

Uma Mostra de Matemática da UFOP na cidade de Ouro Preto-MG em 2023

Thiago Fontes Santos

santostf@ufop.edu.br

Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brazil

Jessica Xavier

jessica.xavier@ufop.edu.br

Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brazil

Luiz Gustavo de Oliveira Carneiro

luiz.carneiro@ufop.edu.br

Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brazil

Resumo

Neste trabalho, iremos apresentar as atividades realizadas durante a mostra de profissões do departamento de matemática da Universidade Federal de Ouro Preto no ano de 2023. Nesta edição, os organizadores (os autores deste artigo) propuseram atividades que envolvem aplicações da matemática, com o objetivo de proporcionar uma experiência agradável aos visitantes com a matemática desenvolvida na UFOP.

Palavras-chave

mostra de profissões, matemática, ensino de matemática.

1 Introdução

A Mostra de Matemática é uma ação dentro da mostra de profissões da Universidade Federal de Ouro Preto na cidade de Ouro Preto-MG, que ocorre anualmente. A mostra tem como objetivo apresentar à comunidade os cursos de graduação para estudantes do ensino médio que desejam cursar um ensino superior na UFOP. Ela proporciona aos visitantes uma experiência única, oferecendo informações detalhadas sobre os cursos além de mostrar o papel da pesquisa científica e atividades de extensão na universidade.

A Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) é uma instituição de ensino superior localizada em Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil. Fundada em 1969, a UFOP resultou da fusão de duas instituições de ensino superior centenárias: a Escola de Farmácia de Ouro Preto, criada em 1839, e a Escola de Minas, fundada em 1876. A UFOP é uma instituição pública federal, e sua missão

é promover o ensino, a pesquisa e a extensão universitária, contribuindo para o desenvolvimento socioeconômico e cultural da região dos inconfidentes e do país. A universidade oferece uma sólida formação acadêmica, com ênfase na produção de conhecimento e na formação de profissionais qualificados. Além da graduação, a UFOP também possui programas de pós-graduação em diversas áreas do conhecimento, como engenharia civil e engenharia mineral, oferecendo cursos de mestrado e doutorado. A universidade busca fomentar a pesquisa científica e a produção de conhecimento, contribuindo para avanços nas áreas de estudo e para o desenvolvimento da sociedade. Com uma longa história e tradição, a UFOP combina elementos de tradição, modernidade e inovação em sua identidade institucional. A universidade desempenha um papel importante no cenário educacional brasileiro e é reconhecida nacional e internacionalmente pela qualidade de seus cursos e pela contribuição para o avanço do conhecimento em diversas áreas.

A obtenção de acesso a um curso superior em uma universidade pública é o sonho de muitos estudantes que buscam um ensino gratuito e de qualidade. No entanto, a escolha do curso e da carreira profissional traz muitas preocupações, especialmente para aqueles que estão passando pelo período de transição para a vida adulta. É por isso que a UFOP promove a Mostra de Profissões, uma oportunidade para esclarecer dúvidas sobre os cursos, áreas de atuação e sobre o ambiente universitário, com o objetivo de auxiliar esses jovens a fazer uma escolha consciente.

A última edição do evento, organizada pela Pró-Reitoria de Graduação (Prograd) e pelo Núcleo de Apoio Pedagógico (NAP), A XII Mostra de Profissões (Cf. [3]) contou com aproximadamente 6 mil visitantes inscritos, representando 110 escolas públicas e privadas. A exposição apresentou salas dedicadas aos 52 cursos oferecidos pela UFOP, estandes de divulgação, rodas de conversa, além de atividades do Campus Aberto, como jogos de vôlei, oficinas de slackline e bolas de sabão, entre outras. Houve também apresentações culturais, como a da Big Band da UFOP, uma banda formada por estudantes do curso de Música, que ocorreu ao lado do prédio do Instituto de Filosofia, Arte e Cultura (Ifac). A turma de artes cênicas "Commedia dell'Arte" realizou uma apresentação de expressão corporal e máscaras.

Seguindo uma tradição, no ano de 2023 o departamento de matemática teve uma sala dedicada a apresentar os cursos de licenciatura e bacharelado em matemática para a comunidade, tendo como enfoque aplicações matemáticas e dinâmicas de grupo para essa exposição.

2 O Impacto da Mostra de Matemática na Comunidade de Ouro Preto

O Departamento de Matemática faz parte do Instituto de Ciências Exatas e Biológicas (ICEB) da universidade. Além do curso de Matemática, tanto na modalidade de Licenciatura quanto de Bacharelado, o DEMAT também oferece o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

A Mostra de Matemática, realizada pela Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP), é um evento anual que visa promover o interesse e a valorização da matemática na comunidade

local. Através de exposições, palestras, oficinas e atividades interativas, a mostra busca envolver estudantes, educadores e a população em geral, despertando o interesse pela matemática e destacando sua importância em diversas áreas do conhecimento.

O impacto da Mostra de Matemática na comunidade de Ouro Preto é multifacetado. Em primeiro lugar, o evento contribui para a disseminação do conhecimento matemático, proporcionando acesso a informações e experiências que podem inspirar estudantes a seguir carreira na matemática, seja como professor, pesquisador ou qualquer outra área que o conhecimento matemático seja validado. Isso é especialmente relevante em uma cidade com uma forte tradição na formação de engenheiros, como é o caso de Ouro Preto.

Além disso, a Mostra de Matemática estimula a interação entre a universidade e a comunidade local. Através do evento, a UFOP abre suas portas para a população, compartilhando conhecimentos e recursos. Isso fortalece os laços entre a universidade e a comunidade, promovendo uma troca de experiências enriquecedora para ambas as partes.

Outro aspecto importante é o incentivo à criatividade e ao pensamento crítico. A Mostra de Matemática oferece atividades práticas e desafiadoras, que estimulam os participantes a resolver problemas e desenvolver habilidades matemáticas, conforme veremos nas próximas seções. Essas atividades proporcionam um ambiente propício para a descoberta e o aprendizado, contribuindo para o desenvolvimento de competências essenciais para o século XXI.

3 Atividades desenvolvidas em 2023

3.1 Paradoxo do Aniversário: Compreendendo a Probabilidade Surpreendente

O paradoxo do aniversário (Cf.[2]) é um fenômeno matemático intrigante que desafia nossa intuição em relação à probabilidade. Embora possa parecer improvável, em um grupo relativamente pequeno de pessoas, as chances de pelo menos duas delas compartilharem a mesma data de aniversário são surpreendentemente altas. Neste artigo, exploraremos esse paradoxo fascinante, seu significado e as implicações que ele traz para o nosso entendimento das probabilidades.

O paradoxo do aniversário afirma que, em um grupo de apenas 23 pessoas, a probabilidade de pelo menos duas delas compartilharem a mesma data de aniversário é maior do que 50%. Essa afirmação pode parecer contraditória, mas é baseada em cálculos matemáticos sólidos.

Ao calcular a probabilidade de duas pessoas compartilharem a mesma data de aniversário, precisamos considerar o número de combinações possíveis e a quantidade total de dias no ano. Utilizando métodos estatísticos, chegamos a uma fórmula que nos permite determinar a probabilidade de maneira precisa, a saber, a probabilidade (p_n) de dado um grupo com n pessoas,

duas delas fazerem aniversário no mesmo dia é de

$$p_n = 1 - \frac{365!}{365^n(365 - n)!} \quad (1)$$

Diante da relação acima, imagine uma sala de aula com 30 alunos. De acordo com o paradoxo do aniversário, a probabilidade de dois alunos compartilharem a mesma data de nascimento é maior do que 70%. Ou ainda, podemos pensar escritório com 50 funcionários, a probabilidade de dois deles terem o mesmo aniversário é superior a 97%. Essa descoberta surpreendente ilustra como a probabilidade pode ser enganosa.

O paradoxo do aniversário nos leva a questionar nossas intuições sobre a probabilidade. Ele nos mostra que, em um grupo relativamente pequeno de pessoas, as chances de pelo menos duas compartilharem a mesma data de aniversário são surpreendentemente altas. Compreender esse fenômeno tem implicações em diversas áreas, desde a criptografia até a análise estatística. O paradoxo do aniversário nos lembra que a matemática pode nos surpreender e desafiar nossas noções pré-concebidas.

3.2 A faixa de Mobius: Um introdução às superfícies não-orientáveis

Quando observamos superfícies bidimensionais (Cf. [6]) como é o caso de uma faixa de papel conseguimos afirmar qual o lado de cima e o de baixo, ao unirmos as extremidades da faixa somos capazes de dizer qual o lado de dentro e o de fora, mas nem toda superfície possui essa propriedade de ser bilateral e bem definida no sentido de orientação. Essa atividade tem o propósito de introduzir o conceito matemático de orientabilidade e a exploração da construção de conceitos matemáticos desafiando o participante a agir contra sua intuição.

Recebemos diversos grupos de estudantes visitando o estande da atividade e a cada visitante foi entregue uma faixa de folha de ofício de tamanho 30cmx5cm aproximadamente, uma caneta esferográfica e alguns clips para que pudessem resolver o intrigante desafio proposto: “Você consegue riscar toda a faixa sem tirar a caneta do papel?”

Eles não tinham prazo específico pra responder, poderiam manipular o material de maneira arbitrária a ser conveniente, conversar e discutir soluções com os colegas e fazer quantas tentativas a imaginação permitisse contanto que entregassem a faixa riscada dos dois lados mas que tivesse um risco ininterrupto.

O fato da atividade envolver conceitos matemáticos sem ser necessário fazer contas chamou a atenção de muitos participantes. Durante os debates foi possível ver participantes que entraram na sala falando que não gostavam de matemática tentando resolver e tendo ideias incríveis, e saindo da sala percebendo que a matemática vai muito além do que eles pensavam. Aos que conseguiam resolver o desafio, comemorávamos bastante e então seguia a devida explicação do feito, para os que não haviam conseguido, depois de muitas tentativas frustradas a intuição era

forte e eles diziam que não tinha como o papel ter apenas um lado e eis que apresentávamos a solução que acontece quando se cria uma faixa de Mobius.

A faixa de Mobius consiste em uma superfície unilateral em formato de loop, obtida ao se unir as extremidades do papel com o clip depois de fazer um giro de 180° , em que, caso o participante coloque a caneta sobre a faixa e siga sem sair da face, retorna ao ponto de partida após duas voltas completas. Ao retirar o clip e separar novamente as extremidades do papel é possível ver que toda a faixa foi percorrida como desejado no desafio.

A superfície recebeu esse nome devido a descoberta do matemático e astrônomo alemão August Ferdinand Mobius, em 1858, em seus estudos de teoria geométrica dos poliedros. Ela é uma superfície não orientável e esse conceito gerou importantes contribuições para a matemática e várias aplicações, em especial na área de topologia, uma extensão da geometria que estuda a conservação de determinadas propriedades após conjuntos sofrerem deformações.

3.3 O baralho mágico: o segredo dos logaritmos

Muitas vezes ouvimos afirmar que a Matemática está presente em todos os lugares. O que é ainda mais surpreendente é saber que ela serve como base até mesmo para diversos truques mágicos, aqueles realizados por pessoas que pensamos possuir poderes sobrenaturais. Este experimento vai demonstrar que alguns desses poderes podem ser atribuídos a um conhecimento matemático específico, neste caso, sobre funções logarítmicas, e podemos tirar muitas outras coisas surpreendentes dessa cartola. Vamos explorá-las!

A atividade (Cf. [4]) consiste em pedir a um aluno que escolha, aleatoriamente, uma carta de baralho que será embaralhada seguindo uma sequência de passos. O objetivo principal é analisar os resultados desse procedimento. Além de introduzir o conceito de função logarítmica, o experimento é motivador e divertido, transformando, de certa forma, a (pré)concepção que os alunos têm desse conteúdo matemático.

A partir dessa atividade, podemos avançar para um estudo mais aprofundado dos logaritmos e das funções que os envolvem, abordando inclusive propriedades e aplicações do tema.

A regras da atividades são as seguintes:

1. Separe 05 cartas quaisquer do baralho;
2. Distribua-as sobre a mesa em três colunas de 5 cartas cada;
3. Peça para que um colega do grupo escolha umas das cartas sem dizer qual é;
4. Peça ao colega que aponte a coluna na qual se encontra a carta que ele escolheu;
5. Junte as cartas de cada uma das B colunas formando B montes. Coloque sempre o monte referente à coluna escolhida entre os outro dois, juntando os três montes. Faça isso da forma mais discreta possível;

6. Distribua novamente as cartas sobre a mesa em três colunas e, quando completar uma linha com B cartas, de cima para baixo);
7. Repita os passos 4, 5 e N mais duas vezes;
8. A carta escolhida pela vítima é a carta do meio da coluna do meio (no nosso caso, a carta escolhida foi o Três de copas)!

Após a realização da atividade, tome a palavra e siga os passos indicados a seguir para deduzir com seus alunos a expressão que nos fornece o número de perguntas em qual coluna está a carta? em função do número de cartas utilizadas para a realização da mágica.

De maneira geral, dado um número n de cartas, queremos saber qual o número de k perguntas que devem ser feitas para ter certeza de onde se encontra a carta escolhida. Assim, temos:

- Primeira Pergunta : $1/3 \cdot n$
- Segunda Pergunta : $1/3 \cdot 1/3 \cdot n$
- Terceira Pergunta : $1/3 \cdot 1/3 \cdot 1/3 \cdot n$
- \vdots
- k -ésima pergunta : $(1/3)^k \cdot n$

Queremos que as nossas dúvidas sejam menores que 1, ou seja: $(1/3)^k \cdot n \geq 1$. Com uma certa paciência, teremos que $k \geq \log_3(n)$.

Para ter certeza da carta que a pessoa escolheu, devemos fazer um número de perguntas maior ou igual a $\log_3(n)$, onde n é o número de cartas utilizadas na realização da mágica. Como queremos fazer o menor número possível de perguntas, temos que deve ser o menor inteiro maior que $\log_3(n)$.

3.4 Proporções de Luthier: Relacionando música e matemática

Muitas vezes ouve-se dizer que "música é matemática", porém sabemos que não é bem assim. Apesar de utilizarmos a matemática para descrever alguns elementos musicais, como o ritmo, a melodia e a harmonia, a manifestação musical muitas vezes é resultado de processos culturais e não simplesmente racionais. Mas existe um pouco de "verdade" na frase "música é matemática". Isso devido aos experimentos do matemático, astrônomo, numerólogo e filósofo do século VI a.c., Pitágoras de Samos, ou simplesmente, Pitágoras.

Nesta atividade, refazendo o experimento de Pitágoras, apresentamos uma relação entre música e matemática. Foi construído um instrumento musical, como o criado por Pitágoras,

chamado monocórdio. Para sua construção utilizamos madeiras, parafusos e uma corda de violão. Tal instrumento consiste em uma corda esticada presa às extremidades da madeira. Ao tocar a corda, essa emite uma vibração, que é transferida para madeira. Neste processo, a madeira emite sons que são captados pelo ouvido humano. Quanto mais esticada a corda, mais agudo é o som. Quanto menos esticada a corda, mais grave é som (Cf. [1]).

Em todo experimento, deixamos a corda esticada sob a mesma tensão. Ao tocar a corda, diremos então que está sendo emitido um som de frequência 1 ($F = 1$). Ao pressionarmos a metade da corda ($1/2$) e tocarmos, obtemos um som mais agudo e muito similar ao som da corda inteira. Neste caso dizemos que obtemos o dobro da frequência ($F = 2$). Tal diferença entre as frequências é o que chamamos hoje de oitava musical (oitava justa). Ao observar que esses dois sons são muito semelhantes, Pitágoras os classificaram de sons extremamente consonantes. Neste momento, observou que quaisquer frações da corda que sejam da forma $1/2^n$, onde n é um número natural, emitiriam sons extremamente consonantes e, desta forma, podemos denominar tais frequências emitidas como equivalentes ($1 \equiv 2^n$).

Com o intuito de construir o que seria chamado posteriormente de escala musical(Cf. [5]), Pitágoras buscou em seus experimentos considerar outras proporções da corda, comparando a frequência de tais proporções com a frequência fundamental ($F = 1$). Observou que ao tomar $2/3$ da corda, o que corresponde à $3/2$ da frequência fundamental, obtinha um outro som, não equivalente ao som fundamental, porém muito consonante. Tal diferença entre as frequências é o que hoje chamamos de quinta (quinta justa).

Da mesma maneira observou que ao tomar $3/4$ da corda, o que corresponde à $4/3$ da frequência fundamental, obtinha um outro som, não equivalente ao som fundamental, porém também consonante. Tal diferença entre as frequências é o que hoje chamamos de quarta (quarta justa).

Ao obter esse resultado, Pitágoras, como um bom numerólogo, conjecturou que a "simplicidade" da fração estava relacionado a condição de produzir sons consonantes e, a partir daí, procurou considerar somente tais proporções. Isto limitou a possibilidade de, já naquele tempo, "descobrir" a escala ocidental atual.

Uma outra linha de raciocínio seria considerar o seguinte fato: se $3/2$ da frequência fundamental $1F$ é consonante com a própria frequência, então $(3/2)^2$ é consonante com a quinta justa $3/2F$. Seguindo essa progressão geométrica, é possível obter uma sequência de frequências duas a duas consonantes. Tal sequência é o que hoje conhecemos como "ciclo das quintas". O termo ciclo sugere que em algum momento, ao seguir esta progressão geométrica, chegaremos em uma frequência equivalente à frequência fundamental. Ou seja, existiriam m e n naturais quais que

$$(3/2)^m = 2^n$$

O que é impossível, pois contradiria o *Teorema Fundamental da Álgebra*. Porém, quando $m = 12$

e $n = 7$, teremos

$$(3/2)^m/2^n = 1,0136432647705$$

o que mostra que após 12 "passos" no ciclo das quintas, chegaremos em uma frequência muito próxima a uma frequência equivalente a fundamental. Essa diferença ficou conhecida por "coma pitagórico". Por muitos anos esse coma pitagórico assombrou os novos teóricos musicais, propondo um problema que, nos dias de hoje, é de fácil resolução.

É possível dividir o espectro de frequências de $1F$ à $2F$ em 12 intervalos de proporções iguais? A resposta é afirmativa. Com efeito, se n denota o intervalo e $f(n)$ sua frequência, vamos determinar C de modo que

$$f(n + 12) = 2f(n)$$

e

$$f(n + 1)/f(n) = C$$

De $f(n + 1)/f(n) = C$, obtemos que $f(n + 12) = C^{12}f(n)$. Agora, de $f(n + 12) = 2f(n)$, concluímos que

$$C^{12}f(n) = 2f(n)$$

e, portanto, $C = 2^{1/12}$.

Observe que a solução deste problema envolve considerarmos números irracionais da forma $2^{1/12}$, que na época de Pitágoras ainda era envolto de mistérios. Tal divisão aqui considerada forma a chamada escala temperada, que é a base para a música ocidental.

4 Considerações Finais: A Continuidade da Mostra de Matemática

A continuidade da Mostra de Matemática é de fundamental importância para fomentar o interesse e a paixão pela disciplina entre os estudantes. Esse evento proporciona um ambiente propício para a exploração e a apresentação de projetos matemáticos inovadores, despertando a criatividade e o pensamento crítico dos participantes.

Através da Mostra, os alunos têm a oportunidade de aplicar os conceitos aprendidos em sala de aula em contextos reais e desafiadores. Eles podem demonstrar suas habilidades em resolver problemas matemáticos complexos, além de desenvolver projetos práticos que utilizam a Matemática como base.

Além disso, a Mostra de Matemática promove a interação entre os estudantes, professores e comunidade escolar, estimulando a troca de conhecimentos e experiências. O compartilhamento de ideias e a colaboração entre os participantes fortalecem o aprendizado coletivo e enriquecem a compreensão dos diversos tópicos matemáticos abordados.

Esse evento também contribui para que os alunos superem possíveis preconceitos ou barreiras emocionais em relação à Matemática. Ao verem suas conquistas e talentos reconhecidos e

valorizados, eles adquirem confiança em suas habilidades matemáticas e percebem que essa disciplina pode ser fascinante e acessível a todos.

Portanto, a continuidade da Mostra de Matemática é essencial para estimular o desenvolvimento intelectual dos estudantes, promover o gosto pela Matemática e cultivar futuros profissionais nessa área. É um evento que impulsiona a criatividade, a inovação e a excelência na busca pelo conhecimento matemático, tornando-se um momento significativo na trajetória educacional dos participantes.

5 Agradecimento

Gostaríamos de expressar nossa mais profunda gratidão pelo apoio financeiro e operacional da pro-reitoria de graduação (PROGRAD) particularmente ao núcleo de apoio pedagógico (NAP). Através do seu apoio, fomos capazes de avançar em nossas atividades, deixando mais agradável aos alunos visitantes da MOSTRA 2023. Registramos nosso agradecimento ao departamento de matemática da UFOP pela sua irrestrita confiança nas nossas ações.

Referências

- [1] O. J. ABDOUNUR. Matemática e música: o pensamento analógico na construção de significados. *São Paulo: Escrituras*, v1:352, 2000.
- [2] Revista Abril. Paradoxo do aniversário, <https://super.abril.com.br/ideias/newsletter-o-paradoxo-do-aniversario-puzzle-de-08-02-2018>.
- [3] Site Oficial da UFOP. Mostra de profissões 2023, <https://ufop.br/noticias/graduacao/mais-de-12-mil-pessoas-passam-pelo-campus-morro-do-cruzeiro-em-mostra-de>.
- [4] Marcelo Firer. Baralho mágico, <https://m3.ime.unicamp.br/recursos/998>.
- [5] James. HUGHES. Creative experiences in an interdisciplinary honors course on mathematics in music. *Journal of Mathematics and Music, Columbus*, n.2 v.8:131–143, 2014.
- [6] Chady El Mir and Jacques Lafontaine. Higher dimensional möbius bands and their boundaries, 2017.