O TEOREMA DO PONTO FIXO DE BROUWER - VERSÃO UNIDIMENSIONAL

Bruno A. Dias[1], Rafael M. de Novais[1], Eder M. Martins[1], Wenderson M. Ferreira[1]

RESUMO

Os Teoremas de Ponto Fixo são resultados amplamente utilizado na matemática moderna. Muitos deles são fundamentais para a obtenção de resultados de existência de soluções para problemas matemáticos, em especial para aqueles relacionados à teorias de sistemas dinâmicos e equações diferenciais. Dentre os vários teoremas deste tipo, o Teorema do Ponto Fixo de Brouwer ocupa lugar de destaque.

Um ponto x pertencente a um subconjunto X da reta é chamado ponto fixo de uma aplicação $f : X \to \mathbb{R}$ se $f(x) = x$. Em outras palavras, um ponto fixo de uma aplicação é um ponto que não é alterado por tal aplicação.

Os teoremas de ponto fixo são resultados que garantem a existência de um ponto fixo para uma determinada aplicação f (neste trabalho consideraremos apenas funções reais definidas em intervalos da reta real). Teoremas deste tipo nos permitem obter resultados de existência de solução para equações diferenciais, de raízes de equações, de pontos de equilíbrio... Nesse trabalho, pretendemos enfocar o teorema do ponto fixo de Brouwer em sua versão unidimensional:

Teorema 1 *Seja $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ contínua tal que $f([a,b]) \subset [a,b]$. Então f possui ao menos um ponto fixo.*

Abordaremos o teorema anterior e sua demonstração e também exploraremos a necessidade de cada uma de suas hipóteses.

Pretendemos evidenciar a geometria envolvida na demonstração deste resultado e exemplos que nos mostrem a real necessidade de cada uma delas.

Os resultados que pretendemos apresentar correspondem às seções iniciais de dois projetos de iniciação científica iniciados em agosto

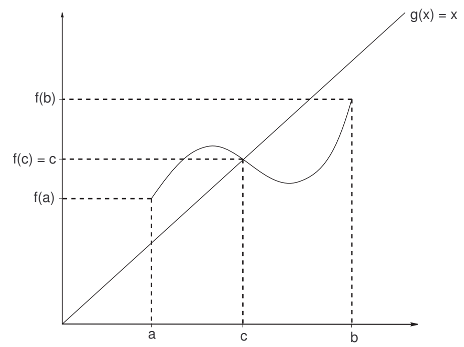

Figura 1: O ponto c é o único ponto fixo da aplicação f.

de 2010 e cujo prazo de execução estende-se até julho de 2011. Nestes projetos, estudaremos diversas teorias relacionadas aos teoremas de ponto fixo, iniciando pelos resultados que apresentaremos (versão unidimensional) e posteriormente estendendo-os a espaços euclidianos em dimensões maiores.

Referências

[1] Lima, E. L., "Análise Real.", vol.1 (6ªedição). Coleção Matemática Universitária, IMPA, 2002.

[2] Lima, E. L., "Curso de Análise.", vol.1 (10ªedição). Projeto Euclides, IMPA, 2002.

[3] Lima, E. L., "Curso de Análise.", vol.2 (6ªedição). Projeto Euclides, IMPA, 2000.

[1]Departamento de Matemática, ICEB, UFOP,
brunoadias@hotmail.com, rnovais87@gmail.com
eder@iceb.ufop.br, wmf@iceb.ufop.br