conteúdo trabalhado. Nesse sentido, [Proença \(2021\)](#) enfatiza que o professor deve se preocupar no estabelecimento de relações entre a linguagem matemática formal e a linguagem adotada na etapa de formação do conceito. Isso pode ser feito por meio de debates coletivos que discorram os entendimentos sobre as estruturas matemáticas, chegando-se às sínteses das representações adotadas. Nesta etapa, a demanda de *representar* deve ser trazida, tendo em vista o uso dos símbolos matemáticos, e a demanda de *raciocinar* é favorecida, pois os alunos devem operar com as equações e os sistemas de equações.

4ª etapa – Aplicação em novos problemas: segundo [Proença \(2021\)](#), nessa última etapa, o professor deverá abordar suas aulas com a proposição de novas e diferentes situações que sejam entendidas como novos problemas ou possíveis problemas. Assim, o objetivo será verificar a transferência da aprendizagem dos conceitos matemáticos e dos algoritmos estudados, avaliando como os alunos passam a desenvolver as quatro etapas de resolução de problemas e seus respectivos conhecimentos. Nesse panorama, as situações de matemática devem ser contextualizadas fazendo referências a diferentes temas e áreas, como biologia, ciências, política, economia, vida social entre outras. Nesta última etapa, as demandas de *representar* e *raciocinar* são exigidas, tendo em vista como atribuem simbologias aos contextos envolvidos e como operam com elas na forma de sistemas de equações de 1º grau. Assim, a demanda de *resolver problemas e modelar situações* evidencia a capacidade dos alunos de uso dos conhecimentos construídos.

4. Metodologia

Essa é uma pesquisa qualitativa na modalidade de pesquisa pedagógica. Segundo Souza e Kerbaudy (2017), a pesquisa qualitativa visa apresentar, tratar e compreender contextos sociais. Lankshear e Knobel (2008) afirmam que a modalidade de pesquisa pedagógica é conduzida pela prática profissional do professor com o objetivo de abarcar questionamentos, preocupações e/ou problemas verificados pelo docente.

Os participantes de nossa pesquisa foram 28 alunos (15 do gênero feminino e 13 do gênero masculino) de uma turma do 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública de uma cidade do centro-oeste do Estado do Paraná, na qual o professor-pesquisador desta pesquisa (primeiro autor) também era o professor da disciplina de Matemática. De modo a preservar a identidade dos participantes, todos menores de idade, nas análises de resultados nomearemos cada indivíduo conforme o diário de classe, chamando-os de A1, A2, A3 e assim por diante.

Em nossa pesquisa, os instrumentos de coleta de dados que adotamos foram as folhas de registros das nove atividades dos alunos, as quais compuseram a nossa proposta de ensino. “Os registros que coletam dados escritos do ponto de vista do participante podem oferecer esclarecimentos úteis sobre seus pensamentos” (Lankshear; Knobel, 2008, p. 215). O procedimento de coleta de dados ocorreu ao longo do desenvolvimento dessas nove atividades.

Assim, a nossa proposta de organização de ensino seguiu as 4 Etapas de Proença (2021), com foco na resolução de problemas para desenvolver o conteúdo de sistemas de equações de 1º grau, visando, também, o desenvolvimento do pensamento algébrico. Utilizamos 14 aulas de 50 minutos, entre os dias 20 de setembro de 2023 e 10 de outubro de 2023. Nesse sentido, o Quadro 1 a seguir mostra a Atividade 1 que abarcou a 1ª etapa de **Uso do problema como ponto de partida** de nossa organização de ensino para o conteúdo de sistemas de equações de 1º grau:

Quadro 1 – Atividade 1 – etapa 1 - uso do problema como ponto de partida

Atividade 1 <u>Observações:</u> - Atividade em dupla. - Resolver da maneira que quiser (achar mais conveniente). - Caso encontre a solução, não diga a resposta em voz alta nem a fale ou mostre para outras duplas. - Proibido o uso celulares e calculadoras. Situação de Matemática Na escola de Mariana são usadas duas plataformas on-line para estudar Matemática. Para a nota deste trimestre, Mariana teve que responder um total de 12 questões provenientes dessas plataformas. Cada questão da <i>Plataforma Super Quiz</i> valia 1 ponto e a questão da <i>Plataforma Math Academy</i> valia 3 pontos. Mariana respondeu e acertou as 12 questões propostas, obtendo 28 pontos como nota final das atividades realizadas. Quantas questões de cada plataforma on-line Mariana acertou?

Fonte: Os autores.

Pelo Quadro 1, vemos que as orientações da Atividade 1 eram para que os alunos fossem divididos em duplas, podendo resolver a situação de matemática proposta da maneira que quisessem, sem o uso de celulares e calculadoras e sem a comunicação com outras duplas. Essa atividade foi realizada em 2 aulas de 50 minutos e contou com as ações de *introdução do Problema*, *auxílio aos alunos durante a resolução*, *discussão das estratégias dos alunos* e *articulação das estratégias dos alunos ao conteúdo* propostas por Proença (2018).

O Quadro 2 abaixo traz à luz as atividades 2 a 6 que envolveram a 2ª etapa de **Formação do conceito** de nossa organização de ensino a qual durou 4 aulas de 50 minutos:

Quadro 2 – Atividades 2 a 6 – etapa 2 - Formação do conceito

Atividade 2	
a) O Quadro 1 a seguir apresenta apenas equações do 1º grau com uma ou mais variáveis. QUADRO 1 I) $x + 3 = 5$ II) $3x - y = 9$ III) $a + 2b - 3,7c = \frac{5}{8}$ IV) $\sqrt{2}m + 4n + \frac{p}{7} = 10$ Quais características você observa que uma equação do 1º grau pode ter?	b) Agora, o Quadro 2 traz equação que NÃO SÃO equações do 1º grau: QUADRO 2 I) $x^2 + 9 = 12$ II) $3a - 2,6$ III) $5x^3 + 2x^2 + \sqrt{3}x = 0$ IV) $10w - \frac{8}{t} = 2$ V) $3x - 1$ Quais características você observa que uma equação do 1º grau NÃO PODE ter?
Atividade 3 Dê um exemplo: a) De uma equação do 1º grau com uma variável. b) De uma equação do 1º grau com duas variáveis. c) De uma equação do 1º grau com três variáveis. d) De uma equação que não é do 1º grau. Atividade 4 Vamos retomar o sistema de equações do 1º grau visto no problema das plataformas on-line que estudamos nas aulas anteriores $\begin{cases} q + m = 12 \\ q + 3m = 28 \end{cases}$ Quais características você observa que um sistema de equações do 1º grau pode ter? Atividade 5 Dê um exemplo: a) De um sistema de equações do 1º grau com duas equações e duas variáveis. b) De um sistema de equações do 1º grau com três equações e três variáveis. Atividade 6 Tendo em vista o que você estudou nas últimas aulas, escreva com suas palavras o que você entende por: a) Equação do 1º grau. b) Sistemas de equações do 1º grau.	

Fonte: Reorganizado de Luz (2023, p. 101-103).

Por meio do Quadro 2 de acordo com o que preconiza Proença (2021), verificamos que as Atividades 2 e 4 buscaram trazer, respectivamente, a compreensão e o entendimento dos alunos referentes às características de uma equação do 1º grau e de um sistema de equações do 1º grau. Já nas Atividades 3 e 5 os alunos puderam propor exemplos e não exemplos desses conceitos abarcados. Por fim, a Atividade 6 orientou um momento para que os participantes pudessem trazer uma definição (construto mental) para equação do 1º grau e para um sistema de equações do 1º grau. Dando prosseguimento, o Quadro 3 a seguir mostra as Atividades 7 e 8 da 3ª etapa de **Definição do conteúdo** de nossa organização de ensino, a qual durou 4 aulas de 50 minutos:

Quadro 3 – Atividades 7 e 8 – Definição do conteúdo

Classificação de um Sistema de Equações do 1º Grau

A tabela a seguir apresenta as classificações, abreviaturas possíveis de um sistema linear em relação a sua solução:

Classificação	Abreviatura	Solução
Sistema Possível e Determinado	SPD	Admite uma única solução.
Sistema Possível e Indeterminado	SPI	Admite infinitas soluções.
Sistema Impossível	SI	Não admite soluções.

MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

Método da Substituição

Atividade 7

Com o auxílio do seu professor, do professor, resolva e classifique os sistemas de equações do 1º grau a seguir, usando o método da substituição.

A) $\begin{cases} x + y = 9 \\ x + 2y = 14 \end{cases}$

$$B) \begin{cases} 4x + y = 1 \\ 2x - y = -1 \end{cases}$$

Agora, é a sua vez. Resolva e classifique os sistemas de equações do 1º grau abaixo usando o método da substituição. Em caso de dúvidas, peça ajuda ao professor.

C) $\{x + y = -5 \quad x - y = -1$

D) $\begin{cases} 2x + y = 21 \\ x - y = 9 \end{cases}$

Método da Adição

Atividade 8

Com o auxílio do seu professor, do professor, resolva e classifique os sistemas de equações do 1º grau a seguir, usando o método da adição.

A) $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases}$

B) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 3x - 2y = 30 \end{cases}$

Agora, é a sua vez. Resolva e classifique os sistemas de equações do 1º grau abaixo usando o método da adição. Em caso de dúvidas, peça ajuda ao professor.

C) $\begin{cases} x + 3y = 12 \\ 2x - y = -11 \end{cases}$

D) $\{ \begin{matrix} x - y = -5 \\ x + y = -7 \end{matrix}$

Fonte: Os autores.

Observamos pelo Quadro 3 que nessa 3ª etapa, o professor-pesquisador introduziu a aula falando sobre a classificação de um sistema de equações do 1º grau e, em seguida, trabalhou os algoritmos de resolução – método da substituição (Atividade 7) e método da adição (Atividade 8). Por fim, o Quadro 4 abaixo traz a Atividade 9, referente à 4ª etapa de **Aplicação em Novos Problemas** de nossa organização de ensino, a qual também durou 4 aulas de 50 minutos:

Quadro 4 – Atividades 7 e 8 – Definição do conteúdo

Atividade 9

Resolva as situações de matemática a seguir:

a) Antônio adora fazer compras no site da *Loja Xangai* da China. Como esse mês é aniversário de seu neto Frederico, ela quer comprar camisas e pares de meias para presentear-lo. Dessa forma, ela viu que o site da loja pesquisada vendia dois kits com os presentes que ela gostaria de dar ao seu neto:

Kit 1: Uma camisa *Pequim* e um par de meias *Hong Kong* – Total: 30 reais.

Kit 2: Duas camisas *Pequim* e três pares de meias *Hong Kong* - Total: 67 reais.

Qual o valor de uma camisa *Pequim* e de um par de meias *Hong Kong* vendidos pela Loja Xangai?

b) (PROVA PARANÁ 2022 – Adaptada) Em uma loja de cosméticos, estão sendo vendidos dois pacotes promocionais cujos produtos e preços estão apresentados abaixo.

2 desodorantes e 1 creme hidratante R\$ 52,50	1 desodorante e 2 cremes hidratantes R\$ 49,50
--	---

Independente do pacote, o preço unitário de cada desodorante é o mesmo, assim como o preço de cada creme hidratante. Determine os valores unitários do desodorante e do creme hidratante vendidos nesses pacotes promocionais.

c) (PROVA PARANÁ 2022 – Adaptada) Lúcia foi a uma lanchonete e comprou um pastel de queijo e uma lata de refrigerante, pagando R\$ 10,00 no total. Bernardo foi a essa mesma lanchonete e comprou para sua família 20 pastéis de queijo iguais aos que Lúcia comprou e 5 latas de refrigerante, pagando um total de R\$ 140,00. Lúcia e Bernardo pagaram o mesmo preço em cada lata de refrigerante e o mesmo valor em cada pastel. Qual foi o preço, em reais, de cada lata de refrigerante que Lúcia e Bernardo compraram nessa lanchonete?

d) Ontem Antonieta fez 13 anos e para comemorar foi ao cinema às 19h com sua melhor amiga. Lá Antonieta comprou um refrigerante de limão e uma pipoca pagando um total 18 reais. Já sua amiga comprou 3 refrigerantes de limão e uma pipoca pagando 30 reais por tudo. Qual o valor do refrigerante de limão e da pipoca no cinema que Antonieta e sua amiga foram?

Fonte: Os autores.

No Quadro 4, verificamos que a Atividade 9 possui 4 situações de matemática (possíveis problemas) equivalentes a sistemas de equações do 1º grau estudados por nossos alunos durante as aulas. Os itens *a* e *d* foram elaborados pelo professor-pesquisador, sendo que o item *d* tem informações supérfluas que não são relevantes para a resolução do problema. Já os itens *b* e *c* foram adaptados da Prova Paraná 2022, prova essa que objetiva ser uma avaliação diagnóstica aplicada trimestralmente pela Secretaria de Educação do Paraná (Seed-Pr). Para que as situações matemáticas apresentadas tivessem uma compreensão de problema, as alternativas de respostas da prova original foram suprimidas. Nesse panorama, essa Atividade 9 vem ao encontro das orientações de Proença (2021) que salienta que nessa etapa o aluno deve ter contato com uma gama de novas situações de matemática no intuito que venha a transferir os conceitos e algoritmos matemáticos que aprendeu, de modo a resolver esses possíveis problemas.

Diante das atividades desenvolvidas e da coleta de dados sobre elas, a análise dos dados teve por base a análise descritivo-analítica e interpretativa. Segundo Gil (2007), a análise descritiva permite descrever e analisar as características e relações de um fenômeno ou população. Já Rosenthal (2014) elucida que a análise interpretativa possibilita ao pesquisador outros olhares para os fenômenos estudados, construindo correlações e sentidos.

5. Análise e discussão dos resultados

Para a realização das 9 atividades propostas de nossa organização de ensino, os alunos foram divididos em 15 grupos (13 duplas e 2 alunos de maneira individual – por opção dos alunos participantes). O Quadro 5 a seguir mostra o desempenho dos alunos na resolução do problema proposto como ponto de partida na Atividade 1:

Quadro 5 – Resolução da atividade 1 da etapa 1

Grupos		Etapas de Resolução de problemas				Resolução	
Número	Alunos	Rep.	Plan.	Exec.	Monit.	Estratégia	SF
1	2 e 35	✓	✓	✓	✓	TAB+TE	✓
2	4 e 9	✓	✓	✓	✓	TAB+TE	✓
3	5 e 28	✓	✓	✓	✓	TE	✓
4	6 e 23	✓	✓	✓	✓	TE	✓
5	7 e 13	✓	✓	✓	✓	TE	✓
6	8 e 31	✓	✓	✓	✓	TE	✓
7	10 e 17	✓	✓	✓	✓	TE	✓
8	12 e 16	✓	✓	✓	✓	TE	✓
9	14 e 15	✓	✓	✓	✓	TE	✓
10	18	✓	✓	✓	✓	TAB+TE	✓
11	19 e 20	✓	✓	✓	✓	TAB+TE	✓
12	21	✓	✓	✓	✓	TE	✓
13	22 e 32	✓	✓	✓	✓	TE	✓
14	26 e 30	✓	✓	✓	✓	TAB+TE	✓
15	27 e 33	✓	✓	✓	✓	TE	✓

Legenda:

Rep: Representação; Plan: Planejamento; Exec: Execução; Monit: Monitoramento;
TAB: Tabela; TE: Tentativa e Erro; SF: Solução Final.

Fonte: Os autores.

Por meio do quadro acima, podemos observar que todos os grupos tiveram êxito na resolução do problema proposto, desenvolvendo corretamente as 4 etapas de resolução de problemas (representação, planejamento, execução e monitoramento). Além disso, dos 15 grupos participantes, 10 usaram a estratégia de tentativa e erro e 5 a estratégia de construção de uma tabela com tentativa de erro de modo a alcançarem a solução final.

O uso dessas estratégias revela, inicialmente, a necessidade de uma evolução na demanda **resolver problemas e modelar situações** do pensamento algébrico desses alunos, pois mesmo já tendo estudado o conteúdo de equação do 1º grau na escola, nenhum grupo pesquisado usou a estratégia de escrever uma equação para o problema proposto. Esse resultado foi observado no estudo de Sousa e

Proença (2019), que investigou alunos do 7º ano do Ensino Fundamental, em que se mostrou a predominância do uso da estratégia de tentativa e erro na resolução dos problemas propostos do conteúdo de equações do 1º grau. Possivelmente, isso pode ser decorrente de um ensino em que esses alunos apenas resolviam exercícios de polinômios, de equação, de expressão algébrica etc. apenas para aplicação dos procedimentos algorítmicos. Assim, pode ser que os alunos tiveram pouco contato com problemas contextualizados em que o conceito algébrico deve ser mobilizado.

O Quadro 6 abaixo nos traz à luz sobre o desempenho dos alunos na realização das atividades da etapa 2 de formação conceitual:

Quadro 6 – Resolução das atividades 2 a 6 da etapa 2

Atividade 2		
Comando	Características do conceito	Número de grupos
a) Apontar características de uma equação do 1º grau.	Possui letras.	4
	Possui números.	4
	Possui letras e números.	6
	Tem números reais.	3
	Tem decimais/números com vírgula.	7
	Possui frações.	8
	Possui raízes/raiz quadrada.	7
	Podemos usar letras diferentes.	8
	Letras se repetem na mesma equação.	1
	Maior expoente da letra é 1.	10
b) Apontar características de uma equação que não é do 1º Grau.	Todas as equações têm sinal de igual.	11
	Não possui sinal de igual.	12
	As letras têm expoente diferente de 1.	14
	Tem letras no denominador.	13
	As letras têm expoentes 2.	5
	Não responderam.	1
Atividade 3		
Dar um exemplo	Respostas	Número de grupos
a) De uma equação do 1º grau com uma variável.	Apresentaram o exemplo corretamente.	15
	Apresentaram o exemplo de forma equivocada.	00
b) De uma equação do 1º grau com duas variáveis.	Apresentaram o exemplo corretamente.	12
	Apresentaram o exemplo de forma equivocada.	03
c) De uma equação do 1º grau com três variáveis.	Apresentaram o exemplo corretamente.	13
	Apresentaram o exemplo de forma equivocada.	02
d) De uma equação que não é do 1º grau.	Apresentaram o exemplo corretamente.	15
	Apresentaram o exemplo de forma equivocada.	00
Atividade 4		
Sistemas de Equações do 1º Grau		
Características elencadas		Número de grupos
Todas as equações são do 1º grau		6
As letras são as mesmas/se repetem nas equações		13
Possuem uma chave.		8
Apresentam letras.		5
Todas as variáveis têm expoente 1.		7
Possuem sinal de igual.		5
Tem operações de adição e subtração.		3
Atividade 5		
Dar um exemplo	Solução	Número de grupos
a) De um sistema de equações do 1º grau com duas equações e duas variáveis.	Apresentaram o exemplo corretamente.	12
	Apresentaram o exemplo parcialmente correto (faltando chaves e sinal de igualdade).	2
	Não fizeram.	1
b) De um sistema de equações do 1º grau com três equações e três variáveis.	Apresentaram o exemplo corretamente.	10
	Apresentaram o exemplo parcialmente correto (com 3 equações e 2 variáveis).	4
	Não fizeram.	1
Atividade 6		
Escrever	Respostas/ideias elencadas	Número de grupos
a) Com suas palavras o que é uma equação do 1º grau.	Tem letras	09
	Tem sinal de igual	09
	Possui valores desconhecidos.	02
	Variáveis tem expoente 1.	10
	Não responderam.	01
b) Com suas palavras o que é um sistema de equações do 1º grau.	Conjunto de equações do 1º grau.	11
	As letras se repetem nas equações.	03
	Possuem uma chave.	03
	Não responderam.	03

Fonte: Os autores.

Nas Atividades 2 a 6 acima, podemos verificar que os grupos investigados puderam apontar características e ainda dar exemplos e não exemplos de equações do 1º grau e de sistemas de equações do 1º grau e, ao final, apresentar uma definição do conceito (construto mental) do conteúdo estudado. Isso indica um desenvolvimento das demandas **representar** e **raciocinar** do pensamento algébrico tendo em vista que os alunos puderam fazer o reconhecimento e interpretação de conceitos de sistemas de equações do 1º grau, bem como generalizar esse conceito por meio de exemplos e não exemplos. Trabalhos de formação conceitual para o conteúdo de sistemas lineares com alunos do 2º ano do ensino médio realizados por Luz (2023) e Luz e Proença (2025) obtiveram resultados semelhantes dos indivíduos pesquisados, rev e lando o amadurecimento do pensamento algébrico desse conteúdo, inerente à formação conceitual. Diante disso, podemos apontar que esse trabalho na Etapa 2 da organização de ensino via resolução de problemas de Proença (2021) mostrou potencial para desenvolver a formação do conceito de equação e de sistemas de equações de 1º grau, permitindo aos alunos evoluírem nas demandas de **representar** e **raciocinar**.

O Quadro 7 a seguir elucida como se deu o desempenho dos alunos na realização das Atividades 7 e 8 na etapa 3 de definição do conteúdo:

Quadro 7 – Resolução das atividades 7 e 8 da etapa 3

Atividade 7			
Resolver e classificar os SE usando o MS	Desempenho	NG	Dificuldades
C) $\begin{cases} x + y = -5 \\ x - y = -1 \end{cases}$	Resolução correta	14	-
	Resolução incorreta	01	Erros em cálculos algébricos.
	Não fizeram	00	-
D) $\begin{cases} 2x + y = 21 \\ x - y = 9 \end{cases}$	Resolução correta	09	-
	Resolução incorreta	03	Erros em cálculos algébricos.
	Não fizeram	03	-
Atividade 8			
Resolver e classificar os SE usando o MA	Desempenho	NG	Dificuldades
C) $\begin{cases} x + 3y = 12 \\ 2x - y = -11 \end{cases}$	Resolução correta	11	-
	Resolução incorreta	03	Erros em cálculos algébricos.
	Não fizeram	01	-
D) $\begin{cases} x - y = -5 \\ x + y = -7 \end{cases}$	Resolução correta	09	-
	Resolução incorreta	03	Erros em cálculos algébricos.
	Não fizeram	01	-

Legenda:

SE: Sistema de equações do 1º grau.; MS: Método da substituição;
MA: Método da adição; NG: Número de grupos.

Fonte: Os autores.

Por meio do Quadro 7 vemos que a maioria dos grupos de alunos participantes resolveu os sistemas de equações do 1º grau de maneira correta tanto pelo método da substituição quanto pelo método de adição, mostrando que estabeleceram relações entre a linguagem formal e a formação conceitual trabalhada na etapa anterior. Porém, tivemos alunos que não lograram êxito devido a obstáculos encontrados em cálculos algébricos. A Figura 1 a seguir mostra as dificuldades das alunas A08 e A31 na resolução da Atividade 8-d:

Verificamos na Figura 1 que as alunas A08 e A31 usaram o método da adição na Atividade 8-d, porém se equivocaram ao dividir o número -12 por 2, colocando-o com sinal positivo e encontrando o valor incorreto $x=6$. Dando prosseguimento, na segunda equação, as alunas além de substituírem o valor incorreto de x , ainda deixaram de fazer uso do sinal de igual na terceira linha da equação e, por fim, o valor apontado como $y=-11$ foi equivocado. Esses obstáculos em **conhecimentos procedimentais** indicam a necessidade de uma evolução na demanda **raciocinar** do pensamento algébrico apontada por Ponte, Branco e Matos (2009), dada a dificuldade das alunas para compreensão das regras e dos algoritmos para a manipulação algébrica de uma equação do 1º grau.

Figura 1 – Dificuldades das alunas A08 e A31 na atividade 8-d

$$\begin{cases} x - y = -5 \\ x + y = -7 \end{cases}$$

$$2x = -12$$

$$x = \frac{-12}{2}$$

$$x = -6$$

$$y = y = -5$$

$$6 - y = -6$$

$$y - 5 = 6$$

$$y = 11$$

Fonte: Os autores

Resultado similar ocorreu no estudo de Silva (2014, p. 15), pois, ao investigar esse mesmo conteúdo matemático com alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, observou que eles apresentavam “dificuldades na compreensão do referido assunto na ênfase das letras, membros, mudanças de sinais se no caso houver a mudança de membro e desenvolvimento resolutivo”. Com isso, as dificuldades na Etapa 3 podem ser entendidas no sentido de que apesar de o professor da turma (primeiro autor) ter debatido erros dos alunos para operar com o algoritmo que envolve equação, entendemos que os erros deles nessa atividade poderiam ter sido discutidos.

Por fim, o Quadro 8 mostra o desempenho dos grupos pesquisados na resolução da Atividade 9 da etapa 4 de aplicação em novos problemas.

Quadro 8 – Resolução da atividade 9 da etapa 4

Etapas de resolução de problemas						
Atividade 9	REP.	PLAN.	EXEC.	MONIT.	Estratégia/ procedimento adotado	SF
a) SE esperado: $\begin{cases} x + y = 30 \\ 2x + 3y = 67 \end{cases}$ Resposta esperada: Meia: 7 reais. Camisa: 23 reais.	☒ 15 X 00 NF 00	☒ 15 X 00 NF 00	☒ 10 X 05 NF 00	☒ 10 X 05 NF 00	MA: 09 MS: 05 TE: 01	☒ 10 X 05 NF 00
b) SE esperado: $\begin{cases} 2x + y = 52,50 \\ x + 2y = 49,50 \end{cases}$ Resposta esperada: Desodorante: 18,50 reais. Creme: 15,50 reais.	☒ 15 X 00 NF 00	☒ 15 X 00 NF 00	☒ 13 X 02 NF 00	☒ 13 X 02 NF 00	MA: 08 MS: 07	☒ 13 X 02 NF 00
c) SE esperado: $\begin{cases} x + y = 10 \\ 20x + 5y = 140 \end{cases}$ Resposta esperada: Refrigerante: 4 reais.	☒ 15 X 00 NF 00	☒ 15 X 00 NF 00	☒ 10 X 05 NF 00	☒ 07 X 08 NF 00	MA: 10 MS: 05	☒ 07 X 08 NF 00
d) SE esperado: $\begin{cases} x + y = 18 \\ 3x + y = 30 \end{cases}$ Resposta esperada: Refrigerante: 6 reais. Pipoca: 12 reais.	☒ 14 X 00 NF 01	☒ 14 X 00 NF 01	☒ 14 X 00 NF 01	☒ 13 X 01 NF 01	MA: 10 MS: 04 NF: 01	☒ 13 X 01 NF 01

Legenda:

SE: Sistema de equações do 1º grau. REP: Representação; PLAN: Planejamento; EXEC: Execução; MONIT: Monitoramento; MA: Método da adição; MS: Método da substituição; SF: Solução Final;
☒: Correta; X: Incorreta; NF: Não fez

Fonte: Os autores.

Ao observarmos o Quadro 8 com a resolução da Atividade 9 na qual os alunos resolveram novos problemas equivalentes a sistemas de equações do 1º grau, vemos que a maioria dos alunos optou pela estratégia de resolução pelo método da adição ou do método da substituição. Quando comparamos esses dados com o Quadro 5, em que os grupos resolveram a Atividade 1 no uso do problema como ponto de partida, adotando majoritariamente a estratégia de tentativa e erro, temos o indicativo de uma evolução nas demandas **representar**, **raciocinar** e **resolver problemas** do pensamento algébrico.

Além disso, observando as etapas de resolução de problemas, vemos que os indivíduos lograram êxito nas etapas de representação e planejamento da resolução de problemas com desenvolvimento de **conhecimentos semânticos**, **esquemáticos** e **estratégicos**. Isso foi possível porque identificamos que conseguiram realizar a compreensão dos problemas propostos, fazendo a transição da linguagem escrita para a linguagem algébrica, escrevendo os sistemas de equações equivalentes. Além disso, escolheram a estratégia de resolução adequada para os sistemas de equações encontrados. Entretanto, observamos que alguns grupos tiveram dificuldades nas etapas de execução e monitoramento no caminho percorrido para resolução dos problemas propostos. A Figura 2 elucida como se deram essas dificuldades das alunas A09 e A25 ao resolverem o item c da Atividade 9:

Figura 2 – Dificuldades das alunas A09 e A25 na atividade 9-c

Handwritten work of student A09 (left):

$$\begin{aligned} X &\rightarrow \text{é o Pastel} \\ Y &\rightarrow \text{refrigerante} \\ \begin{cases} X + Y = 10 & (\cdot 20) \\ 20X + 5Y = 140,00 \end{cases} \\ \begin{array}{r} -20X - 20Y = -200 \\ 20X + 5Y = 140 \\ \hline -15Y = -60 \\ Y = \frac{-60}{-15} \\ Y = 4 \end{array} \end{aligned}$$

Handwritten work of student A25 (right):

$$\begin{aligned} \text{O Pastel vale } 2,5 \text{ e o refrigerante vale } 4. \\ \begin{cases} X + Y = 10 \\ X + Y = 10 \end{cases} \\ \begin{array}{r} X + Y = 10 \\ X + Y = 10 \\ \hline -4 \end{array} \\ X = -2,5 \end{aligned}$$

Fonte: Os autores

Pela Figura 2 acima, verificamos que as alunas A09 e A25 escreveram corretamente o sistema de equações do 1º grau equivalente ao problema proposto e usaram a estratégia do método da adição para sua realização. Desse modo, as alunas encontraram corretamente o valor do pastel sendo $y=4$ reais. Porém, no cálculo na passagem da segunda para a terceira linha, se equivocaram e dividiram 10 por -4, quando o correto seria a subtração $10-4$, evidenciando dificuldades no uso de **conhecimentos procedimentais**. Assim, as alunas encontraram $x=-2,5$ que é um valor inadequado para o preço do pastel e, mesmo assim, não se atentaram a esse fato, colocando-o como o valor encontrado em sua resposta final. Devido a esse ocorrido, o grupo apresentou dificuldades tanto na etapa de execução quanto na etapa de monitoramento do problema proposto.

Resultados semelhantes ocorreram nos estudos de Lima e Abreu (2025), ao trabalhar o conteúdo de equações quadráticas, e Roberts e Le Roux (2019) e Luz e Proença (2025), no ensino de sistemas de equações, em que apontaram dificuldades dos alunos para operar com símbolos algébricos e realizar operações aritméticas. Esses estudos indicaram a necessidade de o professor auxiliar seus alunos como retomar formas numéricas para ajudar a compreender os procedimentos envolvidos. Em nosso estudo, as dificuldades na Etapa 4 não foram superadas por alguns grupos, o que pode ser algo da Etapa 3, anterior, de modo que deve haver um trabalho de rever dificuldades ao final dessa Etapa 3. Portanto, isso é algo que nosso estudo deve seguir nas próximas propostas de ensino.

6. Conclusão

Esta pesquisa teve como objetivo revelar *as potencialidades e desafios no desenvolvimento de uma proposta de ensino via resolução de problemas para aprendizagem de sistemas de equações de 1º grau a alunos do oitavo ano do Ensino Fundamental*. Para alcançar o objetivo proposto, fizemos uso da proposta de organização de ensino via resolução de problemas de Proença (2021), baseada em quatro etapas: uso do problema como ponto de partida, formação do conceito, definição do conteúdo e aplicação em novos problemas.

Sobre a etapa 1 de *Uso do Problema como Ponto de Partida*, observamos que todos os 15 grupos pesquisados resolveram corretamente o problema proposto. Porém, adotaram estratégia de tentativa e erro indicando para a necessidade do desenvolvimento da demanda **resolver problemas e modelar situações** do pensamento algébrico. Relativo à etapa 2 de *Formação do Conceito*, verificamos que os investigados puderam apontar corretamente características de exemplos e não exemplos do conteúdo estudado, levando à compreensão da forma matemática de sistemas de equações do 1º grau, bem como de um construto mental coerente ao conceito matemático. Dessa forma, pudemos observar uma evolução das demandas **representar** e **raciocinar** do pensamento algébrico.

Já a etapa 3 de *Definição do Conteúdo* mostrou que a maioria dos alunos obteve êxito no uso dos métodos resolutivos de substituição e de adição de sistemas de equações do 1º grau, apontando que foram capazes de realizar o estabelecimento de relações entre os aspectos formais desse conteúdo com a formação conceitual da etapa 2. Entretanto, alguns grupos tiveram equívocos em cálculos algébricos indicando dificuldades em operar **conhecimentos procedimentais** e na demanda **raciocinar** do pensamento algébrico.

Por fim, a etapa 4 de *Aplicação em Novos Problemas*, verificamos que a maioria dos grupos participantes escreveu corretamente o sistema de equações do 1º grau equivalentes aos problemas propostos adotando a estratégia de resolução algébrica (método da substituição e/ou método da adição) como caminho a ser percorrido em busca da resposta da situação de matemática apresentada. Isso indica uma evolução das demandas **representar** e **raciocinar** do pensamento algébrico em contrapartida ao que vimos na etapa 1. Todavia, assim como ocorreu na etapa 3, tivemos novamente alguns grupos com dificuldades em cálculos algébricos e para avaliar a resposta final dos problemas propostos. Esses resultados mostraram dificuldades a serem superadas no uso de **conhecimentos procedimentais** na etapa de execução e na atitude de revisar esses conhecimentos na etapa de monitoramento da resolução dos problemas.

Contudo, podemos apontar que alcançamos o nosso objetivo, uma vez que, ao desenvolver a proposta de ensino, nossa pesquisa revelou potencialidades e desafios. Em relação às potencialidades, foi possível propiciar avanços na compreensão, entendimento e construção do conceito de sistemas de equações do 1º grau e dos processos algorítmicos envolvidos. Dessa forma, isso culminou no avanço de conhecimentos conceituais e procedimentais dos alunos pesquisados. Nesse sentido, tivemos indicativos de construção das demandas do pensamento algébrico importantes para o desenvolvimento escolar na disciplina de matemática.

Em relação aos desafios, já na Etapa 1, os alunos não mobilizaram estratégias de cunho algébrico, ligados ao uso de equações de 1º grau, e que eram conteúdos previamente estudados. Outro desafio foi que mesmo tendo sido trabalhado na Etapa 3 o conhecimento procedimental, tivemos alguns grupos com dificuldades nesse conhecimento para operar com as equações no sistema de equações. Ainda em relação aos alunos, outro desafio foi que na Etapa 4 a mobilização de conhecimento procedimental e do monitoramento da resolução seguida não ocorreu como esperado por parte de alguns grupos. Desse modo, as demandas do pensamento algébrico de raciocinar ainda precisam ser desenvolvidas. Por fim, entendemos que consistem em desafios o desenvolvimento da proposta de ensino nos dois aspectos: poderíamos ter solicitado aos alunos tentar propor uma estratégia algébrica, quando ao

final da Etapa 1, o que ajudaria a entender a fundo se realmente não tinham bem formados seus conhecimentos de uso de equações; ter revisto com maior ênfase, a partir dos grupos que tiveram dificuldades, os erros de execução de cálculos algébricos e a ausência de monitorar suas resoluções.

Sobre a pesquisa científica realizada nesse contexto pedagógico, podemos apontar uma contribuição em relação aos estudos que utilizaram o problema como ponto de partida, que é o foco na formação conceitual. A proposta de organização de ensino via resolução de problemas de Proença (2021) permite investigar como os alunos constroem o conhecimento do conceito de equação linear de 1º grau e não apenas o conhecimento procedimental (como se faz na forma tradicional de ensino) para depois analisar o uso desses conhecimentos em situações contextualizadas. Assim, tanto do ponto de vista pedagógico quanto de investigação científica, o nosso estudo mostra a contribuição à evolução e ao desenvolvimento do conceito matemático tratado no âmbito da resolução de problemas e no desenvolvimento do pensamento algébrico.

Por fim, estudos futuros poderiam tomar ciência desses desafios por parte dos alunos e do ensino para organizarem propostas de ensino via resolução de problemas na visão de Proença (2018, 2021), sendo uma delas buscar entender se os alunos sabem fazer uso de conhecimento prévios como o de equações de 1º grau. Outro aspecto importante seria incorporar uma avaliação do tipo pós-teste algum tempo depois para mensurar a compreensão dos alunos. Se isso for feito, podemos ajudar a melhorar o rendimento dos alunos em provas de larga escala como a Prova Brasil e as provas estaduais, bem como a prova do PISA.

7. Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

BATTAGLIOLI, Carla dos Santos Moreno. **Sistemas de equações na segunda série do EM: um olhar sobre os livros didáticos**. 2008. f. 113. Dissertação (Mestrado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. Citado 1 vez na página 2.

BECHER, Ednei Luis. **Características do pensamento algébrico de alunos do 1º ano do Ensino Médio**. 2009. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas. Citado 3 vezes nas páginas 2, 3.

BORRALHO, António; BARBOSA, Elsa. Exploração de padrões e pensamento algébrico. In: PATTERNS: Multiple Perspectives and Contexts in Mathematics Education. 2009. p. 59–68. Citado 1 vez na página 3.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC): Educação é a Base**. Brasília: MEC, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 2, 3.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO; INEP. **Resultados PISA 2018**. Brasília: INEP, 2021. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/artigo/-/asset_publisher/B4AQV9zFY7Bv/content/pisa-2018-revela-baixo-desempenho-escolar-em-leitura-matematica-e-ciencias-no-brasil/21206. Acesso em: 21 out. 2021. Citado 1 vez na página 3.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO; INEP. **Resultados SAEB 2019**. Brasília: INEP, 2021. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/assuntos/noticias/saeb/desempenho-do-ensino-medio-melhora-no-saeb-2019>. Acesso em: 21 dez. 2024. Citado 1 vez na página 3.

CAMPOS, Márcia Azevedo. **Uma sequência didática para o desenvolvimento do pensamento algébrico no 6º ano do ensino fundamental**. 2019. Tese (Doutorado em Ensino, Filosofia e História das Ciências) – Universidade Federal da Bahia, Salvador. Citado 1 vez na página 2.

CAMPOS, Márcia Azevedo; FARIAS, Luiz Márcio Santos. A Educação Matemática e o ensino de álgebra na perspectiva de desenvolvimento do pensamento algébrico. **Revista Binacional Brasil-Argentina: Diálogo entre as Ciências**, v. 9, n. 1, p. 167–188, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 2, 3.

CHINNAPPAN, Mohan. Relational knowledge and successful problem solving in algebra. **Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia**, v. 27, n. 2, p. 112–134, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 2, 3.

CUNHA NETO, Júlio Henrique da. **Organização do ensino-aprendizagem de sistema de equações no ensino médio: um experimento didático-formativo**. 2020. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Uberaba, Uberaba. Citado 1 vez na página 2.

DELAZERI, Giovani Rosa. **A competência de resolução de problemas que envolvem o pensamento algébrico: um experimento no 9º ano do ensino fundamental**. 2017. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas. Citado 2 vezes nas páginas 2, 3.

FERREIRA, Ana Eliza Gonçalves. **A importância dos sistemas de equações no EM e a contribuição para a matemática e suas aplicações**. 2013. f. 94. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa. Citado 1 vez na página 2.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2007. Citado 1 vez na página 9.

KUHN, Malcus Cassiano; LIMA, Eveline. Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental: reflexões a partir dos PCN e da BNCC para construção do pensamento algébrico significativo. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 12, n. 3, p. 1–23, 2021. Citado 1 vez na página 3.

LANKSHEAR, Colin; KNOBEL, Michele. **Pesquisa pedagógica: do projeto à implementação**. Artmed, 2008. Citado 2 vezes na página 6.

LIMA, Jefferson Barbosa de; ABREU, Jair Dias de. Animações Matemáticas com Manim: Explorando o Pensando Visual na Equação Quadrática. **Revemop**, v. 7, e2025019, 2025. Citado 1 vez na página 13.

LUZ, João Alessandro da. **Contribuições de uma proposta de ensino por meio da resolução de problemas para a aprendizagem de sistemas lineares no ensino médio**. 2023. Tese (Doutorado em Educação para a Ciência e a Matemática) – Universidade Estadual de Maringá, Maringá. Citado 3 vezes nas páginas 2, 7, 11.

LUZ, João Alessandro da; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Contribuições de uma organização de ensino de sistemas lineares via resolução de problemas no 2º ano do ensino médio. **Educação Matemática em Pesquisa**, v. 27, n. 1, p. 217–246, 2025. Citado 2 vezes nas páginas 11, 13.

MORAIS, Ana Margarida Leandro. **A exploração de sequências e regularidades como suporte para o desenvolvimento do pensamento algébrico**. 2012. f. 235. Tese (Doutorado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa. Citado 2 vezes nas páginas 2, 3.

MOTA, Felipe Miranda; LOZADA, Cláudia de Oliveira. Uma reflexão sobre o processo de avaliação na utilização da Resolução de Problemas no ensino de Matemática. **Revemop**, v. 4, e202208, 2022. Citado 1 vez na página 5.

PONTE, João Pedro da; BRANCO, Neusa; MATOS, Ana. **Álgebra no ensino básico**. 1. ed. Lisboa: Universidade de Lisboa, 2009. Citado 1 vez na página 5.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. **Resolução de problemas: encaminhamentos para o ensino e a aprendizagem de matemática em sala de aula**. 1. ed. Maringá: EdUEM, 2018. Citado 9 vezes nas páginas 3–6, 15.

PROENÇA, Marcelo Carlos de. Resolução de Problemas: uma proposta de organização do ensino para a aprendizagem de conceitos matemáticos. **Revista de Educação Matemática**, v. 18, e021008–e021008, 2021. Citado 14 vezes nas páginas 2, 4–7, 9, 11, 14, 15.

PROENÇA, Marcelo Carlos de; CAMPELO, Caleb da Silva Araújo; SANTOS, Renato Rodrigues dos. Resolução de Problemas na BNCC: reflexões para a sua inserção no currículo e no ensino de Matemática do Ensino Fundamental. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, v. 3, p. 1–20, 2022. Citado 1 vez na página 2.

ROBERTS, Anthea; LE ROUX, Kate. A commognitive perspective on Grade 8 and Grade 9 learner thinking about linear equations. **Pythagoras**, v. 40, n. 1, p. 1–15, 2019. Citado 1 vez na página 13.

ROSENTHAL, Gabriele. **Pesquisa social interpretativa: uma introdução**. Edipucrs, 2014. Citado 1 vez na página 9.

SILVA, Justiniano Amarante da. **O ensino das equações do 1º grau no ensino fundamental com o uso de balanças**. Araruna, 2014. p. 38. Citado 1 vez na página 12.

SOUSA, Amanda Cristina de; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Uma proposta de ensino de equação de 1.º grau com uma incógnita via resolução de problemas. **Revista Prática Docente**, v. 4, n. 2, p. 431–451, 2019. Citado 1 vez na página 9.

SOUZA, Kellcia Rezende; KERBAUY, Maria Teresa Miceli. Abordagem quanti-qualitativa: superação da dicotomia quantitativa-qualitativa na pesquisa em educação. **Educação e Filosofia**, v. 31, n. 61, p. 21–44, 2017. Citado 1 vez na página 6.

TÖMAN, Ufuk; GÖKBURUN, Ömer. What Was and Is Algebraic Thinking Skills at Different Education Levels? **World Journal of Education**, v. 12, n. 4, p. 8–20, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 2, 3.

Histórico

textbfSubmetido: 15/01/2026

Aprovado: 22/04/2026

Publicado: 10/05/2026

Como citar esse artigo (ABNT)

LUZ, João Alessandro da; PROENÇA, Marcelo Carlos de. Potencialidades e desafios no ensino de sistemas de equações de 1º grau via resolução de problemas. **Revemop**, Ouro Preto/MG, v. 8, e2026011, 2026. <https://doi.org/10.33532/revemop.e2026011>

Como citar esse artigo (APA)

Luz, J. A. da., & Proença, M. C. de. (2026). Potencialidades e desafios no ensino de sistemas de equações de 1º grau via resolução de problemas. *Revemop*, 8, e2026011. <https://doi.org/10.33532/revemop.e2026011>

Financiamento

Não se Aplica.

Conflito de Interesse

Os autores declararam não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmica, política de financeira referente a este artigo.

Contribuição dos Autores

Resumo/Abstract/Resumen: João Alessandro da Luz, Marcelo Carlos de Proença; **Introdução ou Considerações iniciais:** João Alessandro da Luz, Marcelo Carlos de Proença; **Referencial teórico:** João Alessandro da Luz, Marcelo Carlos de Proença; **Metodologia:** João Alessandro da Luz, Marcelo Carlos de Proença; **Análise de dados:** João Alessandro da Luz, Marcelo Carlos de Proença; **Discussão dos resultados:** João Alessandro da Luz, Marcelo Carlos de Proença; **Conclusão ou Considerações finais:** João Alessandro da Luz, Marcelo Carlos de Proença; **Referências:** João Alessandro da Luz, Marcelo Carlos de Proença; **Revisão do manuscrito:** João Alessandro da Luz, Marcelo Carlos de Proença; **Aprovação da versão final publicada:** João Alessandro da Luz, Marcelo Carlos de Proença.

CRedit – Taxonomia de Papéis de Colaborador – <https://credit.niso.org/>.

Disponibilidade de Dados

Os dados desta pesquisa não foram publicados em Repositório de Dados, mas os autores se comprometem a socializá-los caso o leitor tenha interesse.

Direitos Autorais

Os direitos autorais são mantidos pelos autores, os quais concedem à **Revemop** os direitos exclusivos de primeira publicação. Os autores não serão remunerados pela publicação de trabalhos neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicado nesta revista (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial nesta revista. Os editores da **Revemop** têm o direito de realizar ajustes textuais e de adequação às normas da publicação.

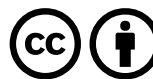
Open Access

Este artigo é de acesso aberto (**Open Access**) e sem cobrança de taxas de submissão ou processamento de artigos dos autores (**Article Processing Charges – APCs**). O acesso aberto é um amplo movimento internacional que busca conceder acesso online gratuito e aberto a informações acadêmicas, como publicações e dados. Uma publicação é definida como ‘acesso aberto’ quando não existem barreiras financeiras, legais ou técnicas para acessá-la, ou seja, qualquer pessoa pode ler, baixar, copiar, distribuir, imprimir, pesquisar ou usá-la na educação ou de qualquer outra forma dentro dos acordos legais



Licença de Uso

Este artigo é licenciado sob a Licença **Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0)**. Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o artigo em qualquer meio ou formato. Além disso, permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial nesta revista.



Verificação de Similaridade

Este artigo foi submetido a uma verificação de similaridade utilizando o software de detecção de texto **iThenticate** da Turnitin, através do serviço **Similarity Check da Crossref**.



Processo de Avaliação

Revisão por Pares Duplo-Cega (**Double blind peer review**)

Avaliadores

Dois pareceristas *ad hoc* avaliaram este artigo e não autorizaram a divulgação dos seus nomes.

Editor em chefe

Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti

Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.

Editores Associados

Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisul

Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.

Prof. Dr. José Fernandes da Silva

Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Minas Gerais (IFMG), Campus São João Evangelista, Minas Gerais, Brasil