

# SINGULARIDADES DE APLICAÇÕES ESTÁVEIS DA 2-ESFERA NA 2-ESFERA

Jane Lage Bretas<sup>1</sup>, Catarina Mendes de Jesus<sup>1</sup>  
RESUMO

## Introdução

A **Teoria de Singularidades**, em particular o estudo de curvas fechadas, seja no plano, no espaço ou sobre uma superfície, é um ramo que vem crescendo atualmente na Matemática e têm sido bastante utilizada em Equações Diferenciais, Geometria Diferencial, Topologia, etc., inclusive em outras partes da Ciência, por exemplo: Física, Robótica e Medicina.

As curvas fechadas podem ser vistas como aplicações do círculo no plano, como **conjunto singular** de aplicações entre variedades, como conjunto de ramificação destas ou também como nós no espaço, entre outros.

Sabemos, segundo Whitney, que os pontos do **conjunto singular** de aplicações estáveis entre superfícies formam curvas de dobras podendo ter pontos de cúspides isolados[1]. No caso particular em que estas superfícies são 2-esferas, as curvas do conjunto singular são fechadas, mergulhadas e disjuntas. A imagem do conjunto singular, o **conjunto de ramificação**, é formado por um conjunto de curvas fechadas, podendo ter auto-interseções transversas e cúspides isoladas.

No caso de grau  $d > 1$  [1], sempre vamos ter curvas singulares, podendo estas ter pontos de cúspides ou não. Se exigirmos que a aplicação tenha apenas uma componente conexa de curva singular, esta deve conter pelo menos  $2d$  pontos de cúspides. Se exigimos que a aplicação não tenha pontos de cúspides, então o conjunto singular deve conter obrigatoriamente mais de uma componente conexa.

---

<sup>1</sup>Universidade Federal de Viçosa - Departamento de Matemática,  
jane.bretas@ufv.br, cmendes@ufv.br

## Objetivos

- (1) Introduzir os conceitos importantes da Teoria de Singularidades;
- (2) Apresentar a construção de algumas aplicações estáveis, da 2-esfera na 2-esfera com grau diferente de 1;
- (3) Concluir que o número mínimo de cúspides depende do grau da aplicação, no caso de apenas uma componente conexa de curva singular,

## Metodologia

Consiste na revisão bibliográfica, em especial [3] e [1].

## Conclusões

Este trabalho proporciona disseminação da Teoria de Singularidades para estudantes de graduação.

## Referências

- [1] DEMOTO, SHIN-ICHI, Stable maps between 2-spheres with a connected curve, *Hirishima Math. J.*, **35**, 93-113, 2005.
- [2] DO CARMO M. P. “Geometría Diferencial de Curvas y Superfícies.” Aliaza Editorial, Madrid, 1990.
- [3] HACON, D.; JESUS, C. M.; FUSTER, M.C.R., Graphs of Stable maps from closed orientable surfaces to the 2-spheres. *Journal of Singularities*, 2010, (to appear).
- [4] QUINE, J.R., A Global Theorem for Singularities of Maps Between Oriented 2-Manifolds, *Transactions of the American Mathematical Society*, **236**, 307-314, 1978.