

# Dispersão de Material Impactante em Meio Aquático: Modelagem Matemática, Aproximação Numérica e Simulação Computacional de um Estudo de Caso

Manoel Fernando Biagioni Prestes<sup>1</sup>, João Frederico da Costa Azevedo Meyer<sup>2</sup>  
IMECC - UNICAMP, 13.083-859, Campinas, SP. - Brasil.

**Resumo:** Este artigo visa criar um instrumental numérico para descrever o comportamento evolutivo de manchas de material impactante em represas ou lagos de pouca profundidade, e apresenta um estudo de caso numa região de lazer em Campinas, SP, a Lagoa do Taquaral. Para a modelagem deste fenômeno utilizou-se a equação diferencial parcial clássica de Difusão-Advecção, tradicionalmente empregada na modelagem de fenômenos deste gênero, com condições de contorno ditas de Robin. Resultados aproximados são obtidos no caso abordado usando o Método das Diferenças Finitas no espaço e Crank-Nicolson no tempo, com os resultados numéricos, expressos na forma de saídas gráficas ilustrativas.

**Palavras-chave:** Impacto ambiental; EDP de Difusão-Advecção; Diferenças Finitas; Crank-Nicolson; Simulação computacional.

## 1. INTRODUÇÃO

A preocupação com a proteção ambiental vem ganhando, cada vez mais, um papel relevante no cenário mundial, principalmente nestas últimas décadas, tendo como marco a realização da Conferência Mundial ocorrida no Brasil a Rio-92 e mais contemporaneamente através do Protocolo de Quioto. (*cf.* DINIZ *op. cit.*). Esta atenção não se concentra apenas em meios rurais, mas inclui, em muitas cidades, um cuidado com áreas urbanas de lazer (parques), com especial atenção nas lagoas ou represas, sendo estes corpos aquáticos sujeitos a impactos ambientais em função de atividades antrópicas urbanas, e que impedem uma utilização adequada pela população circundante das comunidades. Neste contexto buscamos criar instrumentos computacionais de aproximação numérica capaz de descrever aproximadamente a evolução de material impactante em meio aquático considerado como bidimensional por ter pouca profundidade. Tais instrumentos, além da mencionada descrição evolutiva, permitem estudar e analisar computacionalmente estratégias propostas como possíveis mecanismos de contingência, de recuperação e de preservação, capazes de simular tais ações anteriormente à sua experimentação *in loco*. Há trabalhos considerados como clássicos, que seguem esta direção, alguns dos que podem e devem ser citados são: NIHOUL, J. e JORGENSEN, S.E., que estabeleceram trabalhos pioneiros e que influenciam a maioria das pesquisas hoje em andamento.

Neste trabalho, o vento é considerado como principal componente gerador do fenômeno advectivo de transporte superficial de manchas de poluição (POFFO, I.R.F.). O estudo de caso apresentado e o código do programa devem possibilitar que este mesmo instrumental seja usado em outras situações. Assim, o foco deste trabalho concentra-se em uma represa denominada Lagoa do Taquaral em Campinas, SP, uma área de lazer tradicional da região e que sofre sobretudo o impacto de poluentes urbanos domésticos que lhe chegam pelas vias pluviais da urbanização em seu entorno.

<sup>(1)</sup> ra919008.ime@unicamp.br

<sup>(2)</sup> joni.ime@unicamp.br

## 2. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A área em estudo (*vide* Fig.1) pertence à Bacia Hidrográfica do ribeirão das Anhumas, que é constituída por diversas sub-bacias, canais fluviais, lagos, lagoas e represas. De acordo com a Resolução CONAMA nº 20 de 18/06/1986, que dispõe sobre a classificação das águas doces em função do uso preponderante, o ribeirão possui a pior classificação atribuída a um corpo d'água e se enquadra na classe 4 desse documento normativo. Uma grave consequência disto é o fato do ribeirão vir a desaguar no Rio Atibaia, na confluência com o ribeirão das Pedras, seu afluente. (*cf.* DAGNINO, R. S., (2007)). Segundo pesquisa, o ribeirão das Anhumas é responsável por cerca de 50% da carga orgânica doméstica que chega ao Rio Atibaia, o que faz dele o maior poluidor individual desse rio DAGNINO (*op. cit.*), sendo este último destinado totalmente à captação e ao abastecimento de água em Campinas. Contudo, essa situação do Ribeirão das Anhumas vem sendo gradativamente minorada, em decorrência da inauguração em 2 de fevereiro de 2007 da ETE - Estação de Tratamento de Esgoto das Anhumas, considerada a maior do interior do país.

A lagoa do Taquaral, resultado do represamento de um córrego, situa-se numa depressão relativamente à urbanização em toda a sua volta (exceto, evidentemente, na saída da represa). Assim, as galerias pluviais, recebendo o descarte urbano doméstico, este acaba chegando à Lagoa via redes pluviais, uma situação extremamente prejudicial à Lagoa em si, contribuindo ainda, para o impacto no ribeirão das Anhumas para onde corre o deságue da Lagoa, corroborando de certa forma, para agravar a situação crítica do rio Atibaia.

Acreditamos ser necessário disponibilizar às autoridades envolvidas com este quadro um instrumental matemático adequado no auxílio de procedimentos estratégicos tanto emergenciais quanto no planejamento de políticas públicas, permitindo simular numérica e computacionalmente ações de correção sejam a curto ou a longo prazo, antes de se proceder a experimentações na própria Lagoa.



Figura 1 - Imagem de Satélite da Lagoa Isaura Alves Telles de Lima, 2008 (*Google Earth*)

## 3. O MODELO MATEMÁTICO

Há algum tempo que se tem adotado modelos clássicos de difusão e advecção para simular um comportamento evolutivo de manchas de poluentes em meios aquáticos. Adotando conceitos e proposituras de EDELSTEIN-KESHET, L. (1988), MARCHUCK, G.I. (1986) e OKUBO, A. (1980)), apresentamos uma modelagem matemática para esta situação usando uma equação a derivadas parciais parabólica, conforme outros membros do mesmo grupo de pesquisa (OLIVEIRA, R.F., SOSSAE, R.C., WOLMUTH, L., SALVATIERRA, INFORZATO, N.F. e, mais recentemente, como em POLETTI e MEYER), porém com um tratamento específico na condição de contorno.

Iremos considerar como domínio da função concentração a superfície da lagoa construindo-se em um conjunto aberto, não-vazio, limitado e de fronteira suficientemente regular. Denotamos este domínio como sendo  $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ . Optamos por um domínio bidimensional em função da dimensão da Lagoa, já que suas dimensões horizontais são da ordem de pelo menos centenas de metros, enquanto que sua profundidade é da ordem de, no máximo, alguns poucos metros. Além disto, muitos dos poluentes na situação descrita, ditos organoclorados, são superficiais, o que levou os autores a não optarem por uma estratégia de estudo e quantificação do poluente também na coluna d'água.

Iremos denotar por  $C(t, x, y)$  a concentração de um poluente num instante  $t \in I = (0, t]$  e num ponto  $(x, y) \in \Omega$ . Assim, para descrever o fenômeno de difusão efetiva (na linha de MARCHUK e OKUBO op.cit), advecção, decaimento e na presença de fontes – precisamente as diversas saídas de redes pluviais locais – temos a seguinte equação parabólica a derivadas parciais:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \text{div}(\alpha \nabla C) - \text{div}(C \mathbf{V}) - \sigma C + f, \quad t \in I \text{ e } (x, y) \in \Omega \quad . \quad (3.1)$$

Aqui, temos:

- (i)  $\alpha$ , a difusibilidade do poluente, considerada constante em  $\Omega$ . Consequentemente a equação (3.1) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha \Delta C - \mathbf{V} \cdot \nabla C - \sigma C + f, \quad t \in I \text{ e } (x, y) \in \Omega. \quad (3.2)$$

com  $C(x, y, 0) = C_0(x, y), (x, y) \in \Omega$ , dado.

A difusão efetiva é considerada nesta opção de modelo com as dimensões de área por tempo ou, para o caso estudado, em km/hora.

- (ii) Para o vetor descritivo da advecção iremos utilizar as direções predominantes de ventos locais.

A imposição do  $\text{div}[\mathbf{V}] = 0$  é, pois, satisfeita, sendo o campo de velocidade caracterizado como:  $\mathbf{V} = \langle u, v \rangle$  de componentes constantes.

(iii) A degradação, dada na equação pelo termo  $C$  descreve de modo amplo aquela parte da substância poluente que reage com o meio externo, excluindo-se do cenário durante o processo e isto pode ocorrer de diversos modos, tais como: a reação com a biota (biotransformação e biodegradação), o decaimento por efeito da luz (fotodegradação), a perda para o sedimento ou, ainda, a evaporação (cf. POLETTI E.C.C. op. cit). Iremos supor que esta taxa de decaimento varia linearmente com a presença do poluente  $C(x, y, t)$ .

- (iv) Em termos de fonte, iremos considerar os locais (pontuais) por onde ocorre o ingresso de poluentes na Lagoa, que são as saídas (emissários) da rede pluvial e, assim,  $f = f(x, y), (x, y) \in \mathbb{R}^2$ .<sup>(1)</sup>

O ingresso de poluentes por escoamento pelas margens da Lagoa será modelado com o uso de condições de contorno adequadas.

<sup>(1)</sup> As fontes serão dadas em concentração de poluente por tempo, consideradas qualitativa e comparativamente, em função de observação *in loco*.

## 4. CARACTERIZAÇÃO E DESCRIÇÃO DO DOMÍNIO

A partição bidimensional do domínio foi realizada de modo a contemplar, da melhor forma possível, a irregularidade física na fronteira do corpo d'água considerado, dadas às limitações da malha para o Método.

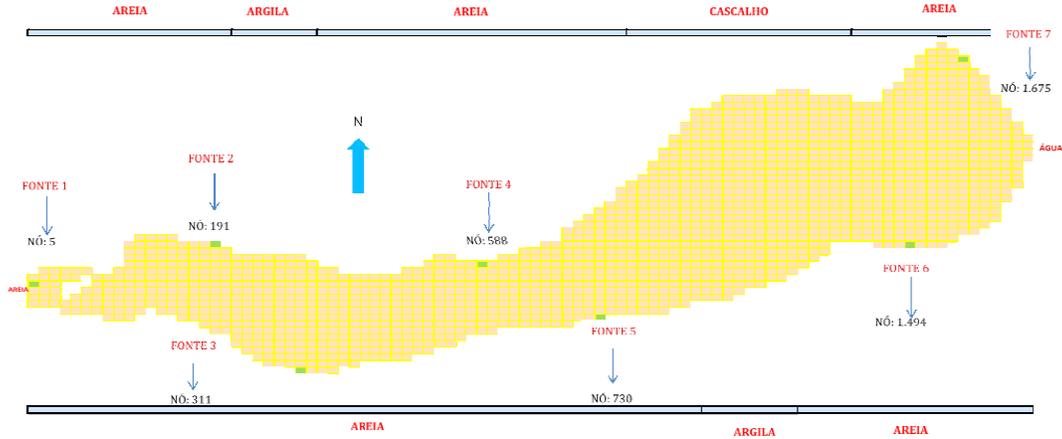


Figura 2 (Ilustração do domínio, características de solo na fronteira e possíveis fontes pontuais de material impactante)

Na figura 2, temos não só a aproximação geométrica da Lagoa, mas também se indicam o tipo de margem e a localização das fontes poluidoras, de que emanam sempre o mesmo material impactante como já foi afirmado. Ora, isto implica no uso de condições de contorno que possam adequadamente modelar a perda de uma parte (em número puro) do poluente para as margens, descrita através dos respectivos coeficientes de absorção que variam conforme o tipo de solo presente (areia, argila e cascalho). Há, ainda, que se considerar a perda através do vertedouro da represa, seu deságue.

As condições mais gerais (identificadas como condições de fronteira de Robin) são dadas por

$$-\alpha \frac{\partial C}{\partial \eta} + b \cdot C = 0, \text{ para } (x, y) \in \partial\Omega \text{ e } \forall t \in I, \text{ ou seja,}$$

$$-\alpha \left. \frac{\partial C}{\partial \eta} \right|_{\partial\Omega} = k \cdot C \Big|_{\partial\Omega}, \quad \forall t \in (0, T) \text{ onde}$$

$\eta$ : representa a normal externa à fronteira e  $k=k_i^{(2)}$ , representa o índice de absorção do poluente em  $\Gamma_i$ ,  $i=1, 2, 3, 4$  que varia conforme o solo considerado, respectivamente: areia, argila e cascalho (cf. MOTA, F.S e PEJON, O.P. *in* 14º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA e SOARES, M.D., PINHEIRO, R.B.J., TAVARES, I.S. *in* Notas de Aula de Mecânica dos Solos). Há, ainda, o vertedouro da Lagoa (denominado  $\Gamma_4$ ), onde há o deságue e a perda de poluentes é integral.

<sup>(2)</sup> Por coerência com as dimensões, o parâmetro  $k$  deve ser considerado como sendo a fração de poluente (número puro) / distância.

## 5.1 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL - Método das Diferenças Finitas

A opção de discretização foi pelo Método de Diferenças Finitas centradas para as variáveis espaciais e Crank-Nicolson para o tempo.

Assim, para  $C(x_i, y_j, t_n) \cong C_{i,j}^{(n)}$ , teremos no nó  $(x_i, y_j)$ :

$$\frac{\partial C^2}{\partial x^2}(x_i, y_j, t_n) \cong \frac{C_{i-1,j}^{(n)} - 2C_{i,j}^{(n)} + C_{i+1,j}^{(n)}}{\Delta x^2} \quad e \quad (5.1)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x}(x_i, y_j, t_n) \cong \frac{C_{i+1,j}^{(n)} - C_{i-1,j}^{(n)}}{2\Delta x} \quad (5.2)$$

com aproximações análogas nas ordenadas, obtendo fórmulas de segunda ordem em  $x$  e em  $y$ .

## 5.2 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL - Método de Crank-Nicolson

Semelhantemente no procedimento de Crank-Nicolson (também de ordem 2) usamos

$$\frac{\partial C}{\partial t}(x_i, y_j, t_n + \frac{\Delta t}{2}) \cong \frac{C_{i,j}^{n+1} - C_{i,j}^n}{\Delta t} \quad e \quad (5.3)$$

$$C_{i,j}^{n+1/2} \cong \frac{C_{i,j}^{(n)} + C_{i,j}^{(n+1)}}{2} \quad (5.4)$$

## 5.3 PROCEDIMENTOS NUMÉRICOS

Na construção de soluções aproximadas para a equação diferencial parcial (3.2), deve-se primeiramente efetuar a discretização do domínio e, para isso, foi introduzida uma malha de nós  $(x_i, y_j)$  sobre a qual se vai definida a solução aproximada.

Assim, seja  $(x_i, y_j) \in \Omega$  o conjunto de pontos onde a equação (3.2) está definida e seja  $\partial\Omega = \Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4$  a fronteira do domínio, correspondendo respectivamente a argila, areia, cascalho e ao vertedouro (deságue).

Nas figuras 3 e 4, podem ser identificados tantos os pontos da malha interiores de parte do domínio próximas à nascente quanto ao vertedouro. Da localização das fontes poluidoras na figura 2 obtemos os nós correspondentes às 7 fontes ( $f_i$  com  $i=1,2,\dots,7$ ): respectivamente 5, 191, 311, 588, 730, 1.494 e 1.675.

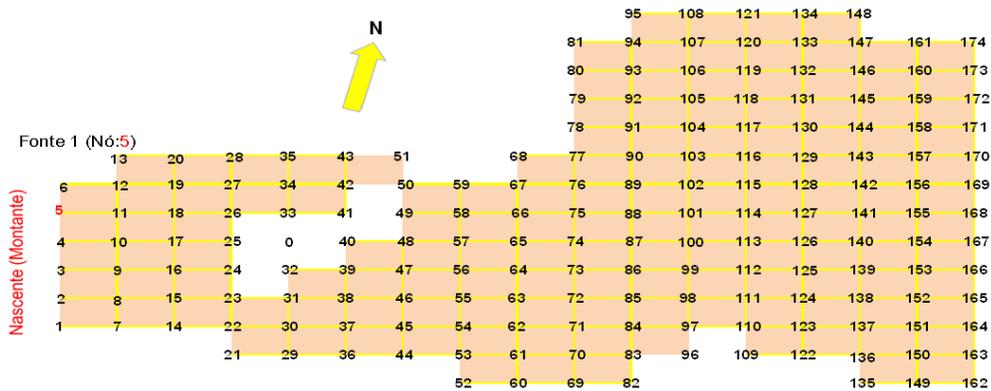


Figura 3 – Parte do domínio próxima à nascente (que corresponde aproximadamente a 10% dos nós da malha utilizada, situada próxima do lado esquerdo do domínio indicado na Figura 2)

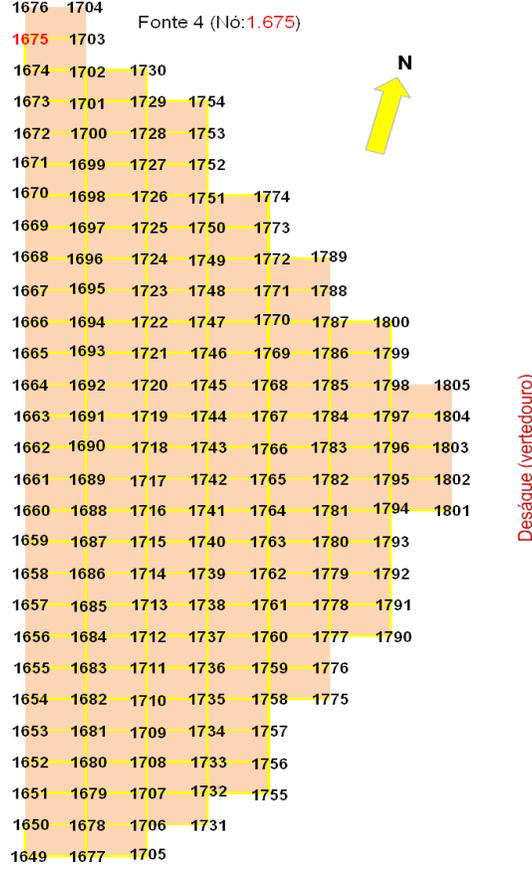


Figura 4 – Parte do domínio próxima ao deságue (que corresponde aproximadamente a 9% dos nós da malha utilizada, situada próxima do lado direito do domínio indicado na Figura 2)

### 5.3.1 Pontos Interiores

Deste modo, combinando-se as equações (5.1) a (5.4) com a estratégia de Crank-Nicolson, obtemos a seguinte expressão para os pontos interiores do domínio ( $\Omega$ ):

$$\begin{aligned}
& C_{i-1,j}^{(n+1)} \left[ -\frac{\alpha \Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u \cdot \Delta t}{4\Delta x} \right] + C_{i,j-1}^{(n+1)} \left[ -\frac{\alpha \Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v \cdot \Delta t}{4\Delta y} \right] + \\
& + C_{i,j}^{(n+1)} \left[ 1 + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} + \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2} \right] + C_{i,j+1}^{(n+1)} \left[ -\frac{\alpha \Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v \cdot \Delta t}{4\Delta y} \right] + \\
& + C_{i+1,j}^{(n+1)} \left[ -\frac{\alpha \Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u \cdot \Delta t}{4\Delta x} \right] = C_{i-1,j}^{(n+1)} \left[ \frac{\alpha \Delta t}{2\Delta x^2} + \frac{u \cdot \Delta t}{4\Delta x} \right] + \\
& + C_{i,j-1}^{(n)} \left[ \frac{\alpha \Delta t}{2\Delta y^2} + \frac{v \cdot \Delta t}{4\Delta y} \right] + C_{i,j}^{(n)} \left[ 1 - \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} - \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} - \frac{\sigma \cdot \Delta t}{2} \right] + \\
& + C_{i,j+1}^{(n+1)} \left[ \frac{\alpha \Delta t}{2\Delta y^2} - \frac{v \cdot \Delta t}{4\Delta y} \right] + C_{i+1,j}^{(n+1)} \left[ \frac{\alpha \Delta t}{2\Delta x^2} - \frac{u \cdot \Delta t}{4\Delta x} \right] + \Delta t \cdot f_i^{(n+\frac{1}{2})}
\end{aligned} \tag{5.5}$$

Na realidade, este esquema identifica uma parte (a maior) de um sistema linear (1.805 por 1.805) da forma:  $\mathbb{P} \cdot \mathbb{C}^{(n+1)} = \mathbb{Q} \cdot \mathbb{C}^{(n)} + \Delta t \cdot f \cdot \mathbb{b}$ , onde  $\mathbb{P} = (p_{ij})_{i,j}$  e  $\mathbb{Q} = (q_{ij})_{i,j}$ ,  $1 \leq i, j \leq nn$  ( $nn$  é o número de nós de parte da malha vista nas Figuras 3 e 4) e com termo independente da forma  $\mathbb{b} = (b_i)$  com  $i=1,2,\dots,n$  e, finalmente  $b_i = \Delta t \cdot f_i^{(n+1/2)}$ . Ainda,  $\mathbb{C}^{(0)} = C_i^{(0)}$ ,  $i = 1, 2, \dots, nn$ .

As matrizes  $\mathbb{P}$  e  $\mathbb{Q}$  são matrizes esparsas e seus elementos não nulos são, os coeficientes que figuram em (5.5).

### 5.3.2 Pontos de Fronteira

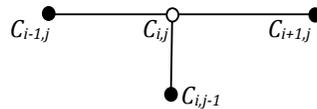
As condições de fronteira neste problema estudado são dadas por

$$-\alpha \frac{\partial C}{\partial \eta} = k \cdot C(x, y) \in \Gamma_i, \text{ com}$$

$$\Gamma_1 \cup \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4 = \partial \Omega.$$

Dada a geometria da malha adotada (*vide* Fig.2), todas as fronteiras são ou na horizontal (onde  $\frac{\partial C}{\partial \eta} = \pm \frac{\partial C}{\partial y}$ ) ou na vertical (onde  $\frac{\partial C}{\partial \eta} = \pm \frac{\partial C}{\partial x}$ ).

Na fronteira horizontal, supondo o domínio abaixo desse segmento, teremos



No entanto, como a fórmula (5.5) exige o ponto acima de  $(i, j)$ ,  $(i, j+1)$  que, a rigor, não é do domínio, iremos considerar um ponto virtual, denominado  $C_{\bar{a}}$ .

Ora, a condição  $-\alpha \frac{\partial C}{\partial \eta} \Big|_{x_i y_i} = k \cdot C \Big|_{x_i y_i}$  na discretização adotada é aproximada por

$$\frac{C_{\bar{a}}^{(n)} - C_{i,j-1}^{(n)}}{2\Delta y} = -\frac{k \cdot C_{i,j}^{(n)}}{\alpha}$$

o que, com apropriada manipulação algébrica, fornece o seguinte valor para  $C_{\bar{a}}^{(n)}$ , como sendo

$$C_{\bar{a}}^{(n)} = C_{i,j-1}^{(n)} - \frac{2\Delta y \cdot k \cdot C_{i,j}^{(n)}}{\alpha} \text{ e que na aproximação de } \frac{\partial C^2}{\partial y^2} \Big|_{x_i y_i} \text{ de (5.5) leva a}$$

$$\frac{C_{i,j+1}^{(n)} - 2 \cdot C_i^{(n)} + C_{i,j-1}^{(n)}}{\Delta y^2} = \frac{2C_{i,j-1}^{(n)} - 2 \cdot \left(1 + \frac{k \cdot \Delta y}{\alpha}\right) \cdot C_{i,j}^{(n)}}{\Delta y^2}$$

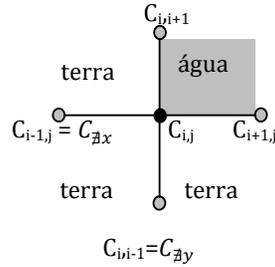
O procedimento é totalmente análogo caso o domínio esteja todo acima desse segmento, ou à sua esquerda ou ainda à sua direita, com diferenças evidentes nos sub-índices envolvidos.

### 5.3.3 Demais Pontos de Fronteira

Há ainda a questão de nós em fronteiras para as quais o domínio é apenas um dos quadrantes de  $\Omega$ .

O procedimento é análogo aqui ao citado, com a diferença, porém, de se fazer uso virtual de dois pontos externos e não apenas um deles como nos casos de contornos apenas verticais ou horizontais.

Indicamos aqui ilustrativamente apenas um caso, aquele em que o ponto de fronteira considerado é num “canto” do domínio aquático, domínio este que fica acima e à direita do ponto  $(x_i, y_j)$ :

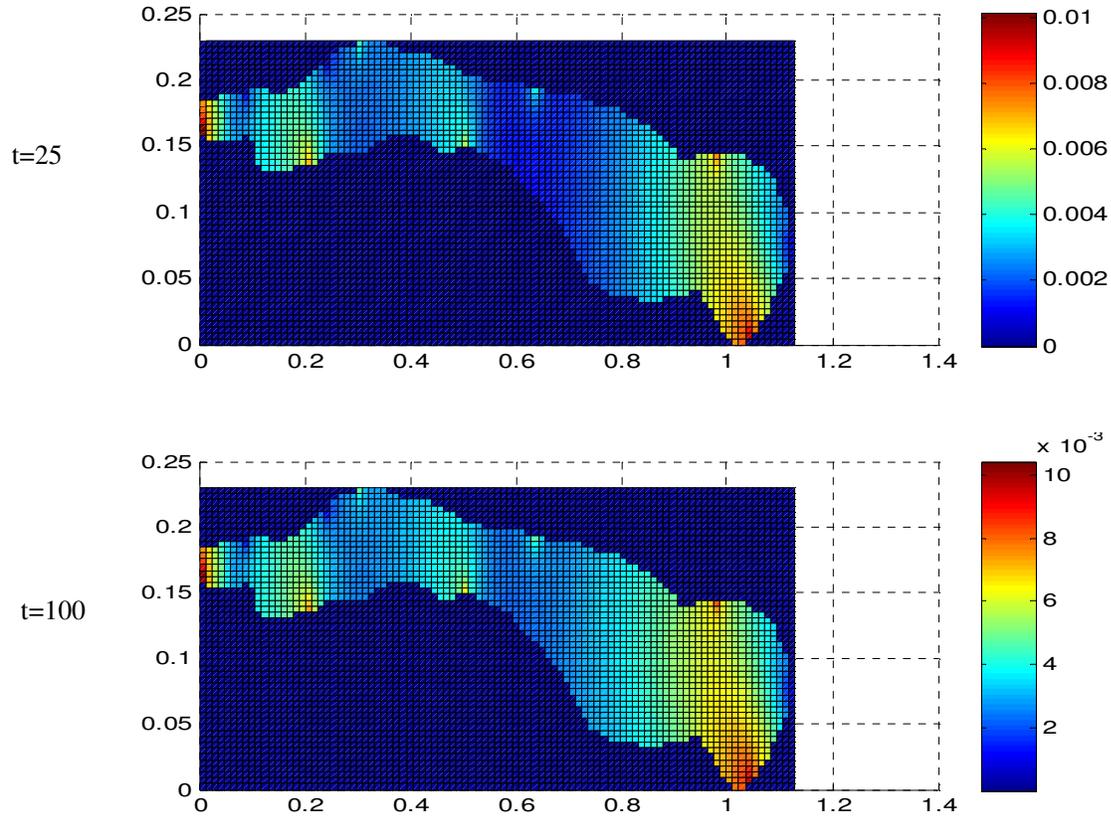


sendo que a fórmula usada neste caso será:

$$\begin{aligned} C_{i,j}^{(n+1)} & \left[ 1 + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} + \frac{k \Delta t}{\Delta x} + \frac{k \Delta t}{\Delta y} + \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} + \frac{u \cdot \Delta t \cdot k}{2\alpha} + \frac{v \cdot \Delta t \cdot k}{2\alpha} + \frac{\sigma \Delta t}{2} \right] + C_{i,j+1}^{(n+1)} \left[ -\frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} \right] + \\ & + C_{i+1,j}^{(n+1)} \left[ -\frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \right] = C_{i,j}^{(n)} \left[ 1 - \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} - \frac{k \Delta t}{\Delta x} - \frac{k \Delta t}{\Delta y} - \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} - \frac{u \cdot \Delta t \cdot k}{2\alpha} - \frac{v \cdot \Delta t \cdot k}{2\alpha} - \frac{\sigma \Delta t}{2} \right] + \\ & + C_{i,j+1}^{(n)} \left[ \frac{\alpha \Delta t}{\Delta y^2} \right] + C_{i+1,j}^{(n)} \left[ \frac{\alpha \Delta t}{\Delta x^2} \right] + \Delta t \cdot f_i^{(n+\frac{1}{2})} \end{aligned}$$

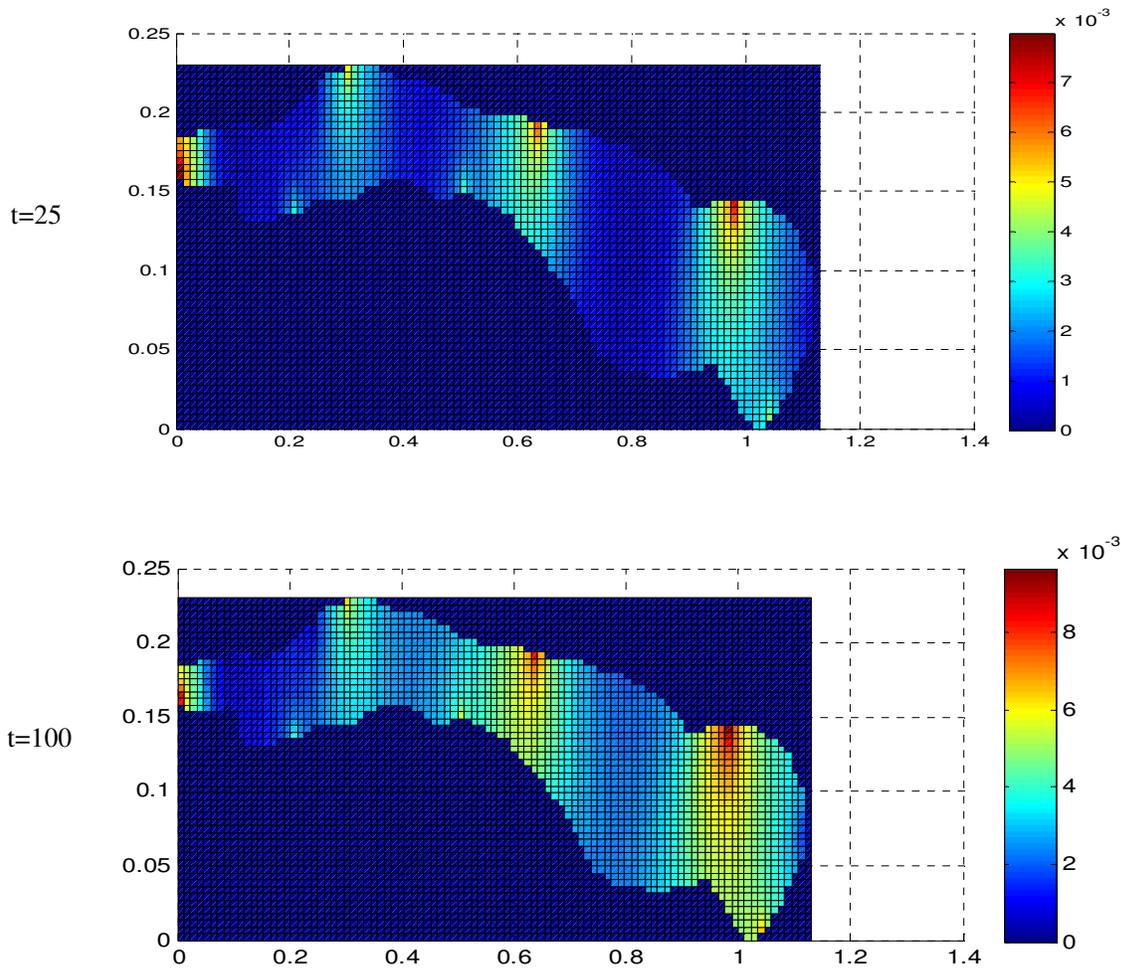
## 6. CENÁRIOS E SIMULAÇÕES COMPUTACIONAIS

Com os parâmetros obtidos para o presente estudo, apresentamos qualitativamente os cenários obtidos para dois regimes de ventos predominantes: respectivamente de sudeste para noroeste e de norte para sul.



Movimento evolutivo da mancha de poluente, usando 2 sucessivos instantes do estudo; cenário: vento de sudeste para noroeste.

Figura 5 – fonte nos nós: 5, 311, 191, 588, 730, 1.494 e 1.675



Movimento evolutivo da mancha de poluente, usando 2 sucessivos instantes do estudo; cenário: vento de norte para sul.

Figura 6 – fonte nos nós: 5, 311, 191, 588, 730, 1.494 e 1.675

## Conclusão

O objetivo deste trabalho era em seu principal foco, criar uma ferramenta que pudesse servir efetivamente para se simular e estudar estratégias e ações de contenção em situações similares àquela do estudo de caso aqui apresentado.

O uso do algoritmo proposto permitiu, por exemplo, identificar locais das margens da Lagoa do Taquaral mais atingidas pelos poluentes advindos dos encanamentos de galerias pluviais. Por exemplo, no caso de um vento predominante de Norte para o Sul, há partes ao longo das margens que têm chance de permanecerem bem menos atingidas pela poluição superficial (ver figura 6) enquanto que, no caso do vento – infelizmente o de maior incidência na região, de sudeste para noroeste praticamente toda a margem é atingida.

A fonte que demanda maior dificuldade de ser controlada é aquela, presente no início do percurso da água represada, sendo também a que recebe maior aporte de possíveis contaminantes, já

que, segundo informações locais (Navarrete, J. R., 2010) fica a jusante de uma grande rede de águas pluviais abrangendo bairros que, inclusive, distam bastante da própria Lagoa.

Como os resultados obtidos nos dois cenários de simulação computacional se mostraram coerentes com as expectativas para os fenômenos considerados, uma real possibilidade de uso do instrumental proposto poderia ser a repetição das simulações, considerando-se possíveis tratamentos nas fontes. O maior alcance de manchas poluentes se deve (conforme as figuras 5 e 6) à ação das fontes 1, 4 e 5, não só o mencionado ponto de ingresso de água na represa, mas também nas reentrâncias de margem próximas ao deságue.

Embora os valores das fontes em concentração de poluentes por unidade de tempo tenham sido avaliadas de modo apenas comparativo, o programa resultante presta-se à geração de uma larga variedade de outros cenários. Analogamente, os autores se propõem a orientar a adaptação necessária no algoritmo (praticamente apenas na parte que descreve o domínio da Lagoa ou de uma represa) de modo a permitir semelhantes avaliações em outros locais.

Desafios para a continuação deste trabalho, além de simular cenários em conjunto com autoridades locais no caso da Lagoa do Taquaral, seria a de considerar não apenas fontes intermitentes, mas também difusibilidades variáveis (em função, por exemplo, de temperatura), e decaimentos induzidos artificialmente através não só de meios mecânicos, mas de técnicas já consagradas em caso de derrames acidentais.

Estes desafios são no sentido de contribuir para tornar mais eficientes as estratégias de mitigação da dispersão de materiais impactantes em corpos d'água, usando o programa concebido com ligeiras adaptações.

## Referências

- [1] ABREU, L.C., **Influência de Poluentes sobre Macroalgas na Baía de Sepetiba, RJ: Modelagem Matemática, Análise Numérica e Simulações Computacionais**, Dissertação de Mestrado, Departamento de Matemática Aplicada, IMECC - Unicamp, Campinas, 2009. 82 p.
  
- [2] BARBANO, M.T., BRUNINI, O e PINTO, H.S., **Direção predominante do vento para a localidade de Campinas-SP**. In: XII Congresso Brasileiro de Agrometeorologia, 2001, Santa Maria. Disponível em: <[http://www.ufsm.br/rba/p123\\_111.html](http://www.ufsm.br/rba/p123_111.html)>. Acesso em: janeiro 2010.
  
- [3] BURDEN, R. L. e FAIRES, J.D., **Análise Numérica**, São Paulo, Pioneira Thomson Learning, 2003. 736 p.
  
- [4] CARNAHAN, B., LUTHER, H.A. e WILKES, J.O., **Applied Numerical Methods**, New York, John Wiley & Sons, Inc., 1969. 602 p.
  
- [5] CHVATAL, K.M.S., **A Prática do Projeto Arquitetônico em Campinas-SP e Diretrizes para o Projeto de Edificações Adequadas ao Clima**, Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia Civil, UNICAMP, Campinas, 1998. 179 p.
  
- [6] DAGNINO, R.S., **Riscos ambientais na Bacia Hidrográfica do Ribeirão das Pedras, Campinas/São Paulo**, Dissertação de Mestrado do Instituto de Geociências, UNICAMP, Campinas, 2007. 137 p.

- [7] DINIZ, G.L., **Dispersão de Poluentes num sistema ar-água: Modelagem, Aproximação e Aplicações**, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Departamento de Engenharia de Sistemas, UNICAMP, Campinas, 2003. 130 p.
- [8] EDELSTEIN-KESHET L., **Mathematical Models in Biology**, 1. ed. México, McGraw-Hill, Inc., 1988. 608 p.
- [9] INFORZATO, N.F., **Dispersão de Poluentes num sistema ar-água: Modelagem matemática, aproximação numérica e simulação computacional**, Tese de Doutorado, Instituto de Matemática Estatística e Computação Científica – UNICAMP, Campinas, 2008. 109 p.
- [10] JORGENSEN, S.E.; BENDORICCHIO, G., **Fundamentals of ecological modeling**, CJ (Ed.), Elsevier Science Limited, 2001.
- [11] MARCHUCK, G.I., **Mathematical Models in Environmental Problems, Studies in Mathematics and its Applications**, North Holland, vol.16, Elsevier Science Publishers B.V, 1986. 217 p.
- [12] MOTA, F.S.; PEJON, O.P., **Análise das relações entre absorção de água e condutividade hidráulica dos solos em estudo de erosão**. In: 14<sup>o</sup> SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA–(SIIC) do Departamento de Geotecnia da Escola de Engenharia de São Carlos - EESC-USP, 2010, São Paulo. Disponível em: <<http://www.usp.br/Siicusp/Resumos/14Siicusp/3854.pdf>>. Acesso em: janeiro 2010.
- [13] NAVARRETE, J.R., **Comunicação Pessoal**, Departamento de Parques e Jardins - DPJ, Prefeitura Municipal de Campinas, Campinas, 2010.
- [14] NIHOUL, J., **Modelling of marine systems**, CJ (Ed.), Elsevier Science, 2011.
- [15] ODI, N.L.G.; DINIZ, G.L.; MEYER, J.F.C.A., **Biomatemática** vol.16 (2006), 89-106 ISSN 1679-365X - Modelagem e simulações dos Fluxos superficiais de vapor d'água na área da represa do rio Manso/MT
- [16] OKUBO, A.; LEVIN, S.A., **Diffusion and Ecological Problems: Mathematical Models**, 2. ed. Berlim, Springer, 1980, vol.14, 467 p.
- [17] OLIVEIRA, R.F.; de, **O Comportamento Evolutivo de uma Mancha de Óleo na Baía de Ilha Grande, RJ: Modelagem, Análise Numérica e Simulações**, Tese de Doutorado, IMECC, Departamento de Matemática Aplicada, UNICAMP, Campinas, 2003.101 p.
- [18] OPERATOR ASSESSORIA E ANÁLISES AMBIENTAIS Ltda., **Relatório de Avaliação Ambiental Sub-Aquática da Lagoa do Taquaral**, Relatório contratado pela Prefeitura Municipal de Campinas visando à execução do processo comercial n° 415/2008-4, Campinas, 2006. 42 p.
- [19] POFFO, I.R.F., **Gerenciamento de Riscos Socioambientais no Complexo Portuário de Santos na Ótica Ecológica** - Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Ciência Ambiental - PROCAM , USP, São Paulo, 2007. 159p.

- [20] POFFO, I.R.F., **Vazamento de óleo no litoral norte do Estado de São Paulo: análise histórica (1974 a 1999)**, Dissertação de Mestrado - Programa de Pós Graduação em Ciências Ambientais - PROCAM, USP, São Paulo, 2000.175p.
- [21] POLETTI, E.C.C. e MEYER, J.F.C.A., **Dispersão de Poluentes em Sistema de Reservatório: Modelagem Matemática via Lógica Fuzzy e Aproximação Numérica** Biomatemática vol.19, Campinas, Uma Publicação do Grupo de Biomatemática IMECC-UNICAMP, 2009, p. 57-68. ISSN 1679-365X
- [22] POLETTI, E.C.C., **Dispersão de Poluente em Sistema de Reservatório: Modelagem Matemática, Simulação Computacional utilizando-se Aproximação Numérica e Conjuntos Fuzzy**, Tese de Doutorado da Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Campinas, 2009. 115 p.
- [23] RUGGIERO, M.A.G e LOPES, V.L.R, **Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais**, 2. ed. 1996. 406 p.
- [24] SOARES, M.D., PINHEIRO, R.B.J., TAVARES, I.S., **Notas de Aula de Mecânica dos Solos** – Unidade 6 – Permeabilidade dos Solos - tópico 6.5 – Ordem de grandeza do coeficiente de permeabilidade - Universidade Federal de Santa Maria/UFSM Centro de Tecnologia - Departamento de Transportes. Disponível em: <[http://www.ufsm.br/engcivil/Material\\_Didatico/TRP1003\\_mecanica\\_dos\\_solos/capa-sumario.pdf](http://www.ufsm.br/engcivil/Material_Didatico/TRP1003_mecanica_dos_solos/capa-sumario.pdf)>. Acesso em: janeiro 2010.
- [25] WOLMUTH, L.D., **Modelagem e simulações do comportamento evolutivo de poluentes em corpos aquáticos de grande extensão**, Dissertação de Mestrado do Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, UNICAMP, Campinas, 2009. 64 p.