Revemop ISSN 2596-0245
Janeiro/Dezembro
2026 – Volume 8
e2026018, Páginas 1–23
10.33532/revemop.e2026018

Seção – Dossiê Idoneidade Didática: abordagens teóricas, metodológicas e práticas

Análisis del Conocimiento Didáctico-Matemático de un docente en formación sobre el límite de funciones con Criterios de Idoneidad Didáctica com Critérios de Idoneidade Didática

Analysis of the Didactic-Mathematical Knowledge of a Pre-Service Teacher on the Limit of Functions with Didactic Suitability Criteria

Análisis del Conocimiento Didáctico-Matemático de un docente en formación sobre el límite de funciones con Criterios de Idoneidad Didáctica

Constanza Ayleen Aranda Matus[1], Daniela Andrea Araya Bastias[2] e Nicolás Andrés Sánchez Acevedo[3]

Resumen

Este estudio analiza el Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) de un docente en formación respecto al objeto matemático límite de funciones en una variable, con énfasis en la faceta epistémica. La investigación es cualitativa con diseño descriptivo-interpretativo, e involucra una entrevista semiestructurada y actividades matemáticas fundamentadas en las Configuraciones Epistémicas del Enfoque Ontosemiótico, cuyo análisis se sustenta en los Criterios de Idoneidad Didáctica. Los resultados sugieren que el docente posee nociones intuitivas del límite asociadas a procesos de aproximación y variación, pero presenta confusiones entre la evaluación puntual de una función y el comportamiento tendencial. Se identifican también dificultades en el tránsito entre representaciones y en la distinción entre funciones discretas y continuas. En este caso, se advierten necesidades formativas asociadas a la enseñanza del cálculo.

Palabras clave: Límite de funciones. Conocimiento Didáctico-Matemático. Faceta epistémica. Enfoque Ontosemiótico. Formación inicial docente.

Abstract

This study analyzes the Didactic-Mathematical Knowledge (DMK) of a pre-service teacher regarding the mathematical object of the limit of functions of one variable, with emphasis on the epistemic facet. The research adopts a qualitative approach with a descriptive-interpretive design, involving a semi-structured interview and mathematical tasks grounded in the Epistemic Configurations of the Onto-Semiotic Approach, whose analysis draws on the Didactic Suitability Criteria. Results suggest that the pre-service teacher holds intuitive notions of the limit associated with approximation and variation processes, but shows confusion between point evaluation of a function and its tendency behavior. Difficulties are also identified in transitioning between representations and in distinguishing discrete from continuous functions. In this case, training needs associated with calculus teaching are observed.

Keywords: Function limits. Didactic-Mathematical Knowledge. Epistemic facet. Onto-semiotic approach. Pre-service teacher education.

Resumo

Este estudo analisa o Conhecimento Didático-Matemático (CDM) de um docente em formação sobre o objeto matemático limite de funções em uma variável, com ênfase na faceta epistêmica. A investigação, de natureza qualitativa e delineamento descritivo-interpretativo, envolveu uma entrevista semiestruturada e atividades matemáticas fundamentadas nas Configurações Epistêmicas do Enfoque Ontossemiótico, cuja análise se sustenta nos Critérios de Idoneidade Didática. Os resultados sugerem que o docente possui noções intuitivas do limite associadas a processos de aproximação e variação, porém apresenta confusões entre a avaliação pontual de uma função e o comportamento tendencial. Identificam-se, ainda, dificuldades na transição entre representações e na distinção entre funções discretas e contínuas. Neste caso, constatam-se necessidades formativas associadas ao ensino do cálculo.

Palavras-chave: Limite de funções. Conhecimento Didático-Matemático. Faceta epistêmica. Enfoque Ontossemiótico. Formação inicial docente.

[1] Profesora de Matemática y Estadística de la Universidad Central de Chile (UCEN). Titulada de la carrera de Pedagogía en Matemática y Estadística de la Universidad Central de Chile (UCEN), Santiago, Región Metropolitana, Chile. E-mail: constanza.aranda@alumnos.ucentral.cl
[2] Doctora en Educación Matemática de la Universidad de Los Lagos de Chile (ULAGOS). Académica Asociada de la Universidad Central de Chile (UCEN), Santiago, Región Metropolitana, Chile. E-mail: daniela.araya@ucentral.cl
[3] Doctor en Investigación en Didáctica de la Matemática de la Universitat de València (UV). Académico Asociado de la Universidad Central de Chile (UCEN), Santiago, Región Metropolitana, Chile. E-mail: nicolas.sanchez@ucentral.cl

OPEN ACCESS

1. Introducción

La noción de límite de funciones en una variable ocupa un lugar central en el análisis matemático, por su papel fundacional en la construcción de conceptos como continuidad, derivada e integral, y por su capacidad para modelar procesos de cambio y aproximación (Cornu, 1991; Artigue, 1995; Sierpinska, 1985). A pesar de su relevancia, investigaciones sostenidas en el tiempo evidencian que su comprensión presenta dificultades persistentes en distintos niveles educativos (Fernández; Moreno; Sánchez-Matamoros, 2024). En el ámbito universitario, se han detectado errores sistemáticos en la aplicación de definiciones y teoremas básicos del límite (Weldeana; Sbhatu; Berhe, 2023; Díaz Cordero; Badía Albanés, 2022), así como obstáculos epistemológicos que condicionan su comprensión en contextos culturales diversos (Beyene, 2023). En la enseñanza secundaria, se reportan concepciones rígidas o dicotómicas, como creer que el límite es un valor exacto que *se alcanza*, las cuales dificultan el avance hacia una comprensión dinámica del concepto (Engler *et al.* 2007; Fernández; Moreno; Sánchez-Matamoros, 2024; Munyaruhengeri *et al.* 2024). Estos hallazgos evidencian que la complejidad del límite no es solo histórica sino también cognitiva, y plantean la pregunta sobre qué tipo de conocimiento didáctico requieren los futuros docentes para abordar este objeto matemático de forma idónea.

En este sentido, la literatura ha documentado que los docentes en formación suelen reproducir concepciones operativas y fragmentadas del límite, priorizando procedimientos algebraicos por sobre los significados conceptuales y las distintas representaciones asociadas (Hitt, 1998; Vrancken *et al.* 2015). Las investigaciones en el ámbito de la formación inicial docente, tanto en Costa Rica (García *et al.* 2018) como en Chile (MINEDUC, 2021a), coinciden en que los futuros profesores no solo deben dominar el contenido matemático, sino también desarrollar competencias didácticas que les permitan anticipar dificultades, utilizar diversas representaciones y conectar el límite con otros objetos matemáticos (noción de derivada, series, sucesiones, integrales definidas, etc.) y con contextos reales. Sin embargo, son escasos los estudios que analicen el conocimiento de los docentes en formación sobre el límite desde una perspectiva que integre de manera sistemática sus dimensiones matemática y didáctica (Pino-Fan; Godino; Font, 2015; Araya *et al.* 2021, 2024). Esta brecha resulta relevante porque los conocimientos que los futuros profesores construyen durante su formación inicial inciden directamente en las oportunidades de aprendizaje que ofrecerán a sus estudiantes.

Para abordar esta problemática, el presente estudio se sitúa en el marco del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), una perspectiva consolidada de investigación en educación matemática (Godino; Batanero; Font, 2007; Godino *et al.* 2021), adoptando como herramienta central los Criterios de Idoneidad Didáctica para la enseñanza del límite de funciones en una variable (Araya; Pino-Fan, 2023). La Idoneidad Didáctica, en una herramienta del EOS que permite valorar la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje a partir de seis facetas interrelacionadas: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica (Godino, 2013). Cada una de estas facetas incorpora componentes e indicadores específicos que orientan el análisis de cuán adecuada es la enseñanza de un objeto matemático en relación con su contenido, los aprendices, los recursos y el contexto institucional. En el caso de la noción límite, Araya e Pino-Fan (2023) han sistematizado criterios precisos para cada faceta, lo que ofrece un instrumento analítico robusto para examinar el

conocimiento didáctico de los futuros docentes. Este herramienta se articula, a su vez, con el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) propuesto por Godino (2009) y desarrollado por Pino-Fan e Godino (2015), que describe las dimensiones matemática y didáctica del conocimiento profesional docente.

En este marco, el presente estudio se orienta a responder la siguiente pregunta de investigación: ¿En qué medida el Conocimiento Didáctico-Matemático de un docente en formación se aproxima a los criterios de Idoneidad Didáctica para la enseñanza del límite de funciones en una variable? El artículo se organiza del siguiente modo: tras esta introducción, se presenta el marco teórico que sustenta el estudio; luego se describe la metodología; a continuación, se exponen y discuten los resultados por cada faceta; y finalmente se ofrecen las conclusiones con sus implicaciones para la formación inicial docente en matemática.

2. Marco Teórico

2.1 Conocimiento Didáctico-Matemático

El modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) propuesto por Godino (2009) y desarrollado por Pino-Fan e Godino (2015) describe el conjunto de conocimientos que un docente requiere para enseñar matemáticas de manera efectiva. Este modelo, articulado en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), se organiza en dos dimensiones principales. La dimensión Matemática comprende el Conocimiento Común del Contenido, referido al dominio disciplinar para resolver los problemas del currículo del nivel en que se enseña, y el Conocimiento Ampliado del Contenido, que alude a una comprensión más profunda y conectada del saber matemático, que permite vincular el objeto en estudio con nociones anteriores y posteriores en el currículo (Pino-Fan; Godino, 2015). La dimensión Didáctica, a su vez, se estructura en seis facetas que permiten analizar distintos componentes del conocimiento profesional docente: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica. En particular, la faceta epistémica proporciona una base para identificar no solo los conocimientos declarativos y procedimentales del docente, sino también las estructuras conceptuales que moviliza al interactuar con un objeto matemático, así como las representaciones, argumentaciones y conexiones que establece entre sus distintos significados parciales (Godino *et al.* 2019).

Lo que hace especialmente pertinente este modelo para el presente estudio es que cada faceta de la dimensión didáctica del CDM se corresponde directamente con una dimensión de la Idoneidad Didáctica, la herramienta del EOS que permite valorar la calidad de los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esto significa que el CDM no solo describe lo que el docente sabe, sino que ofrece un sistema de categorías para evaluar en qué medida ese conocimiento se aproxima a los estándares de una enseñanza idónea de un objeto matemático específico. Esta correspondencia estructural es la que fundamenta el uso de los Criterios de Idoneidad Didáctica como instrumento para el análisis del CDM. En efecto, ambas herramientas forman parte del EOS y se organizan en las mismas seis facetas (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica), de modo que los criterios que caracterizan una enseñanza idónea en cada faceta (Godino, 2013) describen, al mismo tiempo, el conocimiento didáctico-matemático que un docente debería movilizar en ella (Pino-Fan; Godino, 2015); la dimensión matemática del CDM, por su parte, nutre principalmente la faceta epistémica. Si bien los Criterios de Idoneidad Didáctica

se emplean habitualmente en la valoración de procesos de instrucción implementados (Godino, 2013), su organización por facetas permite reorientarlos hacia el análisis del CDM, valorando en qué medida el conocimiento que el docente moviliza se aproxima al referente de idoneidad establecido para cada faceta. En el caso del límite de funciones, ese referente lo proporcionan los componentes e indicadores sistematizados por Araya e Pino-Fan (2023). En este uso se conservan el mismo instrumento y las mismas categorías de análisis; lo que varía es el objeto valorado, que deja de ser un proceso de enseñanza en curso para ser el conocimiento didáctico-matemático que el docente declara y pone en juego al resolver tareas y fundamentar decisiones de enseñanza. En el contexto de la formación de profesores, estudios en el marco del CDM han evidenciado que las dimensiones epistémica y cognitiva son las más movilizadas en procesos formativos con docentes de matemática (Carpes; Bisognin, 2021).

2.2 Idoneidad Didáctica

La Idoneidad Didáctica es una herramienta teórico-metodológica del EOS que permite valorar el grado en que un proceso de enseñanza y aprendizaje reúne las condiciones necesarias para alcanzar los objetivos formativos propuestos (Godino, 2013). Se define como la articulación coherente y sistémica de seis facetas o dimensiones de análisis: la idoneidad epistémica, que se refiere a la representatividad y rigor del contenido matemático enseñado respecto al saber de referencia; la idoneidad cognitiva, que evalúa la adecuación del contenido a los conocimientos previos y posibilidades de aprendizaje de los estudiantes; la idoneidad afectiva, que considera los aspectos emocionales, actitudinales y motivacionales que influyen en la disposición de los alumnos frente al objeto matemático; la idoneidad interaccional, que analiza la calidad de los intercambios entre docente y estudiantes, y entre los propios estudiantes, en función de la resolución de conflictos de significado; la idoneidad mediacional, que examina la adecuación de los recursos materiales y tecnológicos utilizados, así como la gestión del tiempo; y la idoneidad ecológica, que valora la coherencia del proceso instruccional con el currículo, las políticas educativas y el entorno sociocultural (Godino, 2013; Araya; Pino-Fan, 2023).

Estas seis facetas no operan de manera aislada, sino que se condicionan mutuamente. En este sentido, una enseñanza que presente alta idoneidad epistémica, pero descuide la dimensión afectiva o cognitiva, puede generar aprendizajes procedimentales sin comprensión conceptual profunda. Así, la Idoneidad Didáctica constituye un marco integral para el análisis reflexivo de la práctica docente, tanto en la etapa de planificación como en la de implementación y evaluación de los procesos de instrucción matemática (Malet; Giacomone; Repetto, 2021).

En este estudio, los criterios de Idoneidad Didáctica del objeto límite de funciones se utilizan para el análisis de las respuestas del docente en formación, permitiendo una valoración de cómo articula sus conocimientos matemáticos y didácticos respecto de este objeto matemático.

2.3 Criterios de Idoneidad Didáctica para la enseñanza del límite de funciones

Araya e Pino-Fan (2023) han sistematizado componentes e indicadores específicos de cada faceta de la Idoneidad Didáctica aplicados a la enseñanza del límite de funciones en una variable, los cuales constituyen el principal referente analítico del presente estudio. A continuación, se describe el contenido central de cada faceta para este objeto matemático.

La idoneidad epistémica requiere movilizar los distintos significados parciales del límite mediante representaciones verbales, tabulares, algebraicas, gráficas y geométrico-euclidianas, articulando situaciones que transiten desde regularidades geométricas hasta el límite de Weierstrass, e incorporando funciones discretas y continuas. Un aspecto central es la atención a errores frecuentes, como suponer que el valor del límite coincide con el de la función en el punto, o la confusión entre infinito potencial y actual (Araya; Pino-Fan, 2023).

La idoneidad cognitiva requiere conocer los saberes previos necesarios para introducir el límite (propiedades de funciones, valor absoluto, noción de sucesión) y diseñar actividades que transiten desde representaciones intuitivas hacia formas más formales, incluyendo situaciones de alta demanda cognitiva (Araya; Pino-Fan, 2023).

La idoneidad afectiva requiere incorporar situaciones que despierten el interés del estudiante, vinculando el límite con la vida cotidiana, otras disciplinas y problemas geométricos clásicos, y promoviendo un ambiente que valore la precisión matemática y reduzca la predisposición negativa ante un contenido percibido como abstracto (Araya; Pino-Fan, 2023).

La idoneidad interaccional requiere presentar el objeto de forma clara y estructurada, anticipar las concepciones erróneas y usarlas para profundizar la enseñanza, además de promover el diálogo, la argumentación matemática y la evaluación formativa (Araya; Pino-Fan, 2023).

La idoneidad mediacional requiere incorporar recursos tecnológicos, en particular software de geometría dinámica como GeoGebra, para apoyar las representaciones geométrica, gráfica y tabular del límite, junto con una gestión del tiempo que permita transitar entre niveles de formalización (Araya; Pino-Fan, 2023).

Finalmente, la idoneidad ecológica requiere articular la enseñanza del límite con el currículo vigente, conectarla con objetos como la derivada, la continuidad, las series y la integral, y vincularla con otras disciplinas y con la vida cotidiana. En el contexto chileno, esto implica considerar los estándares del CPEIP (2021b) que definen competencias sobre el límite para docentes de enseñanza media (Araya; Pino-Fan, 2023).

Estos criterios ofrecen un instrumento teórico-metodológico que permite estudiar en qué medida el Conocimiento Didáctico-Matemático de un docente en formación se aproxima a las condiciones de una enseñanza idónea del límite de funciones, que es precisamente el propósito del presente estudio.

3. Metodología

La investigación se enmarca en un enfoque cualitativo con un diseño descriptivo-interpretativo de estudio de caso único (Stake, 1995), orientado a comprender en profundidad las concepciones, conocimientos y estrategias didácticas que un docente en formación moviliza en torno a la enseñanza del límite de funciones en una variable. El estudio de caso (Stake, 1995) es un diseño de investigación que permite examinar un fenómeno dentro de su contexto real, siendo especialmente adecuado cuando se busca una comprensión holística y situada de procesos complejos que no pueden separarse de las condiciones en que ocurren (Yin, 2018). En el ámbito de la educación matemática, esta modalidad resulta

pertinente para analizar en profundidad el conocimiento profesional de un docente en formación, ya que posibilita documentar con detalle los significados, razonamientos y concepciones del participante, aportando una comprensión rica del fenómeno estudiado que trasciende la mera descripción superficial (Stake, 1995). Este tipo diseño resulta apropiado, además, cuando el interés del estudio radica en el análisis detallado de fenómenos educativos desde la perspectiva de los participantes y en su contexto de producción (Denzin; Lincoln, 2018; Flick, 2018). La naturaleza interpretativa de la investigación cualitativa permite comprender los significados que los sujetos atribuyen a sus experiencias, lo cual es fundamental en un estudio centrado en el conocimiento profesional docente (Creswell; Poth, 2018).

El participante del estudio es un docente en formación de último año de la carrera de Pedagogía en Matemática en una universidad de Santiago de Chile, seleccionado mediante muestreo intencionado (Stake, 1995). Los criterios de selección consideraron que el participante hubiera cursado asignaturas de cálculo diferencial e integral, así como de didáctica de la matemática, lo que asegura una base formativa para reflexionar críticamente sobre el concepto de límite y su enseñanza. Este perfil situado permite explorar con profundidad el Conocimiento Didáctico-Matemático que el futuro docente ha construido durante su formación inicial.

3.1 Instrumentos de recolección de datos

Se emplearon dos instrumentos complementarios, aplicados en el orden que se describe a continuación. El primer instrumento fue un cuestionario de respuesta abierta, compuesto de tres actividades de tareas matemáticas seleccionadas del trabajo de Araya (2022), organizadas en torno a las Configuraciones Epistémicas del objeto límite de funciones en una variable. Estas configuraciones son una herramienta del EOS que sistematiza los objetos matemáticos primarios, representaciones, definiciones, procedimientos, proposiciones y argumentos que caracterizan cada significado parcial del límite desde una perspectiva institucional de referencia (Godino; Batanero; Font, 2007). En este estudio se emplearon las Configuraciones Epistémicas N°1, N°5 y N°6, correspondientes al límite como aproximación en la matemática griega, a las concepciones preformales del límite y a la noción de límite de Weierstrass, respectivamente (Araya, 2022), que representan los significados parciales del objeto contemplados en el currículo del Plan Diferenciado de Cálculo de la enseñanza media chilena (MINEDUC, 2021b). Su elección responde a los criterios de la idoneidad epistémica del objeto límite, de modo que las tareas permiten observar qué objetos matemáticos primarios activa el docente en formación, qué representaciones privilegia, qué procedimientos emplea y qué argumentos construye. A modo de ilustración, la Figura 1 presenta una parte de la Actividad N°1, correspondiente a la Configuración Epistémica N°1.

Figura 1 – Actividad 1, Triangulo de Sierspinki

Tarea N°1: Triángulo de Sierspinka

Considere un triángulo equilátero, trace sus medianas y elimine el triángulo del centro, repite el proceso anterior con los tres triángulos restantes, y después con los nueve triángulos restantes, tal como se muestra en la siguiente figura y en el siguiente link https://www.geogebra.org/m/erha6cu4



FIGURA 2:TRIÁNGULO SIERSPINKA. CREACIÓN PROPIA.

1. Si el triángulo tiene lado a, determine las áreas de la figura obtenida en la iteración 1,2,3 y 4.
2. Determine el área de la figura obtenida en la iteración n.
3. Si $A(n)$ es el área de la figura obtenida en la n-ésima iteración. Según los datos obtenidos en (1) y (2) completa la siguiente tabla:

Nº de Iteración	**Cantidad de Triángulos**	**Área de la figura $A(n)$**
1		

Fonte: Araya (2022, p. 231-233).

El segundo instrumento fue una entrevista semiestructurada (Hernández Sampieri; Fernández Collado; Baptista Lucio, 2016) compuesta por 13 preguntas, diseñadas y validadas mediante juicio de expertos. Cada pregunta fue elaborada en función de una faceta específica del CDM, cubriendo las seis dimensiones de la Idoneidad Didáctica para el objeto límite: preguntas sobre el significado del concepto y su enseñanza (dimensión matemática y faceta epistémica), preguntas sobre el uso de representaciones y el tránsito entre ellas (faceta epistémica), preguntas sobre los conocimientos previos y la anticipación de errores de los estudiantes (faceta cognitiva), preguntas sobre el uso de recursos tecnológicos y la gestión del tiempo (faceta mediacional), preguntas sobre la atención a las características socioemocionales de los estudiantes (faceta afectiva), y preguntas sobre la vinculación del límite con otras disciplinas y con el currículo (faceta ecológica). Dicha organización permitió obtener evidencia sobre el CDM del participante en cada una de las dimensiones que componen la Idoneidad Didáctica. Las respuestas de la entrevista se presentan en tablas que siguen un sistema de codificación para facilitar su trazabilidad. Cada referencia se registra con el formato Ent. E; P; L, donde E indica el número de la entrevista, P el número de la pregunta y L el rango de líneas de la respuesta transcrita. Por ejemplo, Ent. 1; 5; 1-18 corresponde a la entrevista 1, pregunta 5, líneas 1 a 18. A modo de ejemplo, la Tabla 1 presenta una selección de las preguntas de la entrevista, correspondientes a las dimensiones matemática y didáctica del CDM que se analizan con mayor detalle en este artículo; la entrevista completa abarca las seis facetas mediante sus trece preguntas.

Tabla 1 – Organización de la entrevista según las dimensiones y facetas del Conocimiento Didáctico-Matemático

Preguntas	Dimensión/ Faceta del CDM
1) En base a su conocimiento, ¿Cuál es el significado que se tiene del concepto de límite de una función en una variable?	Dimensión Matemática: conocimiento común del contenido.
2) Desde su experiencia, ¿cuál es la mejor forma de abordar el concepto de límite de funciones en una variable con los estudiantes?	Dimensión Matemática: conocimiento común del contenido.
3) Plantee una situación problema que aborde el concepto de límite. Explique cómo podría generar significancia en la enseñanza de este concepto.	Dimensión Matemática: conocimiento ampliado del contenido.
4) ¿Qué maneras considera que se pueden utilizar para representar los límites? y ¿cómo esto pueden contribuir al proceso de enseñanza-aprendizaje de este concepto?	Dimensión Didáctica: faceta epistémica.
5) Con respecto a la pregunta anterior ¿Cómo transita entre las diferentes representaciones de la noción de limite al momento de enseñarla?	Dimensión Didáctica: faceta epistémica.
6) Según las representaciones que usa, ¿cómo ayuda a sus estudiantes a entender las distintas representaciones?	Dimensión Didáctica: facetas epistémica y cognitiva.

Fonte: Elaboración propia

Ambos instrumentos se aplicaron de forma individual y presencial al docente en formación durante el segundo semestre de 2024, en el marco de su último año de la carrera de Pedagogía en Matemática en una universidad de Santiago de Chile. El instrumento escrito y la entrevista semiestructurada fueron diseñados y validados mediante juicio de expertos, lo que aseguró su pertinencia respecto de las facetas del CDM y los criterios de idoneidad del objeto límite. La entrevista fue grabada en audio y posteriormente transcrita para su análisis. El procedimiento de aplicación se desarrolló en dos momentos. En una primera instancia, el docente en formación resolvió las tareas del cuestionario de forma individual, registrando sus respuestas por escrito y apoyándose en GeoGebra, herramienta incluida en las actividades. Posteriormente, se llevó a cabo la entrevista semiestructurada, apoyada en las producciones escritas del participante, lo que permitió profundizar en sus razonamientos, justificaciones y criterios durante la resolución de las tareas.

3.2 Análisis de los datos

El análisis de los datos siguió una estrategia dual, coherente con el uso de múltiples fuentes de evidencia que caracteriza al estudio de caso (Yin, 2018). Las respuestas de la entrevista fueron analizadas a partir de los componentes e indicadores de Idoneidad Didáctica para la enseñanza del límite propuestos por Araya e Pino-Fan (2023), organizando la evidencia en función de las seis facetas: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica. Este procedimiento permitió valorar en qué medida el conocimiento expresado por el docente se aproxima a los criterios de una enseñanza idónea del objeto matemático.

Las producciones escritas de las tareas fueron analizadas comparando los objetos matemáticos primarios movilizados por el profesor en formación con los que cada Configuración Epistémica de referencia establece como esperables (Araya, 2022). Este procedimiento, articulado con los indicadores de la idoneidad epistémica propuestos por Araya e Pino-Fan (2023), permitió identificar qué significa-

dos parciales del límite activa el docente, qué representaciones emplea u omite, y en qué medida su conocimiento matemático se aproxima a los criterios de una enseñanza epistémicamente idónea del objeto.

La articulación de ambos análisis proporcionó una visión integral del CDM del profesor en formación, permitiendo identificar no solo lo que conoce del contenido matemático, sino también en qué medida ese conocimiento reúne las condiciones para una enseñanza didácticamente idónea del límite de funciones en una variable.

4. Discusión y Resultados

En este apartado presentamos los resultados del análisis del CDM del docente en formación, organizados en función de las seis facetas de la Idoneidad Didáctica para la enseñanza del límite de funciones propuestas por Araya e Pino-Fan (2023). Dichos resultados integran evidencia proveniente de la entrevista semiestructurada y de las producciones escritas en las actividades de tareas matemáticas. Considerando las exigencias de extensión propias del formato de artículo, el análisis de las tareas se circunscribe a una tarea representativa de la Configuración Epistémica N°1, correspondiente al significado del límite como aproximación en la matemática griega, por ser ésta la configuración que sustenta las actividades de carácter geométrico-iterativo (Araya, 2022) aplicadas al docente en formación. Cabe precisar que este análisis se sustenta en el conocimiento que el docente en formación declara y moviliza en la entrevista y en las producciones escritas, y no en la observación de su práctica de aula. Por ello, las valoraciones que siguen no describen la enseñanza efectivamente implementada, sino el grado en que el conocimiento didáctico-matemático expresado por el participante se aproxima a los criterios de idoneidad establecidos para el objeto límite de funciones (Araya; Pino-Fan, 2023).

4.1 Idoneidad Epistémica

4.1.1 Significado del concepto y representaciones

Al ser consultado sobre el significado del límite, el docente en formación señaló lo que se presenta en la Tabla 2:

Tabla 2 – Respuesta del docente en formación, Pregunta 1

Ent. 1; 1; 1-6	1 2 3 4 5 6	Desde lo que recuerdo, el concepto de límite es como los valores que va tomando o que puede tomar una variable o, claro, el valor que es como una función, finalmente, que va a ir representando, dependiendo de si es que varía el valor de la n o de la x, dependiendo de cómo se esté utilizando el límite, eso se va a reemplazarlo dentro de la fórmula o de la función que se esté trabajando y con eso va cambiando el límite.

Fonte: Elaboración propia

La respuesta revela que el docente identifica que la variable puede ser x como número real o n como natural, lo que indica una distinción incipiente entre el límite de funciones continuas y el de sucesiones. Dicha distinción se alinea con el indicador de idoneidad epistémica que establece la necesidad de movilizar funciones discretas (dominio en $\mathbb{N}$) y continuas (dominio en $\mathbb{R}$) para el estudio del límite (Araya; Pino-Fan, 2023). Sin embargo, la respuesta evidencia una concepción errónea central:

el docente confunde la evaluación puntual de la función con el comportamiento tendencial del límite, pues señala que su valor se obtiene *reemplazando* en la fórmula. Esta creencia contradice el indicador epistémico que establece la necesidad de promover situaciones donde el límite de la función pueda o no coincidir con su valor en el punto (Araya; Pino-Fan, 2023). Dicha concepción errónea se inscribe en un patrón documentado en la literatura, por ejemplo, Artigue (1995) señala que los estudiantes tienden a tratar el proceso del límite como un proceso algebraico finito, transfiriendo al límite las propiedades de las operaciones algebraicas comunes, lo que conduce exactamente a la creencia de que su valor se obtiene por sustitución directa. A su vez, Cornu (1991) identifica como obstáculo epistemológico la ambigüedad histórica sobre si el límite se alcanza o no, obstáculo que se reproduce en los docentes cuando éstos no han desarrollado una distinción clara entre el valor tendencial de la función y su evaluación puntual.

Respecto al uso de representaciones, el docente reconoció el valor de los registros gráficos y tabular, tal como se aprecia en la Tabla 3:

Tabla 3 – Respuesta del docente en formación, Pregunta 5

Ent. 1; 5; 1-17	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17	Se me ocurre quizás de forma gráfica, como ir reemplazando cada valor que va tomando el límite, como por ejemplo cuando se trabaja con funciones, ir reemplazando, no sé, si es que el x vale 1, el valor de las funciones tanto, hacer lo mismo con los límites quizás, y además representarlos de forma gráfica, como cómo va creciendo o decreciendo dependiendo del límite con el que se esté trabajando, poder identificar cuánto va variando los valores del límite a medida que aumento o disminuye la n, o la x, como se vaya a ocupar el límite. Y esta representación que dices tú, ¿cómo contribuye al proceso de enseñanza-aprendizaje? Yo creo que se les puede hacer un poquito más visual, quizás, porque por ejemplo si es que se representara en la forma de f(x) o sea como se trabaja con las funciones que se va haciendo como esta tablita, se podrían identificar si es que el límite va, o sea, decrece o crece. No estoy seguro si servirá tanto realmente, y la forma gráfica yo creo que es como más represión, o sea, les va a permitir mejor ver cómo va cambiando el límite a lo largo de la medida que va aumentando y disminuyendo la función, porque como se realiza el trazo completo, ayudaría a ver cómo se comporta este límite.

Fonte: Elaboración propia

El profesor en formación valora la representación gráfica y tabular como recursos para visualizar el comportamiento del límite, lo que se alinea parcialmente con el indicador que establece la necesidad de movilizar representaciones verbales, tabulares, algebraicas, gráficas y geométrico-euclidianas (Blásquez; Ortega, 2006). No obstante, su énfasis se circunscribe a los registros gráfico y tabular, sin referir representaciones algebraicas formales ni geométrico-euclidianas, lo que indica una movilización parcial de los lenguajes asociados al objeto. Al ser consultado sobre el tránsito entre representaciones, el docente reconoció no tener experiencia directa en la enseñanza del límite, señalando: "quizás el hacer la tabla ayudaría mucho a poder hacer la representación gráfica del límite" (Ent. 1; 6; 3-5). Dicha respuesta refleja un conocimiento instrumental de las representaciones, más que una comprensión profunda de su rol epistémico en la construcción del significado del objeto.

4.1.2 Análisis de la Tarea N°1 (Configuración Epistémica N°1)

El análisis de las producciones escritas del docente en la Tarea N°1, asociada a la Configuración Epistémica N°1 (límite como aproximación en la matemática griega), reveló aspectos relevantes respecto a la idoneidad epistémica. Esta tarea, basada en el Triángulo de Sierpinski (Araya, 2022), es representativa del indicador epistémico que establece la necesidad de promover situaciones problema que involucren regularidades con figuras geométricas propias de la geometría euclidiana (Araya; Pino-Fan, 2023), permitiendo observar los objetos matemáticos primarios que el docente activa al enfrentar una situación de aproximación iterativa.

En los elementos lingüísticos, el docente recurrió principalmente a expresiones algebraicas para representar magnitudes de áreas y perímetros, e incorporó tabulación de datos y gráficas de funciones. No obstante, no empleó figuras geométricas de triángulos y cuadrados de manera explícita, limitando la vinculación visual con los objetos estudiados y reduciendo la movilización de los registros geométrico-euclidianos que esta configuración epistémica contempla. En cuanto a los conceptos y definiciones, el docente en formación utilizó la noción de números racionales e irracionales, así como referencias al infinito potencial e infinito actual, lo que evidencia una comprensión inicial de la diversidad de conjuntos numéricos implicados. No obstante, confundió las funciones discretas del problema con funciones continuas, lo que se verificó durante la entrevista complementaria:

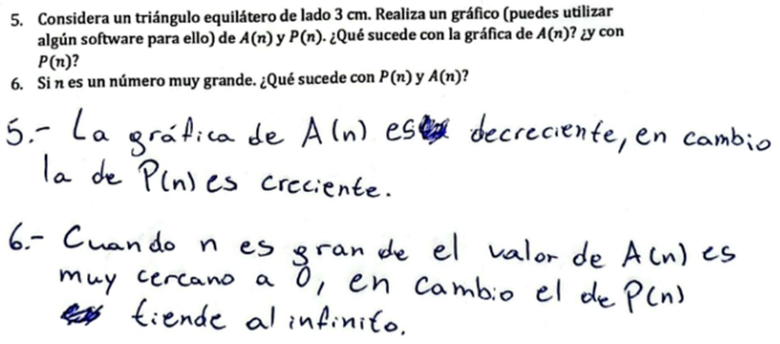
> Entrevistadora: a partir de las gráficas que realizaste, ¿cómo es el dominio de la función?, ¿son funciones continuas o discretas?
>
> Respuesta del docente en formación: El dominio de la función serían todos los números reales, y las funciones serían continuas.

Esta confusión contradice el indicador epistémico que sugiere utilizar funciones discretas y continuas distinguiendo su dominio en $\mathbb{N}$ o en $\mathbb{R}$ según corresponda (Araya; Pino-Fan, 2023). Este error no es aislado ni exclusivo del participante. Araya (2022), al implementar las mismas tareas de la Configuración Epistémica N°1 con un grupo de profesores en formación, documentó que todos los grupos graficaron funciones continuas en lugar de discretas, pues éstos no distinguían que el dominio de la función era el conjunto de los números naturales. Este resultado coincide con lo que Deulofeu (1991) ya había evidenciado que los estudiantes realizan gráficos continuos en situaciones donde se utilizan funciones discretas, debido a sus creencias sobre el significado de las gráficas cartesianas y a la dificultad para identificar el dominio de las funciones estudiadas. Esto sugiere que la confusión discreta/continua constituye una dificultad sistemática en la formación inicial docente que trasciende al participante individual. En los procedimientos, el docente aplicó correctamente fórmulas de áreas y perímetros y utilizó tablas y gráficos, aunque las funciones que afirmó utilizar corresponden al dominio continuo, generando una discrepancia entre el objeto matemático en estudio y la forma en que fue abordado. Cabe destacar que el docente en formación utilizó el método de exhaución, vinculando nociones históricas de límite con la comprensión moderna del límite (noción de Weierstrass), y empleó argumentos deductivos basados en iteraciones de figuras geométricas, aunque sin distinguir correctamente las funciones discretas involucradas.

Un ejemplo de esta interpretación se observa en las respuestas escritas del docente en formación a las preguntas 5 y 6 de la tarea, referidas al comportamiento de las funciones de área A(n) y perímetro

P(n) a lo largo de las iteraciones. El docente respondió que "la gráfica de A(n) es decreciente, en cambio la de P(n) es creciente" y que, al aumentar n, "el valor de A(n) es muy cercano a 0, en cambio el de P(n) tiende al infinito", tal como se aprecia en la Figura 2. Si bien estas respuestas capturan correctamente el comportamiento tendencial de ambas magnitudes, la referencia a "la gráfica" de A(n) y P(n) como curvas continuas evidencia que el docente no reconoce que dichas funciones están definidas sobre el conjunto de los números naturales. Esta interpretación, observable ya en la producción escrita, se confirmó durante la entrevista complementaria, como se detalla a continuación.

Figura 2 – Respuestas escritas del docente en formación a las preguntas 5 y 6 de la Tarea N°1


5. Considera un triángulo equilátero de lado 3 cm. Realiza un gráfico (puedes utilizar algún software para ello) de $A(n)$ y $P(n)$. ¿Qué sucede con la gráfica de $A(n)$? ¿y con $P(n)$?
6. Si n es un número muy grande. ¿Qué sucede con $P(n)$ y $A(n)$?

5.- La gráfica de A(n) es decreciente, en cambio la de P(n) es creciente.

6.- Cuando n es grande el valor de A(n) es muy cercano a 0, en cambio el de P(n) tiende al infinito.

Fonte: Elaboración propia.

La Tabla 4 sintetiza la comparación entre los objetos matemáticos esperables según la CE N°1 y los efectivamente movilizados por el docente en formación.

Tabla 4 – Comparación entre la Configuración Epistémica N°1 de referencia y la movilizada por el docente en formación

Objetos Matemáticos Primarios	Configuración Epistémica N°1 de las Tareas N°1 y N°2	Configuración Epistémica del Docente en Formación
Elementos lingüísticos	Expresiones algebraicas para expresar magnitudes de áreas y perímetros	Usa expresiones algebraicas y tabulación. No usa figuras geométricas, pero utiliza registro pictórico.
Conceptos y/ o definiciones	Nociones de números racionales e irracionales. Noción de infinito potencial. Noción de funciones discretas.	Usa racionales e irracionales. Usa infinito potencial e infinito actual. No distingue funciones discretas
Procedimientos	Fórmulas de áreas y perímetros. Tablas y gráficos de funciones discretas	Aplica fórmulas correctamente. Usa tablas y gráficos, pero los atribuye a funciones continuas
Propiedades/Proposiciones	Método de exhaución	Utiliza el método de exhaución.
Argumentos	Deductivos basados en las iteraciones de figuras geométricas. Deductivos basados en las gráficas de funciones que representan áreas y perímetros	Utiliza razonamientos deductivos al trabajar con las iteraciones de figuras geométricas, pero no distingue las funciones discretas

Fonte: Elaboración propia

De manera resumida, en la faceta epistémica el conocimiento del docente en formación se aproxima parcialmente a los criterios de idoneidad, es decir, moviliza algunos significados del límite y ciertas representaciones, pero muestra vacíos en la distinción entre funciones discretas y continuas, en el tránsito fundamentado entre representaciones y en la corrección de la creencia de que el límite equivale a la evaluación puntual de la función.

4.2 Idoneidad Cognitiva

Al ser consultado sobre si considera los conocimientos previos en su planificación, el docente en formación señaló reconocer la importancia de introducir el concepto de manera gradual y accesible, vinculándolo con situaciones cotidianas para facilitar la conexión con lo ya conocido. No obstante, no especificó cuáles son los conocimientos previos que los estudiantes deben tener para abordar el límite, como las propiedades de funciones, el valor absoluto o la noción de sucesión, que los indicadores de idoneidad cognitiva establecen como necesarios (Araya; Pino-Fan, 2023). Dicha ausencia de especificidad sugiere un conocimiento cognitivo en desarrollo, que reconoce la necesidad de partir de lo conocido, pero que carece de la sistematización requerida para una enseñanza idónea.

Respecto a la anticipación de errores, el docente en formación reconoció no haber tenido experiencia directa en la enseñanza del límite, lo que limita su capacidad para prever los conflictos de significado que los estudiantes suelen enfrentar, como la confusión entre el valor del límite y el valor de la función en un punto, o la dificultad para diferenciar el infinito potencial del actual. Dicha limitación es coherente con lo observado en sus propias producciones durante las tareas, donde se evidenciaron exactamente esos mismos conflictos conceptuales. Desde la perspectiva de la idoneidad cognitiva, la evidencia recogida en la entrevista y las tareas sugiere que el docente en formación aún no manifiesta la capacidad de anticipar y gestionar los errores más frecuentes asociados al objeto, lo que constituye una necesidad formativa relevante para su desarrollo profesional (Araya; Pino-Fan, 2023). Este hallazgo es coherente con lo documentado por Artigue (1995), quien señala que la enseñanza del límite centrada en técnicas algebraicas tiende a generar en los estudiantes (y, por extensión, en los docentes que se han formado bajo ese mismo modelo) una comprensión operativa que prioriza los procedimientos por sobre los significados conceptuales, dificultando precisamente la capacidad de anticipar y gestionar los errores de los aprendices.

4.3 Idoneidad Afectiva

El docente en formación evidenció una disposición favorable hacia una enseñanza contextualizada y motivadora, destacando la importancia de introducir el límite de manera amigable y a través de ejemplos de la vida cotidiana, como se observa en la Tabla 5:

Tabla 5 – Respuesta del docente en formación, Pregunta 2

Ent, 1; 2; 11-22	11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22	Yo creo que hay que saber introducir el concepto, tiene que ser de una forma amigable, porque si es que no es amigable, posiblemente a los estudiantes les genere rechazo, porque no es algo que se vea siempre, o que se trabaje siempre, se está trabajando en los electivos y a veces en los cursos, si no me equivoco creo que en cuarto medio, se aplica un poco, pero al ser algo que es nuevo, un contenido nuevo, yo creo que se tiene que hacer de forma amigable y quizás con ejemplos de la vida cotidiana, lo ideal es que se hagan muchos ejemplos de la vida cotidiana para que los estudiantes encuentren un sentido en el trabajo de límites, porque si es que solamente se realiza cálculo, sin ninguna actividad, es como fome entre comillas, desde mi punto de vista, ahora como no lo he aplicado no sabría responder a la pregunta en lo práctico.

Fonte: Elaboración propia

Esta aseveración se alinea con el indicador afectivo que recomienda estudiar el límite en conexión con problemas de la vida cotidiana y de otras disciplinas, con el fin de despertar el interés del estudiante (Artigue, 1995). Asimismo, al plantear situaciones problema, el docente en formación recordó espontáneamente la actividad con el Triángulo de Sierpinski desarrollada en su práctica profesional, señalando que "esa actividad igual es bastante llamativa para los estudiantes" (Ent. 1; 3; 15-16). Dicho recuerdo espontáneo evidencia una valoración de la dimensión motivacional del aprendizaje del límite, coherente con el indicador que propone estudiar el concepto por medio de problemas geométricos clásicos que promuevan el interés del estudiante (Araya; Pino-Fan, 2023). No obstante, el docente en formación no hace referencia explícita a estrategias para reducir la ansiedad o fortalecer la autoestima de los estudiantes frente a contenidos abstractos, aspectos que también forman parte de los indicadores de esta faceta.

4.4 Idoneidad Interaccional

El análisis de las respuestas de la entrevista muestra que el docente en formación tiene una visión incipiente de la interacción didáctica. Reconoce la importancia de que los estudiantes participen activamente de las actividades para que su aprendizaje sea significativo, pero no describe estrategias concretas de gestión de la interacción en el aula, como la organización de instancias de discusión, la formulación de preguntas que promuevan la argumentación matemática, o el diseño de evaluaciones formativas continuas. Los indicadores de idoneidad interaccional establecen que el docente en formación debe identificar las concepciones que emergen de los estudiantes y utilizarlas para reformular la enseñanza (Araya; Pino-Fan, 2023), capacidad que no se manifiesta en sus respuestas, lo que resulta esperable dada su escasa experiencia directa en el aula. Ésta es una de las facetas en que identificamos mayores necesidades formativas para el desarrollo de un CDM idóneo.

4.5 Idoneidad Mediacional

Al ser consultado sobre los recursos que utilizaría en su enseñanza, el docente mencionó explícitamente GeoGebra como herramienta para apoyar la visualización del comportamiento de funciones, mostrando una disposición favorable hacia su uso. Esto se muestra en el siguiente fragmento (Tabla 6):

Tabla 6 – Respuesta del docente en formación, Pregunta 11

Ent,1 ;11; 1-9	1 2 3 4 5 6 7 8 9	Yo utilizaría GeoGebra. Si no me equivoco, con GeoGebra se podría trabajar dentro de límites. También se podría usar, ya más que nada, como cuando los alumnos ya sepan, por ejemplo, quizás cuando ya hayan calculado. Creo que Symbolab también graficaba los límites, y creo que estoy casi 100% seguro que también. Entonces quizás esas aplicaciones ayudarían más que nada a ver la representación gráfica del límite a los estudiantes. Por el momento no se me ocurre nada que podría utilizar como dentro del contenido, sino solamente para la representación gráfica. Solamente se me ocurre en esas aplicaciones.

Fonte: Elaboración propia

Este reconocimiento se alinea con el indicador mediacional que establece la necesidad de fomentar el uso de software de geometría dinámica para promover la noción de límite de manera intuitiva en sus distintas representaciones (Caglayan, 2015). Dicha disposición es coherente, además, con su experiencia práctica en la resolución de las tareas, donde utilizó GeoGebra incluido en las actividades. No obstante, el docente en formación no describe cómo integraría el software en actividades específicas ni cómo gestionaría el tiempo para que los estudiantes transiten progresivamente de representaciones intuitivas hacia formas más formales, aspectos que los indicadores mediacionales señalan como necesarios para una enseñanza idónea del objeto matemático. Cabe señalar, además, que el uso de software como GeoGebra en la enseñanza del límite requiere una gestión didáctica consciente de sus limitaciones, por ejemplo, Caglayan (2015) señala que el software puede reforzar el pensamiento empírico de manera errónea, pues en su estudio el graficador dio la impresión de que una función podía evaluarse en un punto de discontinuidad, generando confusión en los estudiantes. Dicha advertencia resulta especialmente pertinente en el presente estudio, donde el docente en formación en el desarrollo de la actividad graficó funciones continuas en lugar de discretas apoyándose en GeoGebra, lo que ilustra que el uso del software sin una reflexión sobre el dominio de la función puede consolidar errores en lugar de resolverlos.

4.6 Idoneidad Ecológica

El docente en formación mostró conocimiento general sobre la ubicación curricular del límite en la enseñanza media chilena, señalando que el contenido "se trabaja en los electivos y a veces en los cursos, creo que en cuarto medio" (Ent. 1; 2; 14-15). Esta referencia, aunque imprecisa, indica una conciencia sobre el contexto curricular en que se enseña el objeto. Asimismo, al plantear situaciones problema de conexión interdisciplinar, el docente propuso vincular el límite con el crecimiento bacteriano en biología, como se muestra en la Tabla 7:

Dicha propuesta se alinea con el indicador ecológico que sugiere utilizar el límite para dar respuesta a problemas contextualizados a otras disciplinas (Araya; Pino-Fan, 2023). No obstante, la actividad planteada carece de precisión matemática en su formulación y no establece explícitamente cómo la noción de límite emerge de la situación propuesta. Asimismo, el docente en formación no hace referencia a las conexiones verticales del límite con otros objetos del currículo como la derivada, la continuidad o la integral, conexiones que los indicadores ecológicos señalan como necesarias para una enseñanza coherente con el currículo de matemáticas (MINEDUC, 2021b; Araya; Pino-Fan, 2023).

Tabla 7 – Respuesta del docente en formación, Pregunta 4

Ent.1; 4; 1-9	1 2 3 4 5 6 7 8	Lo podría asociar quizás con, no sé si biología se podría trabajar, por ejemplo, esto que siempre se dice del crecimiento exponencial de los virus, yo creo que ahí se podría realizar quizás un trabajo con los límites, por ejemplo, se podría hacer, no estoy muy seguro, pero quizás se podría hacer un 2 elevado a x, o 2 elevado a n, cosa que mientras más va creciendo el x, debería ir creciendo también el virus. O las bacterias realmente, y eso quizás se podría asociar un poco a biología, es como lo único que se me ocurre, la verdad.

Fonte: Elaboración propia

Dicha limitación es especialmente relevante en el contexto chileno, donde los estándares de formación docente (MINEDUC, 2021a) exigen explícitamente que el futuro profesor sea capaz de vincular el límite con los conceptos de continuidad, derivabilidad y series, conectando sus representaciones gráficas y algebraicas.

Conclusiones

Este estudio se orientó a responder la pregunta: ¿en qué medida el Conocimiento Didáctico-Matemático de un docente en formación se aproxima a los criterios de Idoneidad Didáctica para la enseñanza del límite de funciones en una variable? El análisis de la entrevista semiestructurada y de las producciones escritas en la Tarea N°1, organizado en función de las seis facetas de la Idoneidad Didáctica propuestas por Araya e Pino-Fan (2023), permite formular las siguientes conclusiones.

En primer lugar, el CDM del docente en formación, tal como se manifiesta en la entrevista y en las tareas resueltas, se aproxima de manera parcial y heterogénea a los criterios de idoneidad según la faceta analizada. Las facetas afectiva y mediacional presentan mayor cobertura: el docente en formación evidencia disposición para contextualizar el aprendizaje del límite en situaciones de la vida cotidiana y reconoce el valor de recursos como GeoGebra para promover la comprensión visual del concepto. Dichas disposiciones son coherentes con los indicadores de idoneidad afectiva y mediacional que establecen la necesidad de vincular el objeto matemático con contextos motivadores y emplear tecnologías que faciliten el tránsito entre representaciones (Araya; Pino-Fan, 2023). No obstante, en ambas facetas el conocimiento permanece en el plano de la intención, sin concretarse en estrategias didácticas específicas ni en una gestión fundamentada del tiempo y de los recursos disponibles.

En segundo lugar, la faceta epistémica, que constituye el núcleo analítico del estudio, revela una tensión entre los conocimientos que el docente en formación demuestra y los que los criterios de idoneidad establecen como necesarios. Por un lado, el participante identifica la distinción entre funciones discretas y continuas en el plano conceptual, moviliza el método de exhaución y construye argumentos deductivos a partir de iteraciones geométricas, aspectos que se alinean con indicadores epistémicos vinculados al significado histórico del límite como proceso de aproximación (Cornu, 1991; Sierpinska, 1985; Araya; Pino-Fan, 2023). Por otro lado, persiste una concepción errónea central: el docente en formación confunde la evaluación puntual de una función con el comportamiento tendencial del límite, creencia que los indicadores epistémicos identifican explícitamente como obstáculo a superar en la enseñanza del objeto (Araya; Pino-Fan, 2023). A esto se suma la dificultad para distinguir entre

funciones discretas y continuas al resolver las tareas, lo que genera una discrepancia entre el objeto matemático en estudio y las representaciones empleadas. Dichos hallazgos coinciden con lo reportado por Vrancken *et al.* (2015) y Engler *et al.* (2007), quienes documentan que estas mismas concepciones erróneas son frecuentes tanto en estudiantes como en docentes en formación.

En tercer lugar, las facetas cognitiva, interaccional y ecológica presentan los mayores déficits respecto a los criterios de idoneidad. El docente en formación reconoce la importancia de considerar los conocimientos previos de los estudiantes y de anticipar sus dificultades, pero no especifica cuáles son esos conocimientos ni describe estrategias concretas para gestionar los errores frecuentes asociados al límite, como la confusión entre infinito potencial y actual o la identificación de los límites laterales. En la faceta interaccional, el docente en formación no describe instancias de argumentación matemática compartida ni mecanismos de evaluación formativa. En la faceta ecológica, su referencia al currículo es imprecisa y no establece las conexiones verticales del límite con la derivada, la continuidad o la integral, que los estándares de formación docente chilenos exigen explícitamente (MINEDUC, 2021a). Dichas limitaciones son coherentes con lo señalado por García *et al.* (2018), quienes documentan que los docentes en formación de matemática en contextos latinoamericanos presentan dificultades para articular el conocimiento disciplinar con una práctica didáctica sistemática.

Desde la perspectiva de la Idoneidad Didáctica como herramienta analítica del EOS, los resultados de este estudio de caso muestran que el CDM del participante se encuentra en una etapa de desarrollo inicial, caracterizada por la coexistencia de intuiciones pertinentes y vacíos conceptuales significativos en todas las facetas analizadas. Dicha constatación tiene implicaciones directas para la formación inicial docente: los programas de pedagogía en matemática deben incorporar, de manera explícita, instancias que promuevan el análisis de los criterios de idoneidad didáctica como herramienta reflexiva sobre la propia práctica, de modo que los futuros profesores no solo dominen el contenido matemático del límite, sino que también desarrollen la capacidad de valorar y mejorar la calidad didáctica de los procesos de instrucción que diseñan e implementan.

No obstante, los hallazgos de este estudio deben interpretarse considerando sus limitaciones. En primer lugar, se trata de un estudio de caso único, de modo que sus resultados no son generalizables a la población de docentes en formación, sino que ofrecen una comprensión situada y en profundidad del CDM del participante. En segundo lugar, el análisis se sustenta en el conocimiento que el docente declara y moviliza en una entrevista y en producciones escritas, y no en la observación de su práctica de aula; por ello, las valoraciones formuladas se refieren al conocimiento didáctico-matemático expresado por el participante y no permiten inferir cómo este se traduce en la enseñanza efectivamente implementada. Estas limitaciones acotan el alcance de las conclusiones y, al mismo tiempo, orientan las proyecciones del estudio.

Finalmente, este estudio aporta evidencia empírica sobre la utilidad de los criterios de Idoneidad Didáctica de Araya e Pino-Fan (2023) como instrumento de análisis del CDM en el contexto de la formación inicial docente en Chile, contribuyendo a una línea de investigación poco explorada en la región. Futuras investigaciones podrían ampliar la muestra a varios docentes en formación para identificar patrones comunes en el desarrollo del CDM respecto al límite, e incorporar la observación directa

de clases para examinar cómo el conocimiento expresado en las entrevistas se traduce en prácticas pedagógicas reales de aula.

Referências

ARAYA, Daniela Andrea. **Diseño de tareas sobre los significados parciales de la noción de límite en funciones de una variable**. 2022. Tesis (Doctorado en Educación Matemática) – Departamento de Ciencias Exactas, Universidad de Los Lagos, Osorno. Disponível em: http://edumat.ulagos.cl/wp-content/uploads/2022/08/Tesis-Doctorado-Daniela-Araya-Bastias_2022.pdf. Acesso em: 17 jul. 2026. Citado 8 vezes nas páginas 6–9, 11.

ARAYA, Daniela Andrea; GONZÁLEZ, María Aracelly; SÁNCHEZ, Natividad Adriana; PARRA, Yocelyn Estefanía; PINO-FAN, Luis Roberto. Partial meanings that a teacher mobilizes for learning limits at the school level. **Revista de Gestão**, v. 18, n. 11, e09642, 2024. DOI: 10.24857/rgsa.v18n11-043. Citado 1 vez na página 2.

ARAYA, Daniela Andrea; PINO-FAN, Luis Roberto. Componentes e indicadores para el diseño y reflexión de procesos de instrucción de límites de funciones en una variable. **Revista Paradigma**, v. XLIV, Edición Temática: EOS. Questões e Métodos, p. 409–426, 2023. Citado 30 vezes nas páginas 2, 4, 5, 8–11, 13–17.

ARAYA, Daniela Andrea; PINO-FAN, Luis Roberto; MEDRANO, Iván Guillermo; CASTRO, Walter Fernando. Epistemic criteria for designing limit tasks on a real variable function. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 35, n. 69, p. 179–205, 2021. DOI: 10.1590/1980-4415v35n69a09. Citado 1 vez na página 2.

ARTIGUE, Michèle. La enseñanza de los principios del cálculo: problemas epistemológicos, cognitivos y didácticos. In: GÓMEZ, Pedro (ed.). **Ingeniería didáctica en educación matemática**. México: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995. p. 97–140. Citado 4 vezes nas páginas 2, 10, 13, 14.

BEYENE, Abreham Kahsay. **Obstacles to students' learning of the limit concept: A comparative study**. 2023. Tesis (Doctorado) – Stockholm University, Stockholm. Disponível em: https://diva-portal.org/smash/record.jsf?pid=diva2:1805437. Acesso em: 17 jul. 2026. Citado 1 vez na página 2.

BLÁSQUEZ, Sonia; ORTEGA, Tomás. Los sistemas de representación en la enseñanza del límite. **Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa**, v. 9, n. 2, p. 189–210, 2006. Citado 1 vez na página 10.

CAGLAYAN, Günhan. Math majors' visual proofs in a dynamic environment: the case of limit of a function and the - definition. **International Journal of Mathematical Education in Science and Technology**, v. 46, n. 6, p. 797–823, 2015. DOI: 10.1080/0020739X.2014.1000988. Citado 2 vezes na página 15.

CARPES, Patrícia Pujol Goulart; BISOGNIN, Eleni. A Formação Continuada de Professores na perspectiva dos Conhecimentos Didáticos Matemáticos. **Revemop**, Ouro Preto, v. 3, e202111, 2021. DOI: 10.33532/revemop.e202111. Citado 1 vez na página 4.

CORNU, Bernard. Limits. In: TALL, David (ed.). **Advanced mathematical thinking**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991. p. 153–166. DOI: 10.1007/0-306-47203-1_9. Citado 3 vezes nas páginas 2, 10, 16.

CRESWELL, John W.; POTH, Cheryl N. **Qualitative inquiry and research design: Choosing among five approaches**. 4. ed. Thousand Oaks: SAGE Publications, 2018. Citado 1 vez na página 6.

DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna S. (ed.). **The SAGE handbook of qualitative research**. 5. ed. Thousand Oaks: SAGE Publications, 2018. Citado 1 vez na página 6.

DEULOFEU, Jordi. El lenguaje de las gráficas cartesianas y su interpretación en la representación de situaciones discretas. **CL&E: Comunicación, Lenguaje y Educación**, n. 11-12, p. 77–86, 1991. Citado 1 vez na página 11.

DÍAZ CORDERO, Adriana; BADÍA ALBANÉS, Valentina. Dificultades en la comprensión del concepto límite funcional en estudiantes de Química. **Alternativas**, v. 23, n. 3, p. 21–30, 2022. DOI: 10.23878/alternativas.v23i3.412. Citado 1 vez na página 2.

ENGLER, Adriana; VRANCKEN, Silvia; HECKLEIN, Marcia; MÜLLER, Daniela. Dificultades en la comprensión del concepto de límite. **Educación Matemática**, México, v. 19, n. 1, p. 5–29, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 2, 17.

FERNÁNDEZ, Ceneida; MORENO, Mar; SÁNCHEZ-MATAMOROS, Gloria. Prospective secondary teachers' noticing of students' thinking about the limit concept: Pathways of development. **ZDM – Mathematics Education**, v. 56, p. 1137–1151, 2024. DOI: 10.1007/s11858-024-01573-z. Citado 2 vezes na página 2.

FLICK, Uwe. **An introduction to qualitative research**. 6. ed. London: SAGE Publications, 2018. Citado 1 vez na página 6.

GARCÍA, Francisco; LIZANO, José; ALFARO, Ana; ORTIZ, Ronny. El cálculo diferencial e integral en una variable en la formación inicial de docentes de matemática en Costa Rica. **Revista Educación**, San José, v. 20, p. 1–24, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 2, 17.

GODINO, Juan D. Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. **Unión. Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, n. 20, p. 13–31, 2009. Citado 2 vezes na página 3.

GODINO, Juan D. Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**, San José, n. 11, p. 111–132, 2013. Citado 5 vezes nas páginas 2–4.

GODINO, Juan D.; BATANERO, Carmen; BURGOS, María; GEA, María Magdalena. Uma perspectiva ontosemiótica dos problemas e métodos de pesquisa em educação matemática. **Revemop**, v. 3, e202107, 2021. DOI: 10.33532/revemop.e202107. Citado 1 vez na página 2.

GODINO, Juan D.; BATANERO, Carmen; FONT, Vicenç. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM – The International Journal on Mathematics Education**, v. 39, n. 1–2, p. 127–135, 2007. DOI: 10.1007/s11858-006-0004-1. Citado 2 vezes nas páginas 2, 6.

GODINO, Juan D.; GIACOMONE, Belén; CAJARAVILLE, José Antonio; FONT, Vicenç. Conocimiento didáctico-matemático del profesor: avances y retos actuales. **Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado**, Granada, v. 23, n. 3, p. 103–126, 2019. DOI: 10.30827/profesorado.v23i3.11773. Citado 1 vez na página 3.

HERNÁNDEZ SAMPIERI, Roberto; FERNÁNDEZ COLLADO, Carlos; BAPTISTA LUCIO, Pilar. **Metodología de la investigación**. 6. ed. México: McGraw-Hill, 2016. Citado 1 vez na página 7.

HITT, Fernando. Difficulties in the articulation of different representations linked to the concept of function. **Journal of Mathematical Behavior**, v. 17, n. 1, p. 123–134, 1998. Citado 1 vez na página 2.

MALET, Omar; GIACOMONE, Belen; REPETTO, Ana María. La Idoneidad Didáctica como herramienta metodológica: desarrollo y contextos de uso. **Revemop**, Ouro Preto, v. 3, e202110, 2021. DOI: 10.33532/revemop.e202110. Citado 1 vez na página 4.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE [MINEDUC]. **Estándares de la profesión docente: Carreras de pedagogía en matemática, educación media**. Santiago, 2021. Disponível em: https://estandaresdocentes.mineduc.cl/wp-content/uploads/2021/08/Matematica-Media.pdf. Acesso em: 17 jul. 2026. Citado 3 vezes nas páginas 2, 16, 17.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DE CHILE [MINEDUC]. **Programa de Estudio Tercer o Cuarto Año Medio Formación Diferenciada Matemática: Límites, Derivadas e Integrales**. Santiago, 2021. Versión web. Disponível em: https://www.curriculumnacional.cl/614/articles-175842_programa.pdf. Acesso em: 17 jul. 2026. Citado 2 vezes nas páginas 6, 15.

MUNYARUHENGERI, Jean Pierre Aloys; UMUGIRANEZA, Odette; NDAGIJIMANA, Jean Baptiste; HAKIZIMANA, Théoneste. Students' misconceptions and difficulties with learning limits and the continuity of functions at selected Rwandan secondary schools. **International Journal of Education and Practice**, v. 12, n. 2, p. 467–482, 2024. DOI: 10.18488/61.v12i2.3719. Citado 1 vez na página 2.

PINO-FAN, Luis Roberto; GODINO, Juan D. Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. **PARADIGMA**, v. 36, n. 1, p. 87–109, 2015. Citado 4 vezes na página 3.

PINO-FAN, Luis Roberto; GODINO, Juan D.; FONT, Vicenç. Una propuesta para el análisis de las prácticas matemáticas de futuros profesores sobre derivadas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 29, n. 51, p. 60–89, 2015. DOI: 10.1590/1980-4415v29n51a04. Citado 1 vez na página 2.

SIERPINSKA, Anna. Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 6, n. 1, p. 5–67, 1985. Citado 2 vezes nas páginas 2, 16.

STAKE, Robert E. **The art of case study research**. Thousand Oaks: SAGE Publications, 1995. Citado 4 vezes nas páginas 5, 6.

VRANCKEN, Silvia; ENGLER, Adriana; MÜLLER, Daniela; HECKLEIN, Marcia. La comprensión del concepto de límite en futuros profesores de matemática. **Revista Educación Matemática**, México, v. 27, n. 1, p. 59–82, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 2, 17.

WELDEANA, Habtamu Nigusse; SBHATU, Desta Berhe; BERHE, Gebre Teame. Freshman STEM students' misconceptions in a basic limit theorem of lim*→* (sin x)/x. **Heliyon**, v. 9, n. 12, e22359, 2023. DOI: 10.1016/j.heliyon.2023.e22359. Citado 1 vez na página 2.

YIN, Robert K. **Case study research and applications: Design and methods**. 6. ed. Thousand Oaks: SAGE Publications, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 5, 8.

Apêndice – Detalhes Editoriais

Histórico

Submetido: 01/03/2026
Aprovado: 10/07/2026
Publicado: 18/07/2026

Como citar esse artigo (ABNT)

ARANDA, Constanza Ayleen; ARAYA, Daniela Andrea; SÁNCHEZ, Nicolás Andrés . Análisis del Conocimiento Didáctico-Matemático de un docente en formación sobre el límite de funciones con Criterios de Idoneidad Didáctica. **Revemop**, Ouro Preto/MG, v. 8, e2026018, 2026. https://doi.org/10.33532/revemop.e2026018

Como citar esse artigo (APA)

Aranda, C. A., Araya, D. A., & Sánchez , N. A. (2026). Análisis del Conocimiento Didáctico-Matemático de un docente en formación sobre el límite de funciones con Criterios de Idoneidad Didáctica. *Revemop*, *8*, e2026018. https://doi.org/10.33532/revemop.e2026018

Financiamento

Não se Aplica.

Conflito de Interesse

Os autores declararam não haver nenhum conflito de interesse de ordem pessoal, comercial, acadêmica, política de financeira referente a este artigo.

Contribuição dos Autores

Resumo/Abstract/Resumen: Constanza Ayleen Aranda Matus, Daniela Andrea Araya Bastias, Nicolás Andrés Sánchez Acevedo; **Introdução ou Considerações iniciais:** Constanza Ayleen Aranda Matus, Daniela Andrea Araya Bastias, Nicolás Andrés Sánchez Acevedo; **Referencial teórico:** Constanza Ayleen Aranda Matus, Daniela Andrea Araya Bastias, Nicolás Andrés Sánchez Acevedo; **Metodologia:** Constanza Ayleen Aranda Matus, Daniela Andrea Araya Bastias, Nicolás Andrés Sánchez Acevedo; **Análise de dados:** Constanza Ayleen Aranda Matus, Daniela Andrea Araya Bastias, Nicolás Andrés Sánchez Acevedo; **Discussão dos resultados:** Constanza Ayleen Aranda Matus, Daniela Andrea Araya Bastias, Nicolás Andrés Sánchez Acevedo; **Conclusão ou Considerações finais:** Constanza Ayleen Aranda Matus, Daniela Andrea Araya Bastias, Nicolás Andrés Sánchez Acevedo; **Referências:** Constanza Ayleen Aranda Matus, Daniela Andrea Araya Bastias, Nicolás Andrés Sánchez Acevedo; **Revisão do manuscrito:** Constanza Ayleen Aranda Matus, Daniela Andrea Araya Bastias, Nicolás Andrés Sánchez Acevedo; **Aprovação da versão final publicada:** Constanza Ayleen Aranda Matus, Daniela Andrea Araya Bastias, Nicolás Andrés Sánchez Acevedo.
CRediT – Taxonomia de Papéis de Colaborador – https://credit.niso.org/.

Direitos Autorais

Os direitos autorais são mantidos pelos autores, os quais concedem à **Revemop** os direitos exclusivos de primeira publicação. Os autores não serão remunerados pela publicação de trabalhos neste periódico. Os autores têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicado nesta revista (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial nesta revista. Os editores da **Revemop** têm o direito de realizar ajustes textuais e de adequação às normas da publicação.

Open Access

Este artigo é de acesso aberto (***Open Access***) e sem cobrança de taxas de submissão ou proces-samento de artigos dos autores (***Article Processing Charges – APCs***). O acesso aberto é um amplo movimento internacional que busca conceder acesso online gratuito e aberto a informações acadêmicas, como publicações e dados. Uma publicação é definida como 'acesso aberto' quando não existem barreiras financeiras, legais ou técnicas para acessá-la, ou seja, qualquer pessoa pode ler, baixar, copiar, distribuir, imprimir, pesquisar ou usá-la na educação ou de qualquer outra forma dentro dos acordos legais

Licença de Uso

Este artigo é licenciado sob a Licença **Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional (CC BY 4.0)**. Esta licença permite compartilhar, copiar, redistribuir o artigo em qualquer meio ou formato. Além disso, permite adaptar, remixar, transformar e construir sobre o material, desde que seja atribuído o devido crédito de autoria e publicação inicial nesta revista.

Verificação de Similaridade

Este artigo foi submetido a uma verificação de similaridade utilizando o software de detecção de texto ***iThenticate*** da Turnitin, através do serviço ***Similarity Check da Crossref***.

Processo de Avaliação

Revisão por Pares Duplo-Cega (***Double blind peer review***)

Avaliadores

Dois pareceristas *ad hoc* avaliaram este artigo e não autorizaram a divulgação dos seus nomes.

Editores

Prof. Dr. Douglas da Silva Tinti
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Ouro Preto, Minas Gerais, Brasill.

Editores Associados

Prof. Dr. Edmilson Minoru Torisul
Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil.

Prof. Dr. José Fernandes da Silva
Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia de Minas Gerais ((IFMG), Campus São João Evangelista, Minas Gerais, Brasil