

ANÁLISE, EM ESCALAS MÚLTIPLAS, DA EQUAÇÃO DE DIFUSÃO GENERALIZADA, COM POTÊNCIAS FRACIONÁRIAS DO LAPLACIANO UTILIZANDO O MÉTODO DO GRUPO DE RENORMALIZAÇÃO

Natália M. Alves¹, Jussara M. Moreira²

RESUMO

Introdução

O Método do Grupo de Renormalização (RG) surgiu no final dos anos 50 em Teoria Quântica de Campos sendo em seguida utilizado para estudar Fenômenos Críticos em Mecânica Estatística. No início dos anos 90, versões analíticas e numéricas do método foram utilizadas na análise assintótica de soluções de equações diferenciais, se valendo dos conceitos de invariância por escalas e universalidade na busca por conjuntos de dados iniciais e perturbações de equações cujas soluções apresentavam mesmo comportamento assintótico.

Objetivos

O objetivo deste trabalho é descrever e aplicar a técnica do RG no estudo do comportamento assintótico da solução do problema:

$$\begin{cases} u_t = Mu - u^p, & t > 1 \quad p \in \mathbb{N}, p > 3, \\ u(x, 1) = f(x), & f \in \mathcal{B}_3. \end{cases} \quad (1)$$

$M \equiv -(-\Delta)^\beta$, com $\frac{1}{2} < \beta \leq 1$, é um operador definido no espaço de Fourier por $\widehat{Mu} = |w|^{2\beta}\hat{u}$.

Metodologia

Na primeira parte do trabalho, aplicamos o método do RG à equação do calor linear e obtivemos o comportamento assintótico da mesma. Esse estudo foi realizado com base na dissertação [3], uma vez que o problema de valor inicial (1) é uma generalização da equação do calor. Em seguida, aplicamos a técnica do RG em (1), tratando os casos linear ($u_t = Mu$)

e não linear, obtendo assim o comportamento, para tempos longos, do problema em questão.

Conclusões

Neste trabalho mostramos através da técnica do Grupo de Renormalização que o comportamento assintótico das soluções (1) nos casos linear e não linear é o mesmo, dado por

$$u(x, t) \sim \frac{\hat{f}(0)}{t^{\frac{1}{2\beta}}} f^* \left(\frac{x}{t^{\frac{1}{2\beta}}} \right),$$

sendo $\hat{f}^*(w) = e^{-|w|^{2\beta}}$. Assim, soluções de equações que diferem apenas quanto à perturbação podem ser consideradas em uma mesma *classe de universalidade*.

Referências

- [1] BONA J.; PROMISLOW K.; WAYNE G., On the asymptotic behavior of solutions to nonlinear, dispersive, dissipative wave equation, *Math. Comput. Simulation*, **37**, 265-277, 1994.
- [2] BRICMONT J., KUPIAINEN A. AND LIN G., Renormalization Group and Asymptotics of Solutions of Nonlinear parabolic Equations, *Comm. Pure appl. Math.*, **47**, 893-922, 1994.
- [3] MOREIRA, J. M., “O Comportamento Assintótico de Soluções da Equação do Calor Não-linear via Grupos de Renormalização”, Dissertação de Mestrado, UFMG, Belo Horizonte, 2002.
- [4] MOREIRA, J. M., “Análise via grupos de renormalização de equações de difusão não-lineares com coeficientes dependentes do tempo”, Tese de Doutorado, UFMG, Belo Horizonte, 2007.

¹Departamento de Física, UFOP, natalia_eleuterio1984@hotmail.com

²Departamento de Matemática, UFMG, jmoreira@mat.ufmg.br